NO. 241 2FOR392375

80

GG24

THE INSTITUTE
OF
OPHTHALMOLOGY
LONDON

EX LIBRIS

OPHTHALMOLOGY HC262 GULLSTRAND

B 32
7

5p per day fine on overdue books

Institute of Ophthalmology Library

This volume is due to be returned
on the last date shown below.

27 FEB 1974	

ROYAL LONDON OPHTHALMIC HOSPITAL

ROYAL LONDON OPHTHALMIC HOSPITAL

Einführung

in die

Methoden der Dioptrik

des

Auges des Menschen

von

A. Gullstrand

Professor an der Universität Upsala

Mit 20 Figuren im Text

Leipzig

Verlag von S. Hirzel

1911.

Digitized by the Internet Archive
in 2014

https://archive.org/details/b21287478

Inhalt.

Seite

I. Allgemeine Dioptrik . . . . . 1—55
1. Das Wesen der optischen Abbildung 1
2. Die speziellen Abbildungsgesetze erster Ordnung 8
3. Die Abbildungsgesetze höherer Ordnung 19
4. Die Untersuchung weit geöffneter Strahlenbündel 25
5. Die Helligkeit und Begrenzung der optischen Bilder 36
6. Das Auge in der Verbindung mit optischen Instrumenten 47

II. Objektive Beobachtungsmethoden . . . . . 55—113
1. Ophthalmoskopie 55
2. Methoden zur Beobachtung der durchsichtigen Medien und der brechenden Flächen 90
3. Parallaktische Methoden 100

III. Entoptische Beobachtungsmethoden . . . . . 113—140
1. Methoden zur Beobachtung der Strahlenvereinigung 113
2. Methoden zur Beobachtung des im Auge entstehenden falschen Lichtes 125
3. Methoden zur Beobachtung entoptischer Objekte 129

IV. Messungsmethoden . . . . . 140—173
1. Optometrische Methoden 140
2. Ophthalmometrie 149

V. Spezielle Methoden zur Erforschung des Akkommodationsmechanismus . . . . . 173—180

I.

Einführung in die Methoden der Dioptrik des Auges des Menschen[1])

von

A. Gullstrand in Upsala.

(Mit 20 Figuren.)

I. Allgemeine Dioptrik.

1. Das Wesen der optischen Abbildung.

Im Gebiete der Dioptrik bewegt sich die physiologische Methodik mehr als in irgend einem anderen auf festem physikalischem Boden, aber gerade in diesem Gebiete stellte auch die Physiologie höhere Anforderungen an die Physik, als diese Wissenschaft erfüllen konnte, weshalb auch im Dienste der medizinischen Wissenschaften zuerst die entbehrten physikalischen Gesetze gefunden werden mußten, bevor die physiologisch-optische Methodik das Ziel erreichen konnte, eine eingehende Kenntnis von der Strahlenbrechung im menschlichen Auge zu gewinnen. Da erst durch diese Gesetze der tatsächliche Vorgang bei der optischen Abbildung endlich ausgedehnter Objekte bekannt wurde, und da dieselben noch nicht allgemein bekannt sein dürften, gebe ich den Inhalt derselben, soweit dies für die vorliegende Darstellung erforderlich ist, hier wieder, muß aber für die Beweise auf meine einschlägigen Arbeiten verweisen.

Wo Licht von einem Körper ausgeht, kann man durch die Erfahrung feststellen, daß dasselbe sich in homogenen Medien in geradlinigen Bahnen fortbewegt. Diese Bahnen, Lichtstrahlen, sind also nichts anderes als gerade Linien. Ebenso lehrt die Erfahrung, daß beim Übergang des Lichtes von einem homogenen Medium in ein anderes eine derartige Brechung der Lichtstrahlen in der die beiden Medien trennenden Fläche stattfindet, daß der gebrochene Strahl stets in der Ebene liegt, welche den einfallenden Strahl und die Normale der Trennungsfläche enthält, der Einfalls- oder

[1]) Wegen der Fülle des Materials konnte ich diese Abteilung nur zu einer Einführung in die Methoden der Dioptrik des menschlichen Auges gestalten. Der ursprüngliche Plan, eine ausführliche Literaturübersicht derselben folgen zu lassen, scheiterte leider an Umständen, über die ich nicht Herr war.

Refraktionsebene, sowie daß die Sinus der Winkel, die der Strahl vor und nach der Brechung mit der Normale bildet, des Einfalls- und des Brechungswinkels, bei zwei bestimmten Medien immer in konstantem Verhältnis stehen. Dieses allgemeine Brechungsgesetz wird, auf die Refraktionsebene bezogen, in der Form

$$n \sin i = n' \sin i'$$

geschrieben, wo $i\,i'$ Einfalls- und Brechungswinkel, $n\,n'$ den Brechungsindex des ersten bzw. zweiten Mediums darstellen und das für die beiden Medien charakteristische Sinusverhältnis somit $n' : n$ ist. Die Werte der Brechungsindizes werden dadurch bestimmt, daß der Brechungsindex im Vakuum gleich 1 gesetzt wird. Aus der geradlinigen Fortbewegung des Lichtes und aus dem allgemeinen Brechungsgesetz folgt unmittelbar die Umkehrbarkeit des Strahlenganges in optischen Systemen mit homogenen, von kontinuierlichen Flächen begrenzten Medien.

Diese beiden Erfahrungstatsachen sind zur mathematischen Entwicklung der exakten Gesetze der Dioptrik hinreichend, aber auch notwendig. Auch für optische Systeme, wo heterogene Medien vorkommen, wie dies im Auge mit der Linse der Fall ist, lassen sich die erforderlichen Gesetze aus diesen beiden Tatsachen deduzieren, wofern nur der Brechungsindex kontinuierlich variabel ist, oder keine anderen Diskontinuitäten in der Indexvariation vorhanden sind als solche, die wie Trennungsflächen zwischen verschiedenen Medien mit kontinuierlich variablem Brechungsindex mathematisch behandelt werden können. Sonst ist der Gültigkeitsbereich der Gesetze der Dioptrik in einfach brechenden Medien nur dadurch beschränkt, daß an dem bei der Abbildung wirksamen Teile der Trennungsflächen streifende Inzidenz der Strahlen, sowie Kanten und Spitzen ausgeschlossen sind.

Die geläufige Vorstellung von der optischen Abbildung ist die, daß allgemein bei hinreichend enger Blendenöffnung einem Objektpunkte ein derart entstandener Bildpunkt entspricht, daß die vom ersteren ausgegangenen Strahlen sich im letzteren schneiden, und daß auf diese Weise ein dem Objekt ähnliches Bild entsteht, eine Vorstellung, welche von der Beschaffenheit des optischen Bildes in der nächsten Umgebung des axialen Bildpunktes in einem zentrierten System scheinbar gestützt wird. Die wissenschaftlichen Untersuchungen haben längst dargelegt, daß diese Vorstellung allgemein nicht zutreffend ist. Da aber die exakten Gesetze nicht bekannt waren, blieb vorläufig kein anderer Ausweg offen, als nach der Abbeschen Theorie der kollinearen Abbildung, welche heute noch den Darstellungen der Handbücher zugrunde liegt, ein fiktives System zu schaffen und die tatsächlichen Verhältnisse als Abweichungen von diesem zu charakterisieren. Diese Theorie ist nichts anderes als ein mathematisches Kleid der oben als geläufig bezeichneten Vorstellung und stellt tatsächlich nur ein unrealisierbares Ideal dar. Offenbar würde es auch als solches dienen können, wenn es nur möglich wäre, die Tatsachen als Abweichungen von diesem Ideale konsequent darzustellen. Bei der Brechung unter schiefem Lichteinfalle genügt aber nicht eine einheitliche kollineare Abbildung, sondern man mußte mit zwei verschiedenen rechnen, und dennoch lernte man nur den Abbildungsvorgang kennen, soweit derselbe durch Strahlen bestimmt wird, welche in der Meri-

dianebene verlaufen oder durch eine auf diese senkrecht stehende Linie gegangen sind, Strahlen, welche zusammen einen unendlich kleinen Teil der bei der Abbildung wirksamen Strahlenmenge ausmachen.

Zum Verständnis der reellen optischen Abbildung ist der Begriff der optischen Projektion nötig. Wenn im Raume ein beliebiger Punkt als Projektionszentrum gewählt wird, so sind sämtliche auf einer und derselben, durch diesen Punkt gehenden Linie belegenen Punkte die Projektionen von einander, und wird somit ein Objekt auf eine beliebige Ebene projiziert, wenn Linien vom Projektionszentrum durch die verschiedenen Objektpunkte gezogen und verlängert werden, bis sie die Ebene schneiden. Ganz analog ist die optische Projektion, indem in einem optischen Systeme ein Punkt irgendwo als Projektionszentrum gewählt wird und die durch denselben gehenden Lichtstrahlen beim Gang durch das System die Projektion vermitteln. Gewöhnlich wird als Projektionszentrum das Blendenzentrum gewählt. Die verschiedenen durch dasselbe gehenden Lichtstrahlen werden Hauptstrahlen genannt und entsprechen jeder einem verschiedenen Objektpunkte, so daß die Schnittpunkte der Hauptstrahlen mit einer beliebigen im Wege des Lichtes belegenen Fläche die Projektionen der betreffenden Objektpunkte auf dieselbe darstellen. Sämtliche durch eine Objektlinie gehenden Hauptstrahlen bilden zusammen eine Fläche, Hauptstrahlenfläche. Wird dieselbe irgendwo durch eine andere Fläche geschnitten, so ist die Schnittlinie somit die Projektion der Objektlinie auf diese Fläche. Aber auch ein Objektpunkt kann als Projektionszentrum dienen. Letzteren Vorgang kann man dadurch illustrieren, daß in einem optischen Instrumente eine möglichst punktförmige Lichtquelle angebracht wird und der Schatten eines irgendwo im Wege des Lichtes gehaltenen Drahtes auf eine beliebig belegene Fläche beobachtet wird; ersteren Vorgang illustriert man am einfachsten auf der Mattscheibe eines nicht fokusierten photographischen Apparates mit kleiner Blende. Man erhält auf diese Weise ein optisches Bild das mehr oder weniger verschwommen und allgemein, wenn die Blende nicht einen bestimmten Platz hat, dem Objekte unähnlich ist. Der Mangel an Schärfe in dem bei der optischen Projektion entstandenen Bilde beruht darauf, daß der einem leuchtenden Objektpunkte entsprechende annähernd gleichmäßig helle Lichtkreis auf der Mattscheibe von derselben Größenordnung ist wie die Blende. Während also bei der physikalischen Illustration der optischen Projektion immer einem Objektpunkte von mehreren Punkten der Bildfläche entsprochen wird, so besteht doch eine punktuelle Korrespondenz zwischen Objekt und Bild im mathematischen Begriffe der optischen Projektion, da dieser Begriff sich nur auf das Blendenzentrum, nicht auf eine endlich ausgedehnte Blende bezieht.

Das schärfere Bild, welches durch optische Abbildung erhalten wird, kommt unter Strahlenvereinigung zustande. Hierunter wird aber nicht verstanden, daß von einem Objektpunkte ausgegangene Strahlen, welche durch endlich von einander entfernte Punkte der Blendenöffnung gehen, sich im Bildpunkte schneiden, sondern die Strahlenvereinigung bezieht sich nur auf nächstliegende Strahlen. Wenn in dem von einem Objektpunkte ausgegangenen Strahlenbündel die nach allen Richtungen dem Hauptstrahl nächstliegenden Strahlen denselben in einem Punkte schneiden, so ist dieser

Punkt die optische Abbildung des Objektpunktes. Für die optische Abbildung von Linien ist es aber nicht nötig, daß sämtliche Punkte der Objektlinie in Punkte der Bildlinie abgebildet werden, sondern es genügt, daß sämtliche den Hauptstrahlen nächstliegenden Strahlen die Bildlinie schneiden. Die so zustande kommende optische Abbildung von Punkten bzw. Linien ist in der mathematischen Sprache durch eine vollständige Strahlenvereinigung erster Ordnung charakterisiert.

Es findet nun allgemein in optischen Systemen eine Abbildung von Linien, nicht aber von Punkten statt, indem auf einer beliebigen Objektfläche durch jeden Punkt zwei Linien gehen, welche optisch abgebildet werden. Die abbildbaren Linien der Objektfläche bilden zusammen zwei Liniensysteme, welche sich überall schneiden, während Schnittpunkte von Linien eines und desselben Systems allgemein nicht vorkommen, sondern sogenannte singuläre Punkte darstellen. Jedes System wird auf einer anderen Fläche abgebildet. Auf jeder dieser Bildflächen geht somit durch jeden Punkt eine Bildlinie. Nur in den singulären Punkten, wo die beiden Bildflächen einander berühren, kommen Schnittpunkte von Bildlinien vor. Diese singulären Punkte liegen auf denselben Hauptstrahlen wie die singulären Punkte der abbildbaren Linien. Sowohl die Bildflächen wie die Bildliniensysteme sind der Objektfläche bzw. den Systemen abbildbarer Linien unähnlich, und die Vergrößerung variiert von Punkt zu Punkt. Da die Liniensysteme nicht punktuell abgebildet werden, so kann die Vergrößerung nur durch das Verhältnis des Abstandes zweier Bildlinien zum Abstande der entsprechenden abbildbaren Linien ausgedrückt werden und wird in jedem Punkte der Objektfläche durch zwei den beiden Abbildungen entsprechende Vergrößerungskoeffizienten angegeben, welche die Grenzwerte der Vergrößerung für unendlich nach Null abnehmende Abstände der abbildbaren Linien darstellen, wenn sowohl diese wie die Bildlinien auf eine zum Hauptstrahl senkrechte Ebene projiziert werden.

Dies sind die Grundzüge der allgemeinen optischen Abbildung. Wenn nicht die Diffraktion des Lichtes die optische Abbildung bei unendlich kleiner Blendenöffnung vereitelte, so würde sie bei solcher Blende dadurch charakterisiert sein, daß alle von einer abbildbaren Objektlinie ausgegangenen Lichtstrahlen durch die betreffende Bildlinie gehen. Je kleiner die endlich große Blendenöffnung ist, um so mehr nähert sich der Vorgang bei der physikalischen Abbildung dieser Vorstellung, während bei großer Blende eine nähere Kenntnis der Abbildung nur durch wiederholte Untersuchung derselben gewonnen werden kann, indem verschiedene in der Blendenöffnung belegene Punkte als Blendenzentra gewählt werden.

Die die Abbildung bestimmenden Größen können nur für die nächste Umgebung eines ausgewählten Objektpunktes erhalten werden, so daß allgemein die Untersuchung längs so vielen Hauptstrahlen wiederholt werden muß, wie es die zu erzielende Kenntnis der Abbildung in jedem Falle erforderlich macht. Ein solcher ausgewählter Objektpunkt wird in der Untersuchung der zentrale Objektpunkt, der durch denselben gehende Hauptstrahl der zentrale Strahl oder Leitstrahl genannt, während die dem Leitstrahl nächstliegenden Teile des optischen Systems das betreffende Abbildungssystem ausmachen. Sowohl das optische System als ganzes wie

das einzelne Abbildungssystem wird als achsensymmetrisch, symmetrisch, einfach asymmetrisch oder doppelt asymmetrisch bezeichnet, je nachdem es unendlich viele, zwei, eine oder gar keine Symmetrieebene besitzt, wobei aber betreffs der Abbildungssysteme die Objektfläche dieselben Symmetrieebenen haben muß wie die brechenden Flächen.

Je nachdem die Abbildungsgesetze durch ein- oder mehrmalige Ableitungen aus dem allgemeinen Brechungsgesetz erhalten werden, heißen sie die Gesetze erster, zweiter Ordnung usw. In doppelt asymmetrischen Systemen sind nur die Gesetze erster Ordnung anwendbar, und auch diese werden durch ziemlich komplizierte, mühevolle Rechnungen erfordernde Formeln dargestellt. Die Abbildungen sind nur dann zusammensetzbar, wenn das doppelt asymmetrische Abbildungssystem aus Teilsystemen besteht, welche in bezug auf die Abbildungsgesetze erster Ordnung einfach asymmetrisch oder symmetrisch sind, und wenn stets die Symmetrieebene eines folgenden Teilsystems mit derjenigen des vorhergehenden zusammenfällt oder auf derselben senkrecht steht, wobei längs dem Leitstrahl immer eine der abbildbaren Linien und der Bildlinien in der Refraktionsebene, die andere in der auf derselben senkrecht stehenden, den Leitstrahl enthaltenden Ebene liegt. Sonst sind allgemein die Bildlinien eines vorhergehenden Teilsystems keine abbildbaren Linien im folgenden. Außerdem sind sowohl abbildbare Linien wie Bildlinien allgemein je nach der Objektentfernung verschieden orientiert. Durch die Formeln erhält man die Schnittpunkte der Bildflächen mit dem Leitstrahl, die Orientierung der denselben schneidenden abbildbaren Linien und Bildlinien sowie die beiden Vergrößerungskoeffizienten in den Schnittpunkten, welche sämtliche Größen von der Lage der Blende auf dem Leitstrahl unabhängig sind. Beim Auffangen eines Bildes auf einer Schirmfläche erhält man somit allgemein höchstens eine optische Abbildung eines Liniensystems und hat man für eine beliebige Objektlinie gewöhnlich nur mit der optischen Projektion zu rechnen. Die Formeln ergeben hierbei die Orientierung der Projektion und den linearen Projektionskoeffizienten, worunter der Grenzwert verstanden wird, den das Verhältnis der Länge der Projektion zur Länge der Objektlinie erhält, wenn diese Länge unendlich nach Null abnimmt, und sowohl Objektfläche wie Schirmfläche senkrecht auf dem Leitstrahl stehen. Während hierbei das Blendenzentrum (bzw. ein ausgewählter Blendenpunkt) das Projektionszentrum darstellt, so wird letzteres vom zentralen Objektpunkte repräsentiert, wenn vom anguläreu Projektionskoeffizienten die Rede ist. Die im Objektraum den Leitstrahl enthaltende Ebene, welche senkrecht auf der durch den Leitstrahl und die Tangente einer abbildbaren Linie gelegten Ebene steht, bildet zusammen mit der im Bildraum in bezug auf die entsprechende Bildlinie analog konstruierten Ebene ein konjugiertes Paar von Ebenen fokaler Projektion, welche dadurch charakterisiert sind, daß Linienelemente, welche außerhalb der Objekt- und der entsprechenden Bildfläche in diesen Ebenen gelegen sind, in einander projiziert werden können. Den Grenzwert, den das Verhältnis der Winkel, unter welchen die beiden Linien vom Bildpunkte und vom Objektpunkte aus gesehen werden, bei stetig gegen Null abnehmender Länge derselben annimmt, stellt eben der anguläre Projektionskoeffizient dar. Da es zwei solche Ebenenpaare gibt, so gibt es somit bei jeder opti-

schen Abbildung zwei anguläre Projektionskoeffizienten, und es ist immer das Produkt des Vergrößerungskoeffizienten mit dem betreffenden angulären Projektionskoeffizienten und dem relativen Brechungsindex des Systems (dem Verhältnis des Brechungsindex im Bildraum zu demjenigen im Objektraum) gleich der Einheit.

Da das doppelt asymmetrische System die allgemeine Form darstellt, so hat auch ein in einem solchen gebrochenes Strahlenbündel in der Regel die allgemeine Form. Da nun eine analytische Umformung des Brechungsgesetzes ergibt, daß in einem von einem Objektpunkte ausgegangenen Strahlenbündel überall im System eine Fläche — Wellenfläche genannt — gelegt werden kann, welche sämtliche Strahlen senkrecht schneidet, so fallen die Strahlen in homogenen Medien mit den Normalen dieser Fläche zusammen, während in heterogenen Medien mit kontinuierlich variablem Brechungsindex die gekrümmten Lichtwege — die Trajektorien — von den Normalen der Wellenfläche berührt werden. Man ermittelt somit die allgemeine Konstitution des Strahlenbündels durch eine allgemeine Untersuchung der Flächen. Dies kann aber nur mit differential-geometrischen Mitteln geschehen, wobei die Fläche in der nächsten Umgebung eines ausgewählten Punktes untersucht, das Strahlenbündel somit nur längs einem ausgewählten Strahle bekannt wird. Im allgemeinen wird nun ein Strahl in zwei verschiedenen Punkten von nächstliegenden Strahlen geschnitten. Wenn somit ein Objektstrahlenbündel längs dem Hauptstrahl untersucht wird, so ist es zunächst durch zwei auf demselben belegene Fokalpunkte charakterisiert, wobei es astigmatisch längs diesem Strahle genannt wird. Die Ebene, welche die dem Hauptstrahl nächstliegenden Strahlen enthält, die ihn in einem Fokalpunkt schneiden, ist der gleichnamige Hauptschnitt des Strahlenbündels längs dem Hauptstrahl und beide Hauptschnitte stehen senkrecht auf einander. Die Fokalebenen stehen in den Fokalpunkten senkrecht auf dem Hauptstrahl. Die in den Fokalpunkten senkrecht auf den gleichnamigen Hauptschnitten stehenden Linien sind die gleichnamigen Fokallinien, welche somit Schnittlinien der gleichnamigen Fokalebenen mit den ungleichnamigen Hauptschnitten darstellen. Sowohl die Fokalpunkte wie die Hauptschnitte ändern sich nun allgemein beim Übergang auf andere Strahlen derart, daß sämtliche gleichnamigen Fokalpunkte die gleichnamige kaustische Fläche bilden, welche überall von den ungleichnamigen Hauptschnitten berührt wird. Wenn hierbei auf einem Strahle die beiden Fokalpunkte in einen zusammenfallen, so ist das Strahlenbündel längs diesem Strahle anastigmatisch aber allgemein auch nur längs diesem Strahle. Zieht man auf einer Wellenfläche eine Linie, so bilden die durch diese Linie gehenden Strahlen eine Fläche. Von solchen Strahlenflächen gibt es nun zwei Arten. Im allgemeinen Falle sind sie längs einem gewissen Strahle windschief, wobei die diesen Strahl enthaltende Tangentialebene der Strahlenfläche, wenn man auf demselben von unendlich großem negativen Abstande zum unendlich großen positiven fortschreitet, eine 180^0 betragende Drehung erfährt, und dieser Strahl nirgends von nächstliegenden geschnitten wird. In anderen Fällen wird aber derselbe in einem Punkte von den nächstliegenden Strahlen geschnitten. Es handelt sich dann um eine längs diesem Strahl fokale Strahlenfläche, deren den betreffenden Strahl ent-

haltende Tangentialebene überall unverändert bleibt, im erwähnten Schnittpunkte aber unbestimmt ist, so daß in der mathematischen Sprache hier jede den betreffenden Strahl enthaltende Ebene eine Tangentialebene der Strahlenfläche darstellt. Die Strahlenflächen, welche längs einem Strahle eines Strahlenbündels einen Hauptschnitt berühren, sind fokal, die übrigen windschief. Die allgemeine Konstitution des Strahlenbündels ist dadurch exakt definiert, daß jede, einen beliebigen Strahl enthaltende Strahlenfläche von den beiden, diesem Strahl zugehörigen Fokallinien berührt wird, oder dadurch, daß sämtliche einem beliebigen Strahl nächstliegenden Strahlen durch die beiden, ersterem zugehörigen Fokallinien gehen, wobei man sich aber an den exakten Begriff eines nächstliegenden Strahles erinnern muß. Bei einer fiktiven unendlich kleinen Blende würden zwar sämtliche Strahlen durch die beiden Fokallinien gehen, aber in der Realität kann man sich diesem Bilde des bekannten Sturmschen Konoides nur dann einigermaßen nähern, wenn die Blendenöffnung nicht nur im Verhältnis zu den Fokalabständen, sondern auch im Verhältnis zur Brennstrecke — dem Abstande der Fokalpunkte voneinander — sehr klein ist. Die letztere Bedingung ist es, welche allgemein vergessen wurde, als das Konoid von Sturm zum Modell des allgemeinen Strahlenbündels in Anwendung kam, denn dieselbe ist weder im Auge noch in den gebräuchlichen optischen Instrumenten erfüllt, das Konoid auch nicht anwendbar.

Wesentliche Vereinfachungen erfahren die Abbildungsgesetze erster Ordnung im einfach asymmetrischen und noch mehr im symmetrischen System, für welche ich auch die Gesetze zweiter bzw. dritter Ordnung ermittelt habe. Die Abbildungen sind zusammensetzbar, aber man muß immer noch mit den verschiedenen Abbildungen der beiden Liniensysteme rechnen. Nur in achsensymmetrischen Systemen, für welche die Gesetze dritter Ordnung bei sphärischer Form der Flächen schon längst bekannt waren, ist dies betreffs der Gesetze erster Ordnung scheinbar nicht der Fall. Dies beruht darauf, daß die abbildbaren Linien und Bildlinien Meridianlinien und Parallelkreise auf der Objektfläche und den Bildflächen darstellen, und daß die Gesetze erster Ordnung auf der Achse nur für den Punkt gelten, in welchen die Parallelkreise bei stetig gegen Null abnehmenden Durchmessern übergehen, also nur für das eine System der abbildbaren Linien und Bildlinien.

Die praktische Bedeutung der verschiedenen Abbildungssysteme erhellt aus einem Vergleich der Abbildung mittels einer sphärischen und einer sphärozylindrischen oder bizylindrischen Linse. In letzterer gelten, je nachdem der zentrale Objektpunkt außerhalb der beiden Symmetrieebenen, in einer derselben oder auf der Schnittlinie beider gelegen ist, die Gesetze doppelt asymmetrischer bzw. einfach asymmetrischer und symmetrischer Abbildungssysteme, während in der sphärischen Linse für die Abbildung auf der Achse die Gesetze achsensymmetrischer Systeme und für die Abbildung exzentrisch gelegener Objektteile die Gesetze einfach asymmetrischer Systeme gelten, welche letztere noch einige Vereinfachungen dadurch erfahren, daß das optische System als ganzes achsensymmetrisch ist.

Der gewöhnliche Fall der Abbildung einer ausgedehnten Objektfläche in einem achsensymmetrischen optischen System gestaltet sich folgendermaßen: Wenn die Objektfläche entweder eine achsensenkrechte Ebene oder

eine koaxiale Umdrehungsfläche darstellt, so sind überall im System die Bildflächen mit dem System koaxiale Umdrehungsflächen, und es stellen sowohl abbildbare Linien, wie Bildlinien, Meridiane und Parallelkreise dar. Die beiden Bildflächen, welche einander im Schnittpunkte mit der Achse berühren, haben in diesem eine verschiedene Krümmung und gehen peripheriewärts allgemein (d. h. spezielle Konstruktionstypen ausgenommen) weiter auseinander. Bei ebener Objektfläche und reellem Bilde kehren sie in der Regel die konkave Seite dem Lichte zu, und ist diejenige, auf welcher die Parallelkreise abgebildet werden, schärfer gekrümmt. Wäre die Abbildung mit unendlich kleiner Blende realisierbar, so würde mithin nur der axiale Objektpunkt als Punkt abgebildet werden. In der Realität stellt sich aber die Sache bei endlicher Blendengröße günstiger. Ein von einem endlich nahe der Achse belegenen Objektpunkte ausgegangenes Strahlenbündel ist zwar längs dem Hauptstrahl astigmatisch, kann aber, wenn die Blende nicht zu klein im Verhältnis zum Achsenabstande des Objektpunktes ist, längs einem durch einen anderen Blendenpunkt gehenden Strahle anastigmatisch sein, wobei also ein endliches den Schnittpunkt mit der Achse umgebendes Gebiet der Objektfläche wirklich punktuell abgebildet wird. Außerdem handelt es sich bei der physikalischen Abbildung nie um mathematische Punkte und Linien, weshalb auch bei kleinen Abständen der Fokalpunkte von einander und von der Schirmfläche die optische Projektion eine genügende Schärfe gibt. Hierauf beruht es, daß in der Umgebung des axialen Bildpunktes ein Gebiet vorhanden ist, wo die Abbildung praktisch nicht von einer punktuellen unterschieden werden kann. Durch besondere Konstruktion der Systeme kann dieses Gebiet wie z. B. in den modernen photographischen Objektiven, erheblich vergrößert werden. Daß auch im Gebiete der punktuellen Abbildung die Strahlenvereinigung nur nächstliegende Strahlen betrifft, davon erhält man eine Vorstellung, wenn man das durch eine gewöhnliche bikonvexe Linse mit großer Öffnung auf einem Schirm aufgefangene Bild des glühenden Fadens einer elektrischen Birne beobachtet, indem das Bild nur dann scharf ist, wenn es von einem Schleier überdeckt erscheint. Dieser Schleier rührt von den Lichtstrahlen her, welche an der Abbildung keinen Teil nehmen, sondern Zerstreuungskreise bilden, und der Versuch beweist, daß die Strahlenbündelquerschnitte nicht die denselben zugeschriebene Bedeutung haben, sondern daß die Querschnitte der kaustischen Flächen, auf welchen allein die Strahlenvereinigung vorkommt, für die Abbildung maßgebend sind.

Die allgemein bei der Abbildung auftretenden Farbenerscheinungen beruhen darauf, daß der Brechungsindex von der Wellenlänge des Lichtes abhängig ist, und bedingen chromatische Differenzen der die Abbildung charakterisierenden Größen.

2. Die speziellen Abbildungsgesetze erster Ordnung.

Von den doppelt asymmetrischen Abbildungssystemen abgesehen, lassen sich diese Gesetze, wie ich gezeigt habe, in einfachster, einem jeden zugänglicher Form darstellen. Da ich die Herleitung derselben mit einfachen Mitteln neulich an anderer Stelle durchgeführt habe, wo dieselbe den Lesern

dieses Buches leicht zugänglich ist, kann ich mich hier darauf beschränken, die Formeln selbst und ihre Anwendung zu besprechen.

Im **einfach asymmetrischen Abbildungssystem** wird die Symmetrieebene als Tangentialebene oder auch, wenn das optische System als ganzes ein Umdrehungssystem darstellt, als Meridianebene, die auf derselben in jedem Medium senkrecht stehende, den Leitstrahl enthaltende Ebene als Sagittal- bzw. Äquatorealebene bezeichnet. Von den beiden Abbildungen wird diejenige, für welche die in der Tangentialebene verlaufenden Strahlen maßgebend sind, als die erste bezeichnet. Das erste System von abbildbaren Linien und Bildlinien schneidet somit überall die Tangentialebene unter rechten Winkeln, während eine Linie des zweiten Systems immer in derselben liegt. Die ersten Fokalpunkte eines Objektstrahlenbündels in den verschiedenen Medien sind einander und dem Objektpunkte in bezug auf die erste Abbildung konjugiert usw. Tangential- und Sagittalebene stellen den ersten bzw. zweiten Hauptschnitt der Strahlenbündel dar.

Allgemein mag das System aus brechenden und spiegelnden Flächen in beliebiger Folge bestehen, welche Medien mit konstantem oder kontinuierlich variablem Brechungsindex von einander trennen. Längs dem Leitstrahl wird überall diejenige Richtung als positiv bezeichnet, welche mit der Lichtbewegung im Objektraume gleichsinnig ist, so daß immer nach einer ungeraden Anzahl von Spiegelungen die Lichtbewegung in der negativen, nach einer geraden aber in der positiven Richtung stattfindet. In den Medien, wo die Lichtbewegung in der negativen Richtung stattfindet, hat der Brechungsindex negatives Vorzeichen. Der Abstand eines Punktes von einem anderen ist positiv, wenn man vom letzteren Punkte, der positiven Richtung folgend, zum ersteren gelangt. Ein Krümmungsradius ist der Abstand des Krümmungsmittelpunktes vom Flächenpunkte, die Krümmung einer Fläche somit positiv, wenn die konkave Seite der positiven Richtung zugekehrt ist. Der reduzierte Abstand eines Punktes von einem anderen ist der durch den Brechungsindex dividierte Abstand und somit immer positiv, wenn man, der Richtung der Lichtbewegung folgend, vom letzteren Punkte zum ersteren gelangt. Der reziproke Wert des reduzierten ersten Fokalabstandes in einem Strahlenbündel ist die erste reduzierte Konvergenz desselben im betreffenden Punkte oder die reduzierte Konvergenz in bezug auf die erste Abbildung. Die reduzierte Konvergenz hat demnach überall positives bzw. negatives Vorzeichen, je nachdem die Strahlen in der Richtung der Lichtbewegung konvergieren oder divergieren. Die tangentiale erste oder vordere bzw. zweite oder hintere Brennweite ist der Abstand des betreffenden Hauptbrennpunktes vom Hauptpunkte. Die tangentiale Brechkraft des Systems ist der reziproke Wert der reduzierten zweiten tangentialen Brennweite und ist numerisch, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen gleich dem reziproken Werte der reduzierten ersten Brennweite. Die Brechkraft ist somit immer positiv, wenn das System in bezug auf die betreffende Abbildung sammelnd, negativ, wenn es zerstreuend wirkt. Ist der Meter die Längeneinheit, so stellt die Dioptrie die Einheit der Brechkraft und der reduzierten Konvergenz dar. Wird der Millimeter als Längeneinheit gewählt, so ist somit die Einheit der Brechkraft und der reduzierten Konvergenz das Tausendfache der Dioptrie.

Ein einfach asymmetrisches Abbildungssystem ist bekannt, wenn durch trigonometrische Rechnung der Verlauf des Leitstrahls durch das System ermittelt worden ist, und wenn man in bezug auf jede der beiden Abbildungen einen auf dem Leitstrahl im ersten Medium belegenen und den im letzten Medium demselben konjugierten Punkt, die betreffenden Vergrößerungskoeffizienten $\varkappa$, $\varkappa_{''}$, sowie die tangentiale bzw. sagittale Brechkraft D, $D_{''}$ kennt. Da die beiden Punktpaare willkürlich gewählt werden können, seien sie im folgenden kurz als die Wahlpunkte des Systems in bezug auf die betreffende Abbildung bezeichnet. Die reduzierte Konvergenz A, $A_{''}$ bzw. B, $B_{''}$ des einfallenden und gebrochenen Strahlenbündels wird im betreffenden ersten bzw. zweiten Wahlpunkt gemessen. Letztere Werte, sowie die Vergrößerungskoeffizienten K, $K_{''}$ in den Fokalpunkten des gebrochenen Strahlenbündels ergeben die allgemeinen Abbildungsgleichungen

$$\varkappa^2 B = A + \varkappa D \qquad \varkappa K B = A \tag{1}$$

In dem von einer einzelnen Fläche repräsentierten System seien ii′ Einfalls- und Brechungswinkel, $\varrho, \varrho_{''}$ der tangentiale bzw. sagittale Krümmungshalbmesser, nn′ der Brechungsindex des vorhergehenden bzw. des folgenden Mediums. Läßt man sämtliche Wahlpunkte mit dem Inzidenzpunkt zusammenfallen, so ist

$$\varkappa_{'} = \frac{\cos i'}{\cos i} \qquad \varkappa_{''} = 1$$
$$D_{'} = \frac{n' \cos i' - n \cos i}{\varrho_{'} \cos i' \cos i} \qquad D_{''} = \frac{n' \cos i' - n \cos i}{\varrho_{''}}, \tag{2}$$

wobei aber zu bemerken ist, daß der angegebene Wert von D, nur dann gültig ist, wenn beide Medien homogen sind, anderenfalls aber noch Differentialquotienten der Indizialgleichung erhält. Ebenso ist der Durchgang des Lichtes durch ein heterogenes Medium mit kontinuierlich variablem Brechungsindex dem Durchgang durch ein optisches System gleichwertig. Die zur Kenntnis dieses Systems nötigen Wahlpunkte, Vergrößerungskoeffizienten und Brechkraftwerte sind durch definite Integrale gegeben und lassen sich in der Kristallinse durch Serienentwicklung mit beliebiger Genauigkeit ermitteln.

Die so bekannten Einzelsysteme können in bezug auf jede Abbildung für sich zusammengesetzt werden. Wenn Brechkraft und Vergrößerungskoeffizient in den Wahlpunkten mit D_1 $\varkappa_1$, bzw. D_2 $\varkappa_2$ für das erste bzw. zweite System bezeichnet werden, und δ den reduzierten Abstand des ersten Wahlpunktes des zweiten Systems vom zweiten Wahlpunkt des ersten Systems darstellt, so sind die allgemeinen Formeln für die Zusammensetzung zweier Systeme:

$$D_{12} = \frac{D_1}{\varkappa_2} + \varkappa_1 D_2 - \delta D_1 D_2$$
$$W'_{12} = -\frac{\varkappa_2{}^2 \delta}{1 - \varkappa_2 \delta D_2} \tag{3}$$

$$\varkappa_{12} = \frac{\varkappa_1 \varkappa_2}{1 - \varkappa_2 \delta D_2} \qquad \text{zu (3)}$$

in welchen D_{12} die Brechkraft des Vollsystems ist, W'_{12} $\varkappa_{12}$ den reduzierten Abstand des zweiten Wahlpunktes des Vollsystems vom zweiten Wahlpunkte des zweiten Teilsystems und den Vergrößerungskoeffizienten in demselben darstellen, wenn der erste Wahlpunkt des Vollsystems mit dem ersten des ersten Teilsystems zusammenfällt. Durch sukzessive Anwendung dieser Formeln kann man immer ein beliebiges einfach asymmetrisches Abbildungssystem bekannt machen. Da in der physiologischen Optik die Zahl der Teilsysteme wohl immer einzifferig ist, so empfiehlt es sich, als Index eines zusammengesetzten Systems die beiden Indizes des ersten und letzten Teilsystems zu benutzen, so daß z. B. D_{24} die Brechkraft des aus dem zweiten, dritten und vierten Teilsystem zusammengesetzten Systems bedeutet usw.

Die Gleichungen (1) bis (3) gelten allgemein für Brechung und Spiegelung, die Brechkraft mag einen endlichen Wert haben oder gleich Null sein. Ist letzteres der Fall, so heißt das System afokal, und der Vergrößerungskoeffizient ist überall konstant. Ein solches System stellt z. B. eine brechende Fläche dar, wenn der betreffende Krümmungsradius unendlich groß ist, oder aber es entsteht bei der Zusammensetzung von zwei Systemen, wie in einem für unendlichen Abstand und emmetropische Augen eingestellten Fernrohr. Man hat dann nur den betreffenden Brechkraftwert in den Formeln gleich Null zu setzen. Sollten die Formeln (3) unendlich große Werte für W'_{12} und $\varkappa_{12}$ ergeben, so kann man mit Hilfe der Formeln (1) ein beliebiges anderes Paar von Wahlpunkten für das erste Teilsystem aufsuchen, wonach die Formeln (3) angewendet werden können, oder aber man wendet das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} D_{12} &= \frac{D_1}{\varkappa_2} + \varkappa_1 D_2 - \delta D_1 D_2 \\ H_{12} &= \frac{1}{\varkappa_1 D_{12}} \left(\delta D_2 + \varkappa_1 - \frac{1}{\varkappa_2}\right) \\ H'_{12} &= -\frac{\varkappa_2}{D_{12}} \left(\delta D_1 + \frac{1}{\varkappa_2} - \varkappa_1\right) \end{aligned} \qquad (3a)$$

an, in welchem H_{12} H'_{12} die reduzierten Abstände des ersten bzw. zweiten Hauptpunktes des Vollsystems vom ersten Wahlpunkte des ersten bzw. vom zweiten Wahlpunkte des zweiten Teilsystems darstellen. Dasselbe kann aber anderseits nicht in den Fällen angewendet werden, wo das Vollsystem afokal ist.

Für die sagittale Abbildung fallen die Hauptpunkte der einzelnen brechenden Flächen in den Inzidenzpunkten zusammen. Man kann deshalb hier, und wo sonst die Hauptpunkte der Teilsysteme bekannt sind, das einfachere Gleichungssystem

$$D_{12} = D_1 + D_2 - \delta D_1 D_2 \qquad H_{12} = \frac{\delta D_2}{D_{12}} \qquad H'_{12} = -\frac{\delta D_1}{D_{12}} \qquad (3b)$$

anwenden, welches aber versagt, sobald entweder ein Teilsystem oder das Vollsystem afokal ist, den Fall ausgenommen, wo nur ein Teilsystem afokal ist und den Vergrößerungskoeffizienten eins hat. Es sind die Formeln (3a), in welchen $\varkappa_1 = \varkappa_2 = 1$ gesetzt worden ist, die Hauptpunkte der Teilsysteme somit an die Stelle der Wahlpunkte treten.

In gewissen Fällen empfiehlt es sich, den Abstand der Teilsysteme vom betreffenden Brennpunkt zu messen, wenn die Brechkraft einen endlichen Wert hat. Ist z. B. das erste Teilsystem durch die Brechkraft D_1 und durch die beiden Brennpunkte, das zweite, wie oben, durch die Brechkraft D_2 und durch zwei Wahlpunkte mit dem Vergrößerungskoeffizienten $\varkappa_2$ bestimmt, und wird der reduzierte Abstand des ersten Wahlpunktes des zweiten Systems vom zweiten Brennpunkt des ersten mit δ_{wf} bezeichnet, so ergibt sich aus weiter unten anzugebenden Formeln

$$\delta_{wf} = \delta - \frac{\varkappa_1}{D_1}$$

und man erhält

$$D_{12} = D_1\left(\frac{1}{\varkappa_2} - \delta_{wf} D_2\right) \qquad W_{12} = -\frac{1}{\delta_{wf} D_1^{\,2}} \qquad \varkappa_{12} = -\varkappa_2 \delta_{wf} D_1 \quad (3c)$$

in welchen Formeln W_{12} den reduzierten Abstand des ersten Wahlpunktes des Vollsystems vom ersten Brennpunkt des ersten Systems darstellt, wenn der zweite Wahlpunkt des Vollsystems mit dem zweiten des zweiten Teilsystems zusammenfällt und $\varkappa_{12}$ den betreffenden Vergrößerungskoeffizienten angibt. Im Falle $\delta_{wf} = 0$ ergeben die Formeln

$$W'_{12} = \frac{\varkappa_2}{D_2} \qquad \varkappa_{12} = -\frac{D_1}{D_2}$$

den reduzierten Abstand des zweiten Wahlpunktes des Vollsystems vom zweiten Wahlpunkt des zweiten Teilsystems, wenn der erste Brennpunkt des ersten Teilsystems den ersten Wahlpunkt des Vollsystems darstellt, sowie den betreffenden Vergrößerungskoeffizienten. Wenn zugleich auch $D_2 = 0$ ist, so ist das Vollsystem bekannt, indem der erste bzw. zweite Brennpunkt desselben mit dem ersten Brennpunkt des ersten Teilsystems bzw. mit dem zweiten Wahlpunkt des zweiten zusammenfällt. Ist wiederum das zweite Teilsystem durch die beiden Brennpunkte, das erste durch zwei Wahlpunkte charakterisiert, so gelten die analogen Formeln

$$D_{12} = D_2(\varkappa_1 - \delta_{fw} D_1) \qquad W'_{12} = \frac{1}{\delta_{fw} D_2^{\,2}} \qquad \varkappa_{12} = -\frac{\varkappa_1}{\delta_{fw} D_2} \quad (3d)$$

und für $\delta_{fw} = 0$:

$$W'_{12} = -\frac{1}{\varkappa_1 D_1} \qquad \varkappa_{12} = -\frac{D_1}{D_2}$$

wo W'_{12} den reduzierten Abstand des zweiten Wahlpunktes des Vollsystems vom zweiten Brennpunkt des zweiten Teilsystems angibt, wenn der erste Wahlpunkt des ersten Teilsystems zugleich der erste Wahlpunkt des Voll-

systems ist, bzw. W_{12} den reduzierten Abstand des ersten Wahlpunktes des Vollsystems vom ersten Wahlpunkt des ersten Teilsystems darstellt, wenn der zweite Wahlpunkt des Vollsystems mit dem zweiten Brennpunkt des zweiten Systems zusammenfällt, und in beiden Fällen der nebenstehende Wert von $\varkappa_{12}$ den betreffenden Vergrößerungskoeffizienten angibt. Für den reduzierten Abstand δ_{fw} des ersten Brennpunktes des zweiten Teilsystems vom zweiten Wahlpunkt des ersten gilt die Beziehung

$$\delta_{fw} = \delta - \frac{1}{\varkappa_2 D_2}$$

und im Falle $\delta_{fw} = 0$, $D_1 = 0$ fällt der erste bzw. zweite Brennpunkt des Vollsystems mit dem ersten Wahlpunkte des ersten bzw. mit dem zweiten Brennnpunkte des zweiten Teilsystems zusammen.

Wenn beide Teilsysteme endliche Brechkraftwerte haben, und δ_{ff} den Abstand des ersten Brennpunktes des zweiten Systems vom zweiten Brennpunkte des ersten darstellt, so ist

$$\delta_{ff} = \delta - \frac{\varkappa_1}{D_1} - \frac{1}{\varkappa_2 D_2}$$

und man erhält die Formeln

$$D_{12} = -\delta_{ff} D_1 D_2 \qquad \varkappa_{12} = -\frac{D_1}{D_2} \tag{3 e}$$

wo $\varkappa_{12}$ den Vergrößerungskoeffizienten in den Wahlpunkten des Vollsystems darstellt, welche mit dem ersten Brennpunkte des ersten bzw. mit dem zweiten Brennpunkte des zweiten Teilsystems zusammenfallen.

In der physiologischen Optik ist es von Vorteil, die Formeln für die Zusammensetzung von drei Systemen fertig zu haben:

$$D_{13} = D_1 (1-\delta_2 D_3) + D_2 (1-\delta_1 D_1)(1-\delta_2 D_3) + D_3 (1-\delta_1 D_1)$$

$$H_{13} = \frac{\delta_1 (D_{13} - D_1) + \delta_2 D_3}{D_{13} (1-\delta_1 D_1)} \qquad H'_{13} = -\frac{\delta_2 (D_{13} - D_3) + \delta_1 D_1}{D_{13} (1-\delta_2 D_3)} \tag{4}$$

Hier sind also δ_1 δ_2 die reduzierten Abstände der ersten Hauptpunkte des zweiten bzw. dritten Teilsystems von den zweiten Hauptpunkten des ersten bzw. zweiten, H_{13} H'_{13} die reduzierten Abstände der Hauptpunkte des Vollsystems vom ersten Hauptpunkte des ersten, bzw. vom zweiten Hauptpunkte des dritten Teilsystems. In den Fällen, wo das Vollsystem um das mittlere Teilsystem symmetrisch ist, wo also die Identitäten $D_1 = D_3$ und $\delta_1 = \delta_2$ bestehen, erhalten diese Formeln die einfachere Gestalt

$$D_{13} = 2D_1 (1-\delta_1 D_1) + D_2 (1-\delta_1 D_1)^2$$
$$H_{13} = -H'_{13} = \frac{\delta_1}{1-\delta_1 D_1} \tag{4 a}$$

Die Abbildung ist allgemein gleichsinnig oder ungleichsinnig, je nachdem der betreffende Vergrößerungskoeffizient positives oder nega-

tives Vorzeichen hat. Im ersteren Falle liegen zwei ineinander abbildbare Linien auf einer und derselben Seite des Leitstrahls, im letzteren nicht. Da der Leitstrahl stets in der Tangentialebene liegt, so ist der Ausdruck betreffs der zweiten Abbildung nicht mißzuverstehen. In komplizierteren Systemen mit vielen spiegelnden Flächen hat man sich bei der Entscheidung betreffs der ersten Abbildung als in der positiven Richtung im Objekt- und Bildraum blickend vorzustellen.

Die reduzierten Abstände der Haupt- und Brennpunkte von zwei Wahlpunkten findet man, indem man in den Gleichungen (1) $K = 1$ bzw. teils $B = 0$ teils $A = 0$ setzt. Es ergibt sich für den reduzierten Abstand des ersten bzw. zweiten Hauptpunktes vom ersten bzw. zweiten Wahlpunkte

$$\frac{\varkappa - 1}{\varkappa D} \text{ bzw. } \frac{\varkappa - 1}{D}$$

und für die entsprechenden reduzierten Abstände der Brennpunkte

$$-\frac{1}{\varkappa D} \text{ bzw. } \frac{\varkappa}{D}$$

welche Werte der Definition der Brechkraft genügen.

Erstere Werte ergeben sich unmittelbar, wenn man durch Elimination einmal von A, einmal von B aus den Gleichungen (1) denselben die für manche Probleme sehr anwendbare Form

$$(\varkappa - K)\, B = D = A\left(\frac{1}{K} - \frac{1}{\varkappa}\right) \tag{5}$$

gibt, während die letzteren die Brennpunktsgleichungen

$$KD = L \qquad KL' = -D \tag{6}$$

enthalten, wo LL' die im ersten bzw. zweiten Brennpunkte gemessene reduzierte Konvergenz des einfallenden bzw. gebrochenen Strahlenbündels und K den Vergrößerungskoeffizienten in den Fokalpunkten dieser Strahlenbündel darstellen.

Werden die Abbildungsgleichungen auf die Hauptpunkte bezogen, so erhalten dieselben die einfache Form der Hauptpunktsgleichungen

$$B = A + D \qquad KB = A \tag{7}$$

aus welcher hervorgeht, daß die reduzierte Konvergenz eines Strahlenbündels beim Durchgang durch das System um den Betrag der Brechkraft vermehrt wird, und daß die Vergrößerung gleich dem Verhältnis der reduzierten Abstände des Bildes und des Objekts vom bezüglichen Hauptpunkt ist.

Da in einfach asymmetrischen Systemen die den Leitstrahl schneidenden abbildbaren Linien und Bildlinien überall in der Tangentialebene liegen oder die Sagittalebene berühren, so nimmt der im allgemeinen, doppelt asymme-

trischen System definierte anguläre Projektionskoeffizient die Eigenschaften eines angulären Vergrößerungskoeffizienten an. Bei hinreichend kleinem Gegenstande ist der Winkel, unter welchem derselbe gesehen wird, gleich seiner Größe, dividiert mit dem Abstande. Da es sich nun aber empfiehlt, nur mit reduzierten Abständen zu rechnen, so ist es auch vorzuziehen, den reduzierten angulären Vergrößerungskoeffizienten zu benutzen. Stellt α die Objektgröße, den Abstand zweier abbildbarer Linien von einander dar, β die Bildgröße, so kann die zweite der Gleichungen (1)

$$\varkappa \beta B = \alpha A$$

geschrieben werden. Der reduzierte anguläre Vergrößerungskoeffizient in den beiden durch den linearen Vergrößerungskoeffizienten $\varkappa$ charakterisierten Punkten ist nun das Verhältnis der Winkel βB und αA, welches somit gleich $\frac{1}{\varkappa}$ ist. Allgemein ist demnach das Produkt des linearen und des reduzierten angulären Vergrößerungskoeffizienten in beliebigen konjugierten Punkten gleich der Einheit.

Die optische Projektion einer in der Tangential- oder Sagittalebene liegenden Linie auf eine im letzten Medium befindliche Schirmfläche geschieht am einfachsten so, daß sie zuerst auf die erste bzw. zweite Fokalebene des gebrochenen Strahlenbündels projiziert wird, wobei die Vergrößerung durch die betreffenden Vergrößerungskoeffizienten angegeben wird. Sind dann $\delta', \delta'_{,,}$ die reduzierten Abstände der Schirmfläche von den beiden Fokalpunkten, $\mathfrak{B}, \mathfrak{B}_{,,}$ die in diesen Punkten gemessene reduzierte Konvergenz des Hauptstrahlenbündels bzw. des dem Projektionszentrum entsprechenden Strahlenbündels in bezug auf die beiden Abbildungen, so verhält sich die Länge der Projektion der Linie auf die den Leitstrahl senkrecht schneidende Schirmfläche zu der Länge ihrer Projektion auf die betreffende Fokalebene wie die Abstände des dem Projektionszentrum konjugierten Punktes von den beiden Flächen, d. h. wie $\left(\frac{1}{\mathfrak{B}} - \delta'\right) : \frac{1}{\mathfrak{B}}$ und man erhält somit allgemein den ersten bzw. zweiten Projektionskoeffizienten $C, C_{,,}$ aus der Formel

$$C = K(1 - \delta' \mathfrak{B}) \tag{8}$$

bei deren Anwendung man von dem Hauptstrahlenbündel bzw. von dem dem Projektionszentrum entsprechenden Strahlenbündel nur die Fokalpunkte im Bildraum zu kennen braucht. Wenn die dem Projektionszentrum im Objekt- und Bildraum konjugierten Punkte schon bekannt sind, mißt man die reduzierte Konvergenz des Objektstrahlenbündels $A, A_{,,}$ in den beiden, dem Projektionszentrum im ersten Medium konjugierten Punkten, läßt $\delta', \delta'_{,,}$ die reduzierten Abstände der Schirmfläche von den beiden im letzten Medium demselben konjugierten Punkten darstellen und bezeichnet die diese beiden Punktpaare charakterisierenden Vergrößerungskoeffizienten mit $\varkappa, \varkappa_{,,}$, wonach sich für $C, C_{,,}$ die Formel

$$C = \frac{\delta' A}{\varkappa} \tag{9}$$

aus den reduzierten angulären Vergrößerungskoeffizienten ergibt.

Wenn die zu projizierende Linie nicht in der Tangential- oder Sagittalebene, wohl aber in einer auf dem Leitstrahl senkrecht stehenden Ebene liegt, so projiziert man sie zuerst auf die beiden Schnittlinien dieser Ebene mit der Tangential- und Sagittalebene, wonach diese beiden Projektionen unter Anwendung der Projektionskoeffizienten C_t, C_s auf die auf dem Leitstrahl senkrecht stehende Schirmebene projiziert werden. Sind $\omega\,\omega'$ die Winkel, welche die Linie bzw. die Projektion derselben mit der Tangentialebene bilden, und stellt C_l den linearen Projektionskoeffizienten dar, so ergibt sich auf diese Weise:

$$\operatorname{tg}\omega' = \frac{C_s}{C_t}\operatorname{tg}\omega \qquad C_l = C_t\frac{\cos\omega}{\cos\omega'} = C_s\frac{\sin\omega}{\sin\omega'} \tag{10}$$

Endlich hat man in den Fällen, wo die Objekt- und Schirmfläche nicht senkrecht auf dem Leitstrahl stehen, sondern ihre Tangentialebenen mit den den Leitstrahl senkrecht schneidenden Ebenen die Winkel $w\,w'$ bilden, in den Formeln (10) für C_t den Wert $C_t\frac{\cos w}{\cos w'}$ zu setzen, um die aktuelle Vergrößerung bei der Projektion und die Neigung der projizierten Linie zu erhalten. Daß beide Flächen die Tangentialebene senkrecht schneiden müssen, liegt im Begriffe des einfach asymmetrischen Abbildungssystems.

Durch die optische Projektion erhält man nicht nur den Limeswert der Größe, sondern auch den der Unschärfe der Projektion für unendlich abnehmende Blendengröße, ersteren durch Projektion des Objektes mit dem Blendenzentrum als Projektionszentrum, letzteren durch Projektion der Blende mit dem zentralen Objektpunkte als Projekionszentrum. Wenn bei der Projektion der Blende bzw. des Objektes die Projektionskoeffizienten mit C_p bzw. C_0 bezeichnet werden, so ergeben die Formeln (8) und (9):

$$C_p = \varkappa(1 - \delta' B) \qquad C_0 = \frac{\delta' A}{\varkappa} \tag{11}$$

wo somit $\varkappa$, $\varkappa_s$ die Vergrößerungskoeffizienten in den Fokalpunkten des Hauptstrahlenbündels im Schirm- und Objektraum B, B_s, A, A_s die in diesen Punkten gemessenen reduzierten Konvergenzen des Objektstrahlenbündels und δ', δ'_s die reduzierten Abstände der Schirmfläche von den beiden erstgenannten Punkten darstellen.

Stellen nun im Objektraum R, R_s die in den Fokalpunkten des Hauptstrahlenbündels gemessenen reduzierten Konvergenzen eines Strahlenbündels dar, welches sowohl einen tangentialen wie einen sagittalen Fokalpunkt auf der Schirmfläche hat, und sind K, K_s die Vergrößerungskoeffizienten in diesen Fokalpunkten, so hat man laut der ersten der Gleichungen (1):

$$\frac{\varkappa^2}{\delta'} = \varkappa D + R \cdot \qquad \varkappa^2 B = \varkappa D + A$$

Die Subtraktion der zweiten dieser Gleichungen von der ersten ergibt einen Wert für $1-\delta' B$, welcher in den Ausdruck für C_p eingesetzt wird; man erhält auf diese Weise:

$$C_p = \frac{\delta'}{\varkappa}(R - A) \qquad C_p + C_o = \frac{\delta' R}{\varkappa} = K \qquad (12)$$

aus welchen, unten anzuwendenden Formeln u. a. hervorgeht, daß die Summe der beiden Projektionskoeffizienten nur vom optischen System und der Schirmlage, nicht aber von der Objektentfernung abhängig ist.

Wenn das optische System als Ganzes ein Umdrehungssystem darstellt, in welchem die Abbildung längs schief einfallenden Leitstrahlen untersucht wird, so erhält man schon bei der trigonometrischen Konstruktion des Leitstrahls die sagittalen Vergrößerungs- und Projektionskoeffizienten, welche das Verhältnis der Achsenabstände der betreffenden Punkte darstellen. Im Hauptstrahlenbündel sind außerdem die sagittalen Fokalpunkte bekannt, da dieselben in den verschiedenen Medien mit den Schnittpunkten des Leitstrahls mit der Achse zusammenfallen.

Wenn das gebrochene Strahlenbündel, sei es in diesem Sonderfalle oder im allgemeinen Falle, anastigmatisch ist, so daß eine punktuelle Abbildung des zentralen Objektpunktes und der nächsten Umgebung desselben stattfindet, so haben dennoch die beiden Vergrößerungskoeffizienten allgemein verschiedene Werte, so daß das Bild nicht objektähnlich ist. Um das Bild einer schief auf der Tangentialebene stehenden Linie zu finden, hat man in den Formeln (10) die Vergrößerungskoeffizienten anstatt der Projektionskoeffizienten einzusetzen. In der Terminologie der Theorie der kollinearen Abbildung wird die durch die Verschiedenheit der Vergrößerungskoeffizienten bedingte Erscheinung, die jedoch den allgemeinen Fall repräsentiert, als anamorphotische Abbildung bezeichnet.

Im **symmetrischen Abbildungssystem** gelten dieselben Formeln, welche dadurch vereinfacht werden, daß Einfalls- und Brechungswinkel gleich Null, ihre Kosinus gleich eins gesetzt werden. Es wird die eine der beiden Symmetrieebenen willkürlich als die erste bezeichnet, und es empfiehlt sich, um Verwechslungen vorzubeugen, allgemein die Bezeichnungen A_1 A_2 anstatt $A_{\prime}$ $A_{\prime\prime}$ usw. zu benutzen. Auch in diesen Systemen haben die beiden Vergrößerungskoeffizienten bei anastigmatischer Strahlenbrechung im allgemeinen Falle verschiedene Werte.

Im **achsensymmetrischen Abbildungssystem** hat man endlich nur mit einer Abbildung zu rechnen, nämlich der von Parallelkreisen, so daß überall nur eine Brechkraft, eine reduzierte Konvergenz aus den Formeln erhalten wird. Bei der Abbildung findet in der nächsten Umgebung des zentralen Objektpunktes eine punktuelle Korrespondenz statt, und bei stetig gegen Null abnehmender Objektgröße wird das Bild stetig objektähnlicher, um im Augenblick des Überganges zur Grenze vollständig objektähnlich zu werden. In diesen Systemen pflegt das im Objekt- bzw. Bildraum der Blende konjugierte Bild als Eintritts- bzw. Austrittspupille bezeichnet zu werden.

Da immer nur ein Vergrößerungskoeffizient bei der Abbildung existiert, so kann in diesen Systemen nur von einer gleichsinnigen und einer ungleich-

sinnigen Abbildung im Sinne der oben gegebenen Definition die Rede sein. Erstere wird gewöhnlich aufrecht, letztere umgekehrt genannt. Beide sind, wenn man Objekt und Bild in derselben Richtung auf der Achse sieht, rechtwendig, sonst rückwendig, Begriffe, welche somit nichts mit dem Wesen der Abbildung zu tun haben, wohl aber für die Beobachtung der optischen Bilder von Bedeutung sein können.

Als **Beispiel** der Anwendung der oben gegebenen Formeln soll hier ein weiter unten des näheren zu berücksichtigendes Problem gelöst werden. Es sei ein achsensymmetrisches, aus brechenden Flächen zusammengesetztes System mit der Brechkraft D gegeben und es mögen HH' die reduzierten Abstände der Hauptpunkte desselben von der ersten bzw. letzten Fläche, $\varrho\varrho'$ die Krümmungsradien dieser Flächen, nn' die Brechungsindizes von Objekt- und Bildraum darstellen. Das vom Objektraum kommende Licht wird in der letzten Fläche teilweise reflektiert. Von diesem reflektierten Lichte gelangt ein Teil zurück zur ersten Fläche, wo wieder eine teilweise Spiegelung stattfindet, so daß von diesem Lichte schließlich wiederum ein Teil in den Bildraum gelangt. Es soll nun die durch dieses zweimal gespiegelte Licht bewirkte optische Abbildung untersucht werden.

Um mit den gegebenen Daten dies Ziel zu erreichen, hat man am bequemsten den von Helmholtz betreffs der Untersuchung der hinteren Linsenfläche des Auges eingeschlagenen Weg zu befolgen. Da in einem unendlich dünnen, aus zwei brechenden Flächen bestehenden System allgemein der Einfallswinkel in der zweiten Fläche gleich dem Brechungswinkel in der ersten ist, sobald die Krümmungsmittelpunkte der Flächen zusammenfallen, so ergibt sich aus den Formeln (3), daß ein solches System sowohl für die tangentiale wie für die sagittale Abbildung afokal mit dem Vergrößerungskoeffizienten eins ist, und die bei unendlich kleinem Abstande der beiden Flächen zusammenfallenden Inzidenzpunkte sind einander konjugiert. Wiederum ergeben die Formeln (3), daß bei der Zusammensetzung eines solchen Systems mit einem beliebigen anderen das Vollsystem die Eigenschaften des letzteren unverändert behält. Es folgt hieraus, daß allgemein in einem beliebigen Punkte eines optischen Systems eine unendlich dünne, in bezug auf beide Abbildungen konzentrische Schicht eines beliebigen Mediums eingefügt werden kann, ohne daß die Abbildung dadurch verändert wird.

Wenn nun eine solche unendlich dünne mit der ersten bzw. letzten Fläche konzentrische, aus dem ersten bzw. letzten Medium bestehende Schicht in unendlich kleinem Abstande von der betreffenden Fläche im zweiten bzw. vorletzten Medium gelegt wird, so besteht also das zu untersuchende System aus 5 Einzelsystemen, von denen die mit ungerader Ordnungszahl mit dem ursprünglichen System identisch sind, während das zweite bzw. vierte durch eine im letzten bzw. ersten Medium belegene spiegelnde Fläche mit dem Krümmungsradius der letzten bzw. ersten Fläche des ursprünglichen Systems dargestellt wird. Zunächst werden die drei ersten Teilsysteme unter Anwendung der Formeln (4a) zusammengesetzt, indem

$$D_1 = D \qquad D_2 = -\frac{2n'}{\varrho'} \qquad \delta = -H'$$

zu setzen ist. Es ergibt sich

$$D_{13} = 2D(1 + H'D) - \frac{2n'}{\varrho'}(1 + H'D)^2$$

$$H_{13} = -H'_{13} = -\frac{H'}{1 + H'D}$$

Dann wird dieses System mit den beiden folgenden unter Anwendung der Formeln (4) zusammengesetzt. Hierbei ist zu bemerken, daß H'_{13} der reduzierte Abstand des zweiten Hauptpunktes des Systems 13 vom zweiten Hauptpunkt des Systems 3 ist, und daß, da der betreffende Brechungsindex gleich — n ist, H den reduzierten Abstand der spiegelnden Fläche (System 4) vom zweiten Hauptpunkte des Systems 3 darstellt, daß somit $H - H'_{13}$ der reduzierte Abstand dieser Fläche vom zweiten Hauptpunkt des Systems 13 ist. In den Gleichungen (4) hat man somit für bzw.

	D_1	D_2	D_3	δ_1	δ_2
zu setzen:	D_{13}	$\frac{2n}{\varrho}$	D	$H - H'_{13}$	H

wonach die Brechkraft D_{15} des untersuchten Systems sowie die reduzierten Abstände $H + H_{13} + H_{15}$ bzw. $H' + H'_{15}$ der Hauptpunkte desselben von der ersten bzw. letzten Fläche bekannt sind.

3. Die Abbildungsgesetze höherer Ordnung.

Im einfach asymmetrischen System habe ich für homogene Medien die vollständigen **Abbildungsgesetze zweiter Ordnung** deduziert. Durch die betreffenden Formeln ergeben sich zunächst zwei Asymmetrienwerte, welche die Güte der Strahlenvereinigung bestimmen, dann die Neigung der beiden Bildflächen zum Leitstrahl sowie in den Schnittpunkten desselben mit diesen Flächen die Krümmung der abbildbaren Linie und der Bildlinie des ersten Systems und die Krümmung der orthogonalen Trajektorien der abbildbaren Linien und der Bildlinien des zweiten Systems, endlich auch drei, den Grad und die Art der Objektunähnlichkeit der Bilder — die Distorsion — bestimmende Asymmetrienwerte. Hier soll nur die Strahlenvereinigung kurz besprochen werden.

Geht man in der Symmetrieebene eines einfach asymmetrischen Strahlenbündels unaufhörlich auf nächstliegende Strahlen über, so bilden die ersten Fokalpunkte auf den verschiedenen Strahlen zusammen eine krumme Linie, welche von den Strahlen berührt wird, die Schnittlinie der ersten kaustischen Fläche mit der Symmetrieebene, während die von den zweiten Fokalpunkten gebildete Schnittlinie mit der zweiten kaustischen Fläche überall, wo das Strahlenbündel astigmatisch ist, endliche Winkel mit den Strahlen bildet. Es mag nun allgemein der erste bzw. zweite Fokalabstand mit τ bzw. ς und erstere bzw. letztere Schnittlinie als τ- bzw. ς-Linie bezeichnet werden. Die Fig. 1 veranschaulicht das Verhalten dieser Linien zu dem Hauptstrahle

OF, $F_{„}$ mit den beiden Fokalpunkten F, $F_{„}$. Der Krümmungsradius AF, der τ-Linie im ersten Fokalpunkte wird mit R bezeichnet und stellt den direkten Asymmetrienwert des Strahlenbündels längs dem betreffenden Strahle dar. Wird wiederum im zweiten Fokalpunkte die Linie $BF_{„}$ senkrecht zur Tangente der ς-Linie gezogen, so ist der Abstand BF, des Schnittpunktes derselben mit der ersten Fokalebene vom ersten Fokalpunkte der transversale Asymmetrienwert des Strahlenbündels längs dem betreffenden Strahl und wird mit S bezeichnet. Hierdurch sind auch die Vorzeichen der Asymmetrienwerte bestimmt, so daß in dem in der Figur dargestellten Fall beide positiv sind, wenn die Richtung nach oben die positive ist. Das

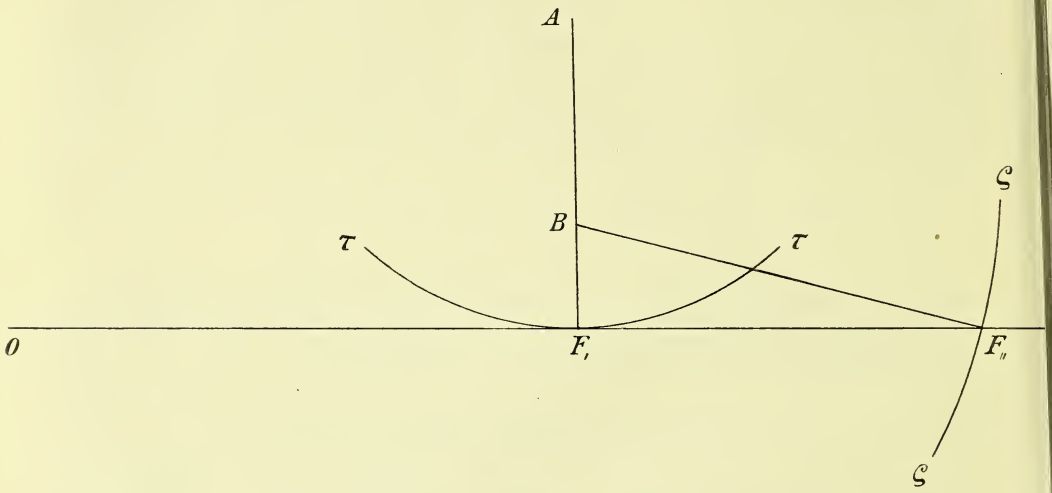

Fig. 1.

Vorzeichen der Brennstrecke E und des Winkels ϑ, den die ς-Linie mit der zweiten Fokalebene bildet, ergibt sich aus den definierenden Gleichungen

$$E = \varsigma - \tau \qquad S = -E \operatorname{tg} \vartheta$$

Die Schnittlinie der ersten kaustischen Fläche mit der ersten Fokalebene hat die Krümmung $-\frac{S}{E^2}$, indem der Krümmungsmittelpunkt im Schnittpunkte der Linie' AF, mit der in $F_{„}$ gezogenen Tangente der ς-Linie liegt. Wenn beide Asymmetrienwerte dasselbe Vorzeichen haben, hat diese Fläche somit eine sattelförmige Krümmung, und bei zunehmenden Asymmetrienwerten wird diese Form mehr rinnenähnlich, da der Krümmungsradius der τ-Linie immer größer, die Krümmung der Schnittlinie mit der ersten Fokalebene immer schärfer wird.

Die zweite kaustische Fläche hat, da sie in bezug auf die Tangentialebene symmetrisch ist, in der ς-Linie eine Kante. Die Schnittlinie derselben mit der Sagittalebene hat somit im zweiten Fokalpunkt eine Spitze, in welcher ihre zwei in derselben zusammenlaufenden Zweige einander berühren. Auf

dieselbe Weise verhält sich, sobald nicht $\vartheta = 0$ ist, die Schnittlinie mit der zweiten Fokalebene.

Wenn das Strahlenbündel längs einem Strahle anastigmatisch ist, so haben die beiden kaustichen Flächen desselben im betreffenden Fokalpunkte einen Berührungspunkt miteinander, wie es die Fig. 2 darstellt. Der Krümmungsradius der τ-Linie ist, wie im allgemeinen Falle gleich R, die Krümmung der ς-Linie gleich

$$-\frac{R - 2S}{S^2}$$

und der in der Fig. 2 repräsentierte Fall ist somit dadurch charakterisiert, daß R und R — 2 S dasselbe Vorzeichen haben. In den in der physiologischen Optik gewöhnlich vorkommenden Fällen haben beide Asymmetrienwerte gleiche Vorzeichen und ist der direkte Asymmetrienwert numerisch größer als der transversale. In diesen Fällen schneiden beide kaustischen Flächen die Fokalebene, indem ihre Schnittlinien in einer Spitze zusammen-

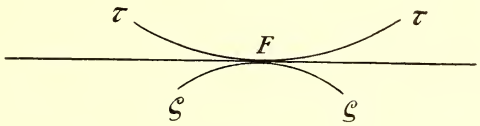

Fig. 2.

fallen. Die Tangenten der beiden in der Spitze zusammenlaufenden Zweige der Schnittlinien berühren einander aber nicht, sondern schließen einen spitzen Winkel ein, wodurch am entsprechenden Querschnitte des Strahlenbündels ein charakteristisches pfeilspitzenähnliches Aussehen entsteht.

Hiermit sind in den wesentlichen Zügen die exakten Beziehungen der Strahlenvereinigung im einfach asymmetrischen Strahlenbündel zu den dasselbe längs dem betreffenden Strahle charakterisierenden Asymmetrienwerten gegeben. Man kann aber auch zwei die Wellenfläche chrakterisierende Werte U W wählen, die durch die Gleichungen

$$U = \frac{R}{\tau^3} \qquad W = \frac{S}{\tau\varsigma^2}$$

erhalten werden, und welche die direkte bzw. transversale Krümmungsasymmetrie der Fläche im betreffenden Punkte darstellen. Während allgemein die Werte R S in den Strahlenbündeln angewendet werden, eignen sich die Werte U W besser zum Charakterisieren der brechenden Flächen des Abbildungssystems.

Diese Werte stellen auch Differentialquotienten der Funktionen dar, durch welche die Fokalabstände und lateralen Abweichungen im Strahlenbündel und die Hauptkrümmungen der Fläche von der Strahlenneigung bzw. vom Abstande des Flächenpunktes abhängig sind, und können als solche zu einer Serienentwicklung benutzt werden, welche ihre Bedeutung versinnlicht. Im Strahlenbündel seien $\tau_0\, \varsigma_0$ die von der Wellenfläche gemessenen Fokalabstände auf dem Hauptstrahl, $\tau\varsigma$ diejenigen auf einem be-

liebigen anderen Strahle, u v die Winkel, welche dieser Strahl mit der den Hauptstrahl enthaltenden Sagittalebene bzw. mit der Tangentialebene bildet, und $\xi\eta$ die Abstände der Schnittpunkte desselben Strahles mit der ersten bzw. zweiten Fokalebene von der Sagittal- bzw. Tangentialebene, während auf einer brechenden Fläche ϱ_0, $\varrho_{0\,''}$ die Krümmungsradien im Inzidenzpunkte des Leitstrahls, ϱ, $\varrho_{''}$ diejenigen in einem anderen Punkte darstellen, dessen Entfernung von der im Inzidenzpunkte senkrecht auf der Tangentialebene stehenden Linie gleich σ ist. Die betreffenden Serien sind

$$\tau = \tau_0 - \mathrm{Ru} + \cdots \qquad \varsigma = \varsigma_0 - \mathrm{Su} + \cdots$$

$$\xi = -\frac{1}{2}(\mathrm{Ru}^2 + \mathrm{Sv}^2) + \cdots \qquad \eta = -\mathrm{Suv} + \cdots$$

$$\frac{1}{\varrho_{,}} = \frac{1}{\varrho_{0\,,}} + \mathrm{U}\sigma + \cdots \qquad \frac{1}{\varrho_{''}} = \frac{1}{\varrho_{0\,''}} + \mathrm{W}\sigma + \cdots$$

und es stellen $\xi\eta$ die erste bzw. zweite laterale Abweichung des betreffenden Strahles dar. Wie ersichtlich, haben die Winkel u v bei positiven Fokalabständen dasselbe Vorzeichen wie die bezüglichen Koordinaten des Punktes, in welchem der Strahl die Wellenfläche schneidet. Diese Serien sind aber nur bei kleiner Blendenöffnung geeignet, anwendbare Annäherungswerte zu geben, während die dargestellten geometrischen Beziehungen von der Blendenöffnung unabhängig sind. Die von den Asymmetrienwerten abhängigen Abweichungen tragen in der Literatur der physikalischen Optik, wo sie aber bisher keine korrekte Darstellung gefunden haben, den Namen Koma.

Stellt das einfach asymmetrische Abbildungssystem einen Teil eines achsensymmetrischen optischen Systems dar, so ergeben sich verschiedene Vereinfachungen. Die Krümmung der abbildbaren Linien und Bildlinien des ersten Systems, welche zugleich orthogonale Trajektorien derjenigen des zweiten Systems sind, ergibt sich aus dem Achsenabstand, die drei die Distorsion bestimmenden Asymmetrienwerte sind voneinander abhängig, so daß es genügt, einen derselben zu kennen, den Asymmetrienwert des ersten Vergrößerungskoeffizienten, welcher besagt, um wieviel dieser Koeffizient beim Übergang auf einen nächstliegenden Objektpunkt verändert wird, und endlich ist auch die transversale Asymmetrie im Hauptstrahlenbündel, sowie die transversale Krümmungsasymmetrie der brechenden Flächen durch die betreffenden Fokalabstände p q bzw. die Krümmungsradien und durch den Neigungswinkel ϑ des Leitstrahls bzw. der Flächennormale zur achsensenkrechten Ebene bekannt, indem die Formeln

$$\mathrm{S} = -(\mathrm{q}-\mathrm{p})\,\mathrm{tg}\vartheta \qquad \mathrm{W} = -\frac{(\varrho_{''} - \varrho_{,})\,\mathrm{tg}\vartheta}{\varrho_{,}\,\varrho_{''}{}^2}$$

daraus resultieren, daß die zweite kaustische Fläche des Hauptstrahlenbündels und die zweite Krümmungsmittelpunktsfläche der brechenden Flächen auf die Umdrehungsachse zusammenschrumpft.

Die früher nur im achsensymmetrischen Abbildungssystem bekannten **Abbildungsgesetze dritter Ordnung** habe ich für symmetrische Systeme mit

homogenen Medien vollständig deduziert. Durch die bezüglichen Formeln erhält man vier die Güte der Strahlenvereinigung bestimmende Aberrationswerte, ebensoviele Variationskoeffizienten der Asymmetrienwerte, welche die Strahlenvereinigung in nächstliegenden Strahlenbündeln definieren, zwei, jedoch voneinander abhängige Distorsionswerte der Bildlinien, die zwei Hauptkrümmungen der beiden Bildflächen und endlich vier Distorsionswerte der Vergrößerungskoeffizienten. Hier soll wiederum nur kurz die Strahlenvereinigung besprochen werden.

Die vier Aberrationswerte werden mit $A_1\ G_1\ G_2\ A_2$ bezeichnet, und es stellen $A_1\ G_2$ die direkte bezw. transversale Aberration im ersten Hauptschnitt dar, während $A_2\ G_1$ dieselbe Bedeutung für den zweiten haben. Da die Hauptschnitte Symmetrieebenen darstellen, so haben beide kaustischen Flächen Kanten, welche in den ungleichnamigen Hauptschnitten liegen, und weisen ihre Schnittlinien mit den gleichnamigen Hauptschnitten in den betreffenden Fokalpunkten Spitzen auf. Diese Schnittlinien stellen die τ-Linien der

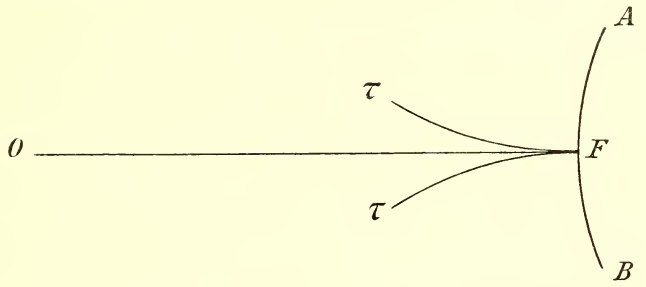

Fig. 3.

in den gleichnamigen Hauptschnitten, die Kanten aber die ς-Linien der in den ungleichnamigen Hauptschnitten verlaufenden Strahlen dar. Die Fig. 3 zeigt eine solche Schnittlinie mit ihrer Evolute A F B, welche die Krümmungsmittelpunkte derselben enthält. Der Krümmungsradius dieser Evolute im Fokalpunkt F ist eben der betreffende direkte Aberrationswert, während die Krümmung der Kante der ersten bzw. zweiten kaustischen Fläche gleich ist

$$-\frac{G_2}{E^2} \text{ bzw. } -\frac{G_1}{E^2}$$

wo, wie früher, E die Brennstrecke darstellt. Für letztere gilt die Beziehung

$$G_1 - G_2 = E = s_2 - s_1$$

wo die Fokalabstände mit $s_1\ s_2$ bezeichnet worden sind.

Ist das symmetrische Strahlenbündel längs der Schnittlinie der beiden Symmetrieebenen anastigmatisch, so fallen somit die beiden transversalen Aberrationswerte zusammen. Dabei haben nicht nur die τ-Linien sondern auch die ς-Linien Spitzen im Fokalpunkt. Der Krümmungsradius der Evolute der letzteren ist

$$\frac{4\,G^3}{(A - 3\,G)^2}$$

wo für A der direkte Aberrationswert in dem die ς-Linie enthaltenden Hauptschnitt einzusetzen ist. Diejenige Form dieser Strahlenbündel, welche für die physiologische Optik von Bedeutung ist, läßt sich dadurch charakterisieren, daß sämtliche Aberrationswerte dasselbe Vorzeichen haben und in beiden Hauptschnitten der direkte Aberrationswert numerisch größer als der transversale ist. In solchen Fällen verlaufen die beiden τ-Linien auf der ersten, die beiden ς-Linien auf der zweiten kaustischen Fläche, beide Flächen liegen auf einer und derselben Seite der Fokalebene, und von den Schnittlinien derselben mit einer zu dieser Ebene parallelen Ebene stellt diejenige der ersteren eine geschlossene Linie ohne Spitzen dar, während diejenige der letzteren vier, zu je zweien in den Symmetrieebenen liegende Spitzen hat und außerdem, wie die Fig. 4 zeigt, noch vier Spitzen haben kann. Die zweite kaustische Fläche hat somit immer zwei mit den ς-Linien zusammenfallende, durch den Fokalpunkt gehende Kanten und kann außerdem noch zwei solche Kanten haben. Letzteres ist bei gleichem Vorzeichen der Differenzen $A_1 - 3G$ und $A_2 - 3G$ der Fall.

Von besonderer Bedeutung für die physiologische Optik ist die Differenz $A_1 - A_2$, der Astigmatismus der Aberration und in den Fällen, wo dieser sehr klein oder gleich Null ist, die Differenz $A_1 + A_2 - 6G$, der Diagonalastigmatismus der Aberration. Wenn sowohl der Astigmatismus wie der Diagonalastigmatismus der Aberration gleich Null ist, können Symmetrieebenen in größerer Anzahl vorhanden sein, wobei auch Kanten in größerer Anzahl auf der zweiten kaustischen Fläche verlaufen und ein zur Fokalebene paralleler Schnitt derselben eine größere Anzahl nach dem Schema der Fig. 4 angeordneter Spitzen aufweist.

Fig. 4.

Die brechenden Flächen werden im Inzidenzpunkte durch vier Abflachungswerte $\Phi_1\ \Omega_1\ \Omega_2\ \Phi_2$ charakterisiert, von denen $\Phi_1\ \Omega_2$ die direkte bzw. transversale Abflachung im ersten Hauptschnitte messen, $\Phi_2\ \Omega_1$ dieselbe Bedeutung für den zweiten Hauptschnitt haben. Zwischen den beiden transversalen Abflachungswerten besteht die Beziehung

$$\Omega_1 - \Omega_2 = \frac{1}{\varrho_1\,\varrho_2}\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}\right)$$

wo $\varrho_1\ \varrho_2$ die Krümmungshalbmesser der Fläche sind. Die Beziehungen der Abflachungswerte der Wellenfläche zu den Aberrationswerten des Strahlenbündels sind

$$\Phi_1 = \frac{A_1}{s_1^{\,4}} \qquad \Omega_1 = \frac{G_1}{s_1^{\,2}\,s_2^{\,2}} \qquad \Omega_2 = \frac{G_2}{s_1^{\,2}\,s_2^{\,2}} \qquad \Phi_2 = \frac{A_2}{s_2^{\,4}},$$

Die Vorzeichen der Aberrationswerte ergeben sich aus den gegebenen Definitionen, die der Abflachungswerte aus letzteren Gleichungen. So ist z. B. immer der direkte Aberrationswert positiv, wenn die Spitze in die positive Richtung schaut, der direkte Abflachungswert, wenn der betreffende

Krümmungsradius im Inzidenzpunkte ein Maximum hat. Man muß sich aber hierbei erinnern, daß ein Maximum bei negativem Werte einem numerischen Minimum entspricht.

Die Bedeutung der Aberrationswerte für die Strahlenvereinigung wird auf folgende Weise durch Serienentwickelung veranschaulicht. Es seien s_{01} s_{02} die Fokalabstände auf dem Hauptstrahle, s_1 s_2 diejenigen auf einem beliebigen anderen Strahle, welcher die Winkel w_1 w_2 mit der zweiten bzw. ersten Symmetrieebene bildet, $\xi\,\eta$ die erste bzw. zweite laterale Abweichung des Strahles, und es seien wiederum ϱ_{01} ϱ_{02} die Krümmungsradien der brechenden Fläche im Inzidenzpunkte, ϱ_1 ϱ_2 diejenigen in einem anderen beliebigen Punkte, dessen Abstände von der zweiten bzw. ersten Symmetrieebene mit σ_1 σ_2 bezeichnet werden. Die Serien

$$s_1 = s_{01} - \frac{A_1 w_1^2}{2} - \frac{G_1 w_2^2}{2} + \ldots \qquad s_2 = s_{02} - \frac{G_2 w_1^2}{2} - \frac{A_2 w_2^2}{2} + \ldots$$

$$\xi = -\frac{A_1 w_1^3}{6} - \frac{G_2 w_1 w_2^2}{2} + \ldots \qquad \eta = -\frac{G_1 w_1^2 w_2}{2} - \frac{A_2 w_2^3}{6} + \ldots$$

$$\frac{1}{\varrho_1} = \frac{1}{\varrho_{01}} + \Phi_1 \frac{\sigma_1^2}{2} + \Omega_1 \frac{\sigma_2^2}{2} + \ldots \qquad \frac{1}{\varrho_2} = \frac{1}{\varrho_{02}} + \Omega_2 \frac{\sigma_1^2}{2} + \Phi_2 \frac{\sigma_2^2}{2} + \ldots$$

gelten dann für nächstliegende Strahlen bzw. Flächenpunkte und geben bei hinreichend enger Blende anwendbare Annäherungswerte.

Im achsensymmetrischen Abbildungssystem ergeben sich wesentliche Vereinfachungen. Die direkte Aberration ist in allen Meridianschnitten gleich und beträgt das Dreifache der transversalen; auf dieselbe Weise reduzieren sich die Variationskoeffizienten der Asymmetrienwerte zu einem einzigen, was auch mit den Distorsionswerten der Vergrößerungskoeffizienten der Fall ist. Da abbildbare Linien und Bildlinien Parallelkreise und Meridianlinien darstellen, so kommen auch die beiden Distorsionswerte der Bildlinien in Wegfall, und endlich hat man nur mit einer Krümmung jeder Bildfläche zu rechnen. Der Variationskoeffizient der Asymmetrienwerte trägt in der Literatur der physikalischen Optik den Namen Koma bei unendlich kleiner Strahlneigung, wobei öfters dieser wesentliche Zusatz vergessen wird. Die obenstehenden Serien nehmen die Form

$$s = s_0 - \frac{A w^2}{2} + \ldots \qquad \xi = -\frac{A w^3}{6} + \ldots \qquad \frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_0} + \Phi \frac{\sigma^2}{2} + \ldots$$

an, in welcher sämtliche Werte für eine beliebige Meridianebene gelten.

4. Die Untersuchung weit geöffneter Strahlenbündel.

Auf dieselbe Weise wie die Abbildung einer räumlich ausgedehnten Fläche durch ein optisches System nur durch wiederholte Untersuchungen einzelner Abbildungssysteme, d. h. nur in der nächsten Umgebung ausgewählter Leitstrahlen bekannt gemacht werden kann, so verhält sich auch die Untersuchung der Strahlenvereinigung in weit geöffneten Strahlenbündeln. Während

aber erstere Untersuchung wegen der geringen Ausdehnung des scharfen Bildfeldes im Auge und wegen der Bewegungen desselben beim Sehen keine Bedeutung für die Abbildung im Auge hat, sondern nur für die Abbildung in optischen Instrumenten, welche mit demselben kombiniert werden, so ist letztere Untersuchung von fundamentaler Bedeutung für die Kenntnis des im Auge entstehenden optischen Bildes. Man hat hierbei allgemein die Fokalabstände und die Asymmetrienwerte längs so vielen endlich geneigten Strahlen zu berechnen, wie es die Genauigkeit der zu erzielenden Kenntnis von der Strahlenvereinigung erforderlich macht.

Am einfachsten gestaltet sich diese Untersuchung im achsensymmetrischen Strahlenbündel. Es empfiehlt sich hierbei, den Neigungswinkel w eines Strahles gegen den Achsenstrahl bei konvergentem Lichte als positiv zu rechnen. Aus den Serien

$$R = A\,w + \ldots \qquad S = \frac{A\,w}{3} + \ldots$$

ergibt sich dann, daß bei positivem Fokalabstande — die folgende Untersuchung soll auf diesen Fall beschränkt werden — die Asymmetrienwerte längs unendlich wenig geneigten Strahlen stets das Vorzeichen des Aberrationswertes haben. Aus der Fig. 3 ist es sofort ersichtlich, daß dies für das ganze Strahlenbündel im allgemeinen Falle gilt. (Diese Fig. repräsentiert nach der Nomenklatur der technischen Optik den Fall nicht korrigierter sphärischer Aberration.) Wenn nämlich ein Strahl als Tangente des einen Zweiges der τ-Linie konstruiert wird, so ist laut der Definition des Neigungswinkels der Krümmungsmittelpunkt dieser Linie im Berührungspunkte auf der positiven Seite des Strahles belegen, wenn die Lichtbewegung von links nach rechts erfolgt, auf der negativen, wenn das Licht von rechts nach links geht. Da der Aberrationswert im ersteren Falle positiv, im letzteren negativ ist, so verhält sich demnach der direkte Asymmetrienwert auf dieselbe Weise. Daß aber die beiden Asymmetrienwerte dasselbe Vorzeichen haben, geht schon daraus hervor, daß die achsensenkrechte Schnittlinie der kaustischen Fläche einen Kreis darstellt, dessen Mittelpunkt auf der Achse liegt, die Fläche somit konvexkonkav (sattelförmig gekrümmt) ist. Da nur auf der kaustischen Fläche Schnittpunkte nächstliegender Strahlen vorkommen, so sieht man die Schnittlinie derselben als helle Linie auf einem Strahlenbündelquerschnitt, welcher durch passende Anbringung einer Schirmfläche erhalten wird. Schreitet man mit der achsensenkrechten Schirmebene in der Richtung der Lichtbewegung fort, so findet man bei positiver Aberration, daß die zuerst auftretende Schnittlinie der kaustischen Fläche mit der Begrenzungslinie des Strahlenbündelquerschnittes zusammenfällt. Dieses Verhalten findet statt, bis die Schirmlage den Ort des dünnsten Querschnittes des Strahlenbündels erreicht hat, wo die äußersten Strahlen die kaustische Fläche schneiden. In der Fig. 3 erhält man diesen Ort, wenn man die Tangente der τ-Linie in einem ihrer Endpunkte zieht. Von nun an wird der Strahlenbündelquerschnitt auf jeder folgenden Schirmlage immer größer, während der Querschnitt der kaustischen Fläche fortwährend kleiner wird, um schließlich in den axialen Fokalpunkt zusammenzuschrumpfen. Die negative

Aberration unterscheidet sich von der positiven nur durch die umgekehrte Reihenfolge der Querschnitte der kaustischen Fläche.

Eine andere Methode, die Aberration in diesen einfachen Fällen zu untersuchen, besteht in der Verschiebung eines kleinen Loches auf dem axialen Strahl, während man durch dasselbe in der Richtung nach der Lichtquelle blickt. Wenn diese Verschiebung in der Richtung der Lichtbewegung erfolgt, so daß das Loch anfangs nahe der Öffnung des Strahlenbündels gehalten wird, so sieht man zunächst nur einen kleinen kreisförmigen hellen Fleck im Zentrum der Öffnung, da nur die zentralen Strahlen durch das Loch dringen können. Werden dabei kleine seitliche Bewegungen mit dem Loch gemacht, so ist der Achsenabstand der Strahlen, welche durch das Loch gehen, immer von demselben Vorzeichen wie der Achsenabstand des Loches, weil sich die Strahlen nicht zwischen der Öffnung und dem Loche geschnitten haben, und es macht also der Lichtfleck scheinbar eine mit der Bewegung des Loches gleichsinnige Bewegung in der Öffnung. Dieses Verhalten bleibt unverändert dasselbe, bis die Lochebene die kaustische Fläche schneidet. Hier soll nur die charakteristische Erscheinung erwähnt werden, welche auftritt, wenn das Loch den Punkt erreicht hat, wo die äußersten Strahlen die Achse schneiden. Da hierbei neben den zentralsten auch die peripherstен Lichtstrahlen durch das Loch dringen, so sieht man außer dem hellen Lichtfleck in der Mitte der Öffnung noch einen hellen Ring am Rande derselben. Da nächstliegende Strahlen sich auf der kaustischen Fläche schneiden, so ist es aus der Fig. 3 ersichtlich, daß bei positiver Aberration die peripheren, in das Loch dringenden Strahlen sich geschnitten haben, die zentralen nicht, und daß bei negativer Aberration das umgekehrte Verhalten stattfindet. Wenn kleine Bewegungen in seitlicher Richtung mit dem Loch ausgeführt werden, so bewegt sich demnach der zentrale Lichtfleck in der Öffnung immer in entgegengesetzter Richtung gegen den hellen Rand. Das Vorzeichen der Aberration wird daher nur durch die Bewegung des zentralen Fleckes bestimmt, und es gilt die Regel, daß auf den Querschnitten des Strahlenbündels, wo der helle Ring gesehen wird, der zentrale Fleck bei positiver Aberration sich in derselben Richtung wie das Loch bewegt, bei negativer in der entgegengesetzten. In den Fällen, wo die kaustische Fläche große Dimensionen hat, stellt die Pupille des Auges ein hinreichend kleines Loch dar, um mit diesem Versuche das Vorzeichen der Aberration zu bestimmen. Ein geeignetes Strahlenbündel erhält man am einfachsten mit einer gewöhnlichen bikonvexen Linse von 14 bis 16 dptr, wie sie zum umgekehrten ophthalmoskopischen Bild angewendet werden, indem ein mit einer feinen Nadel gemachtes Loch in einem dünnen, gegen den Himmel oder vor einer Flamme gehaltenen Karton als Lichtquelle dient. Wenn anfangs das Loch im Brennpunkte der Linse liegt, so konstatiert man zunächst, daß das Bild desselben, wenn man es in einer Entfernung von 60 bis 80 cm beobachtet und dabei seitliche Bewegungen mit dem Kopfe ausführt, sich in derselben Richtung zu bewegen scheint. Vergrößert man nun den Abstand der Linse vom Loche allmählich, indem man darauf achtet daß sowohl das Loch als die Pupille des angewendeten Auges auf der Achse der Linse liegen, so sieht man bald den hellen Ring, und man kann konstatieren, daß bei seitlichen Bewegungen des Kopfes der zentrale helle Fleck

sich unverändert verhält, d. h. daß die Aberration positiv ist. Wer im Ophthalmoskopieren geübt ist, kann den Versuch in kürzester Zeit machen, das Kartonblatt in der einen, die Linse in der anderen Hand haltend.

Auch die optische Projektion im Strahlenbündel gibt ein Mittel ab, welches in diesen einfacheren Fällen das Vorzeichen der Aberration ergeben kann. Wenn die kaustische Fläche zwischen der Objektebene und der Schirmebene liegt, so hat der Projektionskoeffizient und der Distorsionswert desselben bei positiver Aberration gleiche Vorzeichen, bei negativer entgegengesetzte. Im ersteren Falle kehrt die Projektion einer auf der achsensenkrechten Objektebene liegenden, die Achse nicht schneidenden Linie die konvexe, im letzteren Falle die konkave Seite der Achse zu. Ersterer Fall wird in der Literatur der physikalischen Optik als kissenförmige, letzterer als tonnenförmige Distorsion bezeichnet. Erstere zeigt somit bei der angegebenen Versuchsanordnung positive, letztere negative Aberration an, während das umgekehrte Verhalten stattfindet, sobald Objekt und Schirmebene auf einer und derselben Seite der kaustischen Fläche gelegen sind. Wenn man diesen Versuch mit dem in einer bikonvexen Linse gebrochenen Strahlenbündel machen will, muß man sich aber daran erinnern, daß zwischen Objekt und Bild keine brechende Fläche vorhanden sein darf, wenn aus dem Distorsionswerte ein Schluß auf das Vorzeichen der Aberration gezogen werden soll. Das Phänomen wird leicht konstatiert, wenn eine parallel zur Öffnung der Linse gehaltene Nadel dicht an derselben vorübergeführt wird, gestattet aber, wie gesagt, nur dann einen Schluß auf das Vorzeichen der Aberration, wenn die Nadel sich zwischen Linse und Schirmebene befindet.

Auch auf andere Weise kann die optische Projektion ausgenützt werden. Der allgemeine Wert des Projektionskoeffizienten

$$C = K\,(1 - \delta' B),$$

in welchem für die optische Projektion innerhalb eines Strahlenbündels K=1 zu setzen ist und B die im zentralen Objektpunkte gemessene reduzierte Konvergenz desselben, δ' den reduzierten Abstand des Schirmes vom Objekt darstellen, wechselt ersichtlicherweise beim Verschieben des Schirmes das Vorzeichen in dem Augenblick, wo der betreffende Fokalpunkt auf die Schirmebene fällt. Die Abbildung durch die optische Projektion ist deshalb ungleichsinnig oder gleichsinnig, je nachdem der betreffende Fokalpunkt zwischen Objekt und Schirm belegen ist oder nicht, während eine im betreffenden Hauptschnitt verlaufende kurze Linie im Fokalpunkte als Punkt erscheint. Ein zweckmäßiges Objekt bildet eine in einer Meridianebene liegende Reihe von Löchern in einem die Öffnung des Strahlenbündels ausfüllenden Schirme. Indem man zwei beliebige, einander nächstliegende Löcher frei läßt, die übrigen aber zudeckt, kann man die Schirmlage ermitteln, welche dem betreffenden Fokalpunkte entspricht, und so die τ-Linie punktweise konstruieren. Dasselbe erreicht man mit einem in der Meridianebene verschiebbaren Loche: überall, wo die Projektion eine gleichsinnige Bewegung macht, ist der Projektionskoeffizient positiv und umgekehrt. Am allercharakteristischsten ist bei diesem Versuche die Erscheinung der Projektion auf dem mit dem Schirme leicht zu ermittelnden dünnsten Strahlenbündelquerschnitte: der Lichtfleck wandert hier, wenn das Loch quer durch

die Öffnung geführt wird, dreimal hin und her über den ganzen Querschnitt, und zwar ist die Anfangs- und Schlußbewegung bei positiver Aberration ungleichsinnig, bei negativer gleichsinnig.

Da die spezifische Helligkeit der zur Verfügung stehenden Lichtquellen eine untere Grenze für die Größe des zur Erzeugung der Strahlenbündel angewendeten leuchtenden Punktes setzt und wegen der Diffraktion die Durchmesser der angewendeten Löcher oder schattenwerfenden Körper nicht zu klein gemacht werden können, so erfordert die Untersuchung der Aberration mittels der optischen Projektion einen relativ großen Durchmesser des Strahlenbündels und eignet sich dieselbe praktisch nur für die einfachsten Fälle.

Ein approximatives Maß des Aberrationswertes in einem Strahlenbündel erhält man durch Messung des Durchmessers des Zerstreuungskreises in der Fokalebene oder des größten Querschnittes der kaustischen Fläche oder des Abstandes dieses Querschnittes von der Fokalebene. Diese Größen ergeben sämtlich durch die oben angeführten Serien den Aberrationswert, indem als Resultat der Messung der numerische Wert von 2ξ bzw. 4ξ bzw. $s—s_0$ erhalten wird. Es ist aber ersichtlich, daß der so gefundene Aberrationswert nur bei relativ geringer Strahlneigung anwendbar ist, und daß derselbe zu hoch oder zu niedrig ausfällt, je nachdem die Koeffizienten der Glieder höherer Ordnung in den Serien dasselbe Vorzeichen haben wie der Aberrationswert oder das entgegengesetzte. Die Abhängigkeit der lateralen Abweichung von dem Aberrationswerte hat dazu geführt, daß man die sogenannte Aberration eines Strahles mit einer Eigenschaft des Strahlenbündels verwechselt hat, indem die Glieder höherer Ordnung einfach vernachlässigt wurden.

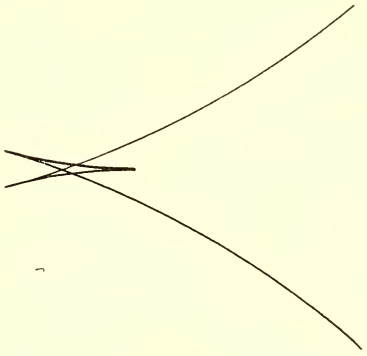

Fig. 5.

Während diese Verwechselung in dem eben untersuchten einfachen Falle relativ unschädlich ist, so führt sie bei komplizierterem Baue des Strahlenbündels — wie z. B. im Auge — zu grundfalschen Vorstellungen. Bei der sogenannten korrigierten sphärischen Aberration ist die Strahlenvereinigung nicht von homozentrischer Natur — gewisse Spezialfälle ausgenommen —, sondern die kaustische Fläche hat eine Kante, welche sich auf einem Meridianschnitt als zwei Spitzen kundgibt, wie die Fig. 5 zeigt. Wenn die Lichtbewegung von links nach rechts in der Figur erfolgt, so ist, wie ersichtlich, der Aberrationswert positiv. Der zwischen der Spitze und der Kante belegene Teil der kaustischen Fläche verhält sich im großen und ganzen wie bei der einfachen positiven Aberration. Zieht man in der Figur einen Strahl, welcher den entsprechenden zwischen zwei Spitzen gelegenen Teil der Schnittlinie der kaustischen Fläche berührt, so haben die Asymmetrienwerte auf demselben positives Vorzeichen. Der direkte Asymmetrienwert nimmt aber bei zunehmender Neigung des Strahles ab, um in dem Augenblick, wo der Strahl die nach dem Lichte zugekehrte Spitze der Schnittlinie berührt.

gleich Null zu werden. Wird dieser Strahl rückwärts bis in die Blendenöffnung verfolgt und durch den Schnittpunkt desselben mit der Blendenebene ein Kreis mit dem Blendenzentrum als Mittelpunkt gelegt, so entsteht eine Linie $R = 0$ bzw. $U = 0$, dadurch charakterisiert, daß längs sämtlichen Strahlen, welche dieselbe schneiden, der direkte Asymmetrienwert des Strahlenbündels bzw. die direkte Krümmungsasymmetrie der Wellenfläche desselben gleich Null ist. Beim Durchgang durch die Spitze wechselt der Krümmungsradius der Meridianschnittlinie der kaustischen Fläche, wie aus der Figur ersichtlich ist, das Vorzeichen, und der direkte Asymmetrienwert ist demnach bei zunehmender Neigung des Strahles negativ. Der transversale Asymmetrienwert bleibt aber nur positiv, bis die Neigung des Strahles eine solche geworden ist, daß er die kaustische Fläche in ihrem Schnittpunkte mit der Achse berührt, wo er den Wert Null erreicht, um dann bei noch mehr zunehmender Strahlneigung negativ zu sein. Durch Verfolgung der in diesem Schnittpunkte die kaustische Fläche berührenden Strahlen rückwärts bis in die Blendenöffnung erhält man hier auf oben angegebene Weise die Linie $S = 0$ bzw. $W = 0$, welche von größter Bedeutung für die Strahlenvereinigung ist. Da nämlich das Strahlenbündel längs jedem durch diese Linie gehenden Strahle anastigmatisch ist und die Fokalpunkte auf diesen sämtlichen Strahlen zusammenfallen, so besteht in dem Schnittpunkte der kaustischen Fläche mit der Achse eine vollständige Strahlenvereinigung erster Ordnung längs einer unendlich großen Anzahl durch denselben gehender Strahlen. Durch diese außerordentliche Güte der Strahlenvereinigung wird der betreffende Schnittpunkt für die optische Abbildung maßgebend. Wie aus der Figur ersichtlich, liegt derselbe auf der negativen Seite des axialen Fokalpunktes, so daß die durch die Linie $S = 0$ gehenden Strahlen immer noch eine negative laterale Abweichung haben. Bei zunehmender Neigung des Strahles wird aber schließlich erreicht, daß derselbe durch den axialen Fokalpunkt geht, um bei noch größeser Neigung eine positive laterale Abweichung zu haben. Es dürfte hierdurch ersichtlich sein, daß die laterale Abweichung des äußersten Strahles nichts von der Strahlenvereinigung aussagt, sondern daß dieselbe wesentlich vom Aberrationswerte auf der Achse und von den Linien $R = 0$ und $S = 0$ abhängig ist. Da man nun in der physiologischen Optik die Aberration durch erstere Abweichung hat messen wollen, war es nötig, dieselbe durch den Begriff der peripheren Totalaberration von den die Aberration wirklich charakterisierenden Größen zu unterscheiden. In dem in der Fig. 5 dargestellten Falle ist das Vorzeichen der peripheren Totalaberration nur von der Blendengröße abhängig, während die Strahlenvereinigung bei abnehmender Blendengröße nicht wesentlich berührt wird, bevor die Blende bis auf den Durchmesser der Linie $S = 0$ eingeengt worden ist, wohei die periphere Totalaberration dasselbe Vorzeichen der lateralen Abweichung aufweist wie in den unkomplizierten Fällen bei positiver Aberration, mithin positiv genannt wird. Bei einer solchen Blendengröße, daß die periphere Totalaberration gleich Null ist, wird der in der Fig. 5 dargestellte Fall in der Literatur der konstruktiven Optik als korrigierte sphärische Aberration mit positiven Zonen bezeichnet. Würde der Strahlengang umgekehrt werden, so wären die „Zonen“ negativ. Je nach der Größe der Blendenöffnung müßte von korri-

gierter, unterkorrigierter oder überkorrigierter „sphärischer“ Aberration die Rede sein.

Diese Konstitution kann in einem gegebenen Strahlenbündel an den Schnittlinien der kaustischen Fläche mit einer Schirmebene leicht konstatiert werden. Da nämlich, wie aus der Fig. 5 hervorgeht, sämtliche Strahlen, welche peripheriewärts von der Linie $R = 0$ die Blendenöffnung passieren, auch die Ebene, welche die Kante der kaustischen Fläche enthält, peripheriewärts von derselben schneiden, so folgt hieraus, daß bei der Verschiebung der Schirmebene in der Richtung der Lichtbewegung die zuerst sichtbare Schnittlinie der kaustischen Fläche nicht die Begrenzungslinie des Strahlenbündelquerschnittes ausmacht. Hierdurch ist die Gegenwart der Linie $R = 0$ in der Blendenöffnung konstatiert, und die fragliche Schnittlinie der kaustischen Fläche stellt eben die entsprechende Kante dar. Da auf derselben eine partielle Strahlenvereinigung zweiter Ordnung stattfindet, ist sie sehr leicht zu sehen. Je nach der Blendenöffnung erhält der zuletzt sichtbare Schnitt der kaustischen Fläche die Spitze oder die Schnittlinie des umgebogenen Teiles derselben oder auch beides. Bei partieller Zudeckung der Blendenöffnung verschwinden die entgegengesetzten Teile einer solchen Schnittlinie zuerst. Da dieses Verhalten nur möglich ist, wenn die in der betreffenden Linie die kaustische Fläche berührenden Strahlen eine größere Neigung als die durch die Linie $S = 0$ gehenden haben, so ist die Gegenwart dieser Linie in der Blendenöffnung konstatiert, sobald auf einem Querschnitte der kaustischen Fläche bei partieller Zudeckung der Blende eine Schnittlinie dieser Fläche von der entgegengesetzten Seite her verschwindet.

Die Durchmesser der Linien $R = 0$ und $S = 0$ erhält man bei sukzessiver Einengung der Blende, indem dieselben den bezüglichen kleinsten Blendendurchmessern entsprechen, bei welchen das Vorhandensein der betreffenden Linie in der Blendenöffnung noch konstatiert werden kann. Den Aberrationswert auf der Achse erhält man durch Messung des Durchmessers der Kante der kaustischen Fläche oder des Abstandes derselben von der Fokalebene auf oben angegebene Weise. Die Gegenwart einer Linie $R = 0$ beweist aber das Vorhandensein von Gliedern höherer Ordnung in den betreffenden Serien, welche entgegengesetztes Vorzeichen gegen den Aberrationswert haben, so daß das approximative durch die Messung erhaltene Resultat numerisch immer zu klein ist.

Das symmetrische Strahlenbündel wird nach hauptsächlich denselben Prinzipien untersucht wie das achsensymmetrische, nur sind die Verhältnisse etwas komplizierter. Wenn der Astigmatismus längs der Achse gleich Null ist, so hat jedoch die zweite kaustische Fläche eine mehr oder weniger verwickelte Form, welche im Aussehen der auf einer Schirmebene aufgefangenen Querschnitte zutage tritt. In den für die physiologische Optik in Frage kommenden Strahlenbündeln findet sich aber in jedem Hauptschnitte eine Schnittlinie der ersten kaustischen Fläche bei einer Schirmlage vor, wo die zweite noch nicht geschnitten wird, so daß das Vorhandensein einer Linie $R = 0$ auf dieselbe Weise konstatiert, die Aberration gemessen werden kann, wenn jeder Hauptschnitt für sich untersucht wird. Bei positiven Aberrationswerten und ausgeprägtem Astigmatismus der Aberration hat die kaustische Fläche auf der in der Richtung der Lichtbewegung fortgeschobenen Schirm-

ebene zunächst zwei kurze Schnittlinien, welche denjenigen Hauptschnitt senkrecht schneiden, in welchem die direkte Aberration den größeren Wert hat, um erst dann eine geschlossene Schnittlinie zu zeigen, wenn die Schirmebene die im anderen Hauptschnitte verlaufende τ-Linie schneidet. Liegt kein Astigmatismus der Aberration, wohl aber ein ausgeprägter Diagonalastigmatismus derselben vor, so hat das Strahlenbündel vier Symmetrieebenen, und der zuerst sichtbare Schnitt der kaustischen Fläche besteht aus vier kurzen Linien, welche zwei aufeinander senkrecht stehende Symmetrieebenen schneiden. Etwas weiter ab zeigt sich die Schnittlinie der zweiten kaustischen Fläche, und man erkennt deutlich die nach dem Schema der

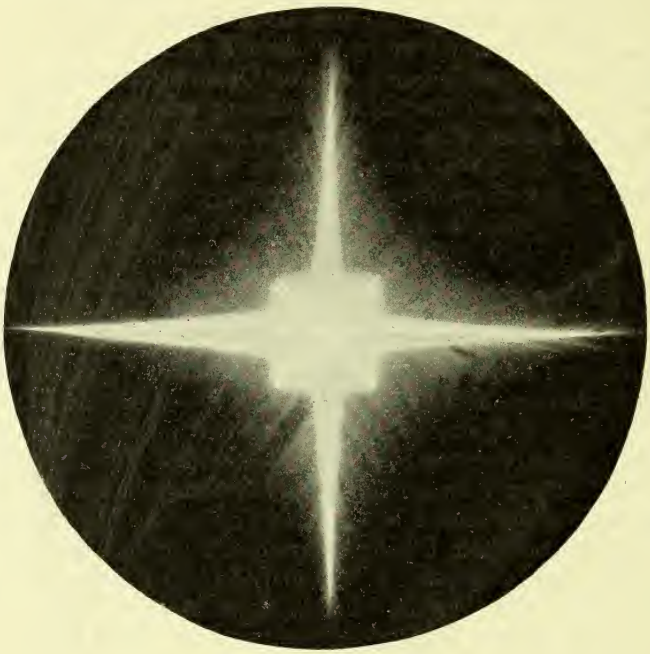

Fig. 6.

Fig. 4 angeordneten Spitzen. Die Figur stellt zwei Fälle dar, wo der Astigmatismus der Aberration nicht gleich Null ist. Wenn aber dies der Fall ist, so bilden die Ebenen, in welchen die Spitzen liegen, Winkel von 45^0 miteinander. Die am weitesten herausragenden Spitzen liegen in den Ebenen, wo die direkte Aberration den größten Wert hat, und verursachen auf einem der Spitze der kaustischen Fläche etwas näher belegenen Schnitte vier scharfe strahlenförmige Ausbuchtungen, wie die Fig. 6 zeigt. Dieselbe stellt die Photographie eines stark verkleinerten Sonnenbildes dar, unter Anwendung eines Objektives mit großer diagonalastigmatischer Aberration. Um hinreichend große Dimensionen der kaustischen Fläche zu erhalten, empfiehlt es sich, bei der experimentellen Erzeugung von Strahlenbündeln eine Telekombination zu verwenden, und diese Photographie wurde auch mit einer solchen erhalten, welche aus einer bizylindrischen Lupe und einem

kräftigen Okulare zusammengesetzt war. Um den größtmöglichen Wert der diagonalastigmatischen Aberration zu erhalten, wurden vier plankonvexe Zylinderlinsen von 6 dptr derart kombiniert, daß sämtliche die Planfläche dem Lichte zukehrten, während die Achsen der vordersten und hintersten Linse in einer Ebene, die Achsen der beiden übrigen in der auf dieser Ebene senkrecht stehenden orientiert waren. Da die Linsen tatsächlich nicht unendlich dünn sind, so entsteht auf diese Weise ein geringer Astigmatismus auf der Achse, welche durch eine passend angebrachte schwache Zylinderlinse vernichtet wird. Daß aus derselben Ursache ein geringer Astigmatismus der Aberration entsteht, ist in der Figur aus der verschiedenen Länge der strahlenförmigen Ausbuchtungen ersichtlich. Die zwischen denselben sichtbaren hellen Linien sind Schnittlinien der kaustischen Fläche. Wie durch partielle Zudeckung der Öffnung konstatiert werden kann, entstehen dieselben durch Lichtstrahlen, welche die Achse nicht geschnitten haben, während bei den strahlenförmigen Ausbuchtungen das entgegengesetzte Verhalten stattfindet. Diese sind in Übereinstimmung hiermit außen blau, jene außen rot gefärbt, wenn die Telekombination als Fernrohr gegen eine kleine Lichtquelle gerichtet wird.

Wenn weder der Astigmatismus noch der Diagonalastigmatismus der Aberration endliche Werte haben, so können Symmetrieebenen in größerer Anzahl vorhanden sein, und die mathemathische Analyse lehrt, daß dabei die Erscheinungen qualitativ dieselben sind. Bei acht Symmetrieebenen entstehen somit ebenso viele strahlenförmige Ausbuchtungen und tritt eine abgerundet achteckige Schnittfigur der kaustischen Fläche an Stelle der in der Fig. 6 sichtbaren viereckigen usw. Wenn es im diagonalastigmatischen Objektive nicht gelingt, den Achsen genau die vorgeschriebene Stellung zu geben, so resultieren Asymmetrienwerte höherer Ordnung, welche, ohne den Hauptcharakter der Erscheinungen zu verändern, dieselben komplizierter machen. Auf dieselbe Weise kann, wenn acht oder mehr strahlenförmige Ausbuchtungen vorliegen, durch Asymmetrienwerte höherer Ordnung die regelmäßige Anordnung derselben verloren gehen. Daß die Querschnitte der kaustischen Fläche beim Vorhandensein einer Linie $R=O$ in diesen Fällen noch verwickeltere Figuren darbieten können, ist ersichtlich. Obwohl nun die Strahlenvereinigung im Auge diese Form — die komplizierteste unter allen bekannten — aufweist, so ist dieselbe dennoch, seitdem die mathematische Analyse die Trennung des Wesentlichen vom Unwesentlichen ermöglicht hat, der Untersuchung leicht zugänglich, indem letztgenannte Linie auf gewöhnliche Weise gefunden und die übrigen diese Form der Strahlenvereinigungen charakterisierenden Erscheinungen ohne Schwierigkeit konstatiert werden können.

Ist das symmetrische Strahlenbündel längs der Achse astigmatisch, so liegen die einfachsten Verhältnisse vor, wenn nirgends Schnittlinien beider kaustischen Flächen in einer und derselben Ebene liegen. Da die τ-Linien auf beiden kaustischen Flächen dasselbe Verhalten zeigen wie im achsensymmetrischen Strahlenbündel, so lassen sich die direkten Aberrationswerte auf dieselbe Weise ermitteln, und auch die transversalen ergeben sich aus ähnlichen einfachen Untersuchungen, aber diese Fälle haben für die physiologische Optik keine Bedeutung, da im Auge wegen des Ver-

hältnisses der Blendenöffnung und der Aberration zur Brennstrecke unter einigermaßen physiologischen Verhältnissen immer Schnittlinien beider kaustischen Flächen auf einer und derselben Ebene liegen. Wenn keine Linie R=0 vorhanden ist, zeigen die Schnittlinien der kaustischen Flächen mit einem der Hauptschnitte den in der Fig. 7 dargestellten Typus. Die τ-Linie, welche im ersten Fokalpunkt eine Spitze hat, ist die Schnittlinie der einen,

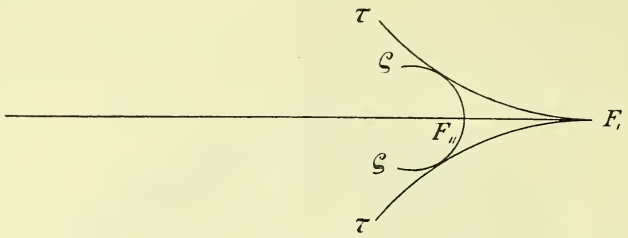

Fig. 7.

die ς-Linie, welche dieselbe in zwei Punkten berührt, fällt mit der Kante der anderen kaustischen Fläche zusammen, und längs den beiden, die kaustischen Flächen in den gemeinsamen Berührungspunkten tangierenden Strahlen ist das Strahlenbündel anastigmatisch. Auf dem zweiten Hauptschnitt finden sich Berührungspunkte zwischen den beiden Schnittlinien der kaustischen Flächen nicht vor. Die betreffende τ-Linie hat eine Spitze im zweiten Fokalpunkte, die ς-Linie geht mit endlicher Krümmung durch den ersten. Die Querschnitte eines solchen Strahlenbündels zeigen die in der Fig. 8 reproduzierten photographischen Aufnahmen, welche ich Herrn A. Odencrants verdanke. Das astigmatische Glied der Telekombination bestand aus einer sphärozylindrischen Kombination von 10 dptr sphärischer und 1 dptr zylindrischer Wirkung mit dem Lichte zugekehrter Zylinderfläche. Die Einstellung der verschiedenen Querschnitte erfolgte aber durch Veränderung des Abstandes der beiden Komponenten der Telekombination, so daß die gegenseitigen Größenverhältnisse derselben nicht richtig wiedergegeben worden sind. Denkt man sich in der Richtung der Lichtbewegung auf der Achse in der Fig. 7 blickend, während dieselbe um die Achse so gedreht wird, daß ihre Ebene senkrecht auf der Papierebene steht, so sieht man, wenn der Schirm in der Richtung der Lichtbewegung fortgeschoben wird, die Querschnittreihe der Fig. 8 von unten nach oben Revue passieren. Am ersten Querschnitte (am untersten Bild) ist nur die zweite kaustische Fläche vorhanden. Es gehören nämlich die peripheriewärts von den anastigmatischen Fokalpunkten belegenen Teile der τ-Linie der zweiten kaustischen Fläche an und umgekehrt, indem sich die beiden Flächen schneiden. Die nach oben und unten liegenden Endpunkte der Figur entsprechen also den in der Fig. 7 mit τ bezeichneten Punkten. Das nächste Bild zeigt Schnittlinien beider kaustischer Flächen. Die horizontal auslaufenden Spitzen sind Schnitte der durch den ersten Fokalpunkt gehenden, auf der ersten kaustischen Fläche liegenden Kante. Unmittelbar zentralwärts vom oberen und unteren Endpunkte liegen zwei Spitzen, welche den mit ς in der Fig. 7 be-

zeichneten Punkten entsprechen. Das dritte Bild zeigt den Querschnitt durch die beiden anastigmatischen Fokalpunkte, welche oben und unten durch das S. 21 erwähnte pfeilspitzenähnliche Aussehen leicht kenntlich sind. Der vierte Schnitt geht durch den zweiten Fokalpunkt und zeigt die vertikale zweite Fokallinie. Hier ergibt sich am deutlichsten, welche tatsächliche Bedeutung das Konoid von Sturm hat. Wollte man dasselbe zugrunde legen, so müßte dieser Querschnitt des Strahlenbündels mit der schmalen vertikalen Linie identisch sein. Der nächstletzte Schnitt fällt in die Brennstrecke, und endlich zeigt der letzte (das oberste Bild) die erste Fokallinie, indem derselbe die durch den ersten Fokalpunkt gehende Kante berührt.

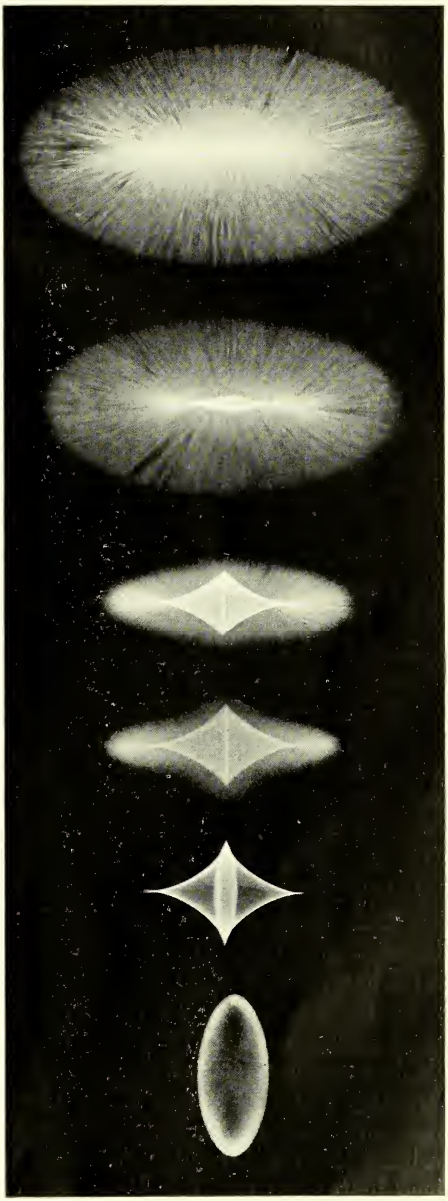

Fig. 8.

Der künstliche Astigmatismus bietet ein vortreffliches Mittel dar, um die Aberration eines achsensymmetrischen Strahlenbündels zu messen. Macht man nämlich dasselbe durch Vorschalten von Zylinderlinsen immer mehr astigmatisch, so erhält man durch das stärkste Zylinderglas, mit welchem noch Schnittlinien der beiden kaustischen Flächen auf einem und demselben Querschnitte erhalten werden können, ein Maß des Abstandes des Fokalpunktes vom größten Querschnitte der kaustischen Fläche, bzw. wenn eine Linie R=O vorhanden ist, von der entsprechenden Kante, ein Maß, welches von einer Variation der optischen Einstellung — im Auge also von der Akkommodation — praktisch unabhängig ist. Auch bei der durch strahlenförmige Ausbuchtungen charakterisierten Form der Strahlenvereinigung läßt sich diese Untersuchung anwenden, obwohl die kaustischen Flächen eine verwickeltere Form haben. Man kann sich leicht hiervon überzeugen, wenn man das in der Fig. 6 dargestellte Strahlenbündel astigmatisch macht.

Aus dem Obenstehenden geht hervor, daß bei der optischen Abbildung mit weitgeöffneten Strahlenbündeln verschiedene Querschnitte derselben je

nach der Forderung an Detailschärfe, Schleierfreiheit und Kontrast die besten Resultate geben werden. In den Fällen, wo auf einem Strahlenbündelquerschnitte zwei oder mehr kurze Schnittlinien der kaustischen Fläche sichtbar sind, entsteht bei entsprechender Schirmlage eine doppelte bzw. mehrfache Abbildung.

5. Die Helligkeit und Begrenzung der optischen Bilder.

Die strahlende Energie stellt, wenn die Wellenlänge zwischen gewissen Grenzen liegt, einen adäquaten Reiz der Netzhaut dar und wird dann Licht genannt. Da aber die Wirkung auf die Netzhaut bei verschiedener Wellenlänge nicht der auffallenden Energiemenge proportional ist, so kommt jeder Wellenlänge ein verschiedener Lichtwert zu. Derselbe wird in der Literatur auch als physiologischer Proportionalitätsfaktor bezeichnet. Die Lichtmenge einer monochromatischen Strahlung wird somit durch das Produkt der Energiemenge mit dem betreffenden Lichtwerte gemessen, ergibt sich aber bei zusammengesetztem Lichte aus der über das ganze Wellenlängengebiet ausgeführten Summation der den verschiedenen Wellenlängen entsprechenden Produkte. Die Lichtstärke eines leuchtenden Gegenstandes ist gleich der im Raumwinkel eins in der Zeiteinheit ausgestrahlten Lichtmenge. Die spezifische Lichtstärke, auch die spezifische Helligkeit oder die Leuchtkraft oder der Glanz genannt, ist gleich der Lichtstärke der Flächeneinheit des leuchtenden Körpers in der senkrechten Richtung. Die Lichtmenge, welche in der Zeiteinheit auf die Flächeneinheit eines Gegenstandes fällt, ist die Beleuchtungsstärke auf demselben. Da aber diese Lichtmenge von dem Vorhandensein des Gegenstandes unabhängig ist und die entsprechende Beleuchtungsstärke nur von der Neigung der Oberfläche abhängt, so wird auch der Begriff der Lichtdichte angewandt. Dieselbe ist in einem beliebigen vom Licht durchströmten Punkte gleich der Beleuchtungsstärke auf einer durch denselben senkrecht zu den Lichtstrahlen gelegten Fläche. Endlich wird die Gesamtheit der von einem leuchtenden Körper ausgegangenen, auf eine Fläche fallenden oder durch eine Öffnung hindurchgehenden Lichtstrahlen eine Lichtröhre genannt.

Die Verfolgung einer Lichtröhre durch ein optisches System ist ersichtlicherweise gleichbedeutend mit der Anwendung der Abbildungsgesetze auf Lichtquelle und Blendenöffnung, und es empfiehlt sich deshalb um so eher, die Helligkeit und Begrenzung der optischen Bilder zusammen zu untersuchen, als sich in der physiologischen Methodik die betreffenden Probleme zusammen aufstellen. Es wird aber hier genügen, die Gesetze erster Ordnung auf der Achse eines Umdrehungssystems vorzulegen. Hierzu ist dann ausdrücklich zu bemerken, daß die Resultate nur Limeswerte darstellen, welchen sich die reellen Werte unendlich nähern, wenn die Dimensionen der Lichtquelle und der Blendenöffnung unendlich gegen Null hin abnehmen.

Ist e die spezifische Intensität einer Lichtquelle, o die Flächenausdehnung derselben und p die Größe einer im endlichen Abstande a von der Lichtquelle belegenen Fläche, so ist bei unendlich kleinen Werten von o und p, wenn beide Flächenelemente senkrecht auf den Lichtstrahlen stehen, e o die Lichtstärke und

$$L = \frac{e\,o\,p}{a^2}$$

die gesamte Lichtmenge, welche in der Zeiteinheit einen beliebigen Querschnitt der Lichtröhre passiert. Es ist hierbei gleichgültig, ob die Lichtquelle aus einem selbstleuchtenden oder diffus lichtreflektierenden Körper besteht. Für die Lichtdichte E auf der Fläche p ergibt sich somit

$$E = \frac{e\,o}{a^2}$$

woraus hervorgeht, daß die Lichtdichte allgemein gleich dem Produkte der spezifischen Lichtstärke der Lichtquelle mit der Raumwinkelgröße derselben ist. (Die Raumwinkelgröße eines Flächenelementes in einem auf der Normale gelegenen Punkte ist gleich der mit dem Quadrate des Abstandes dividierten Flächengröße.)

Bei der optischen Abbildung der Lichtquelle in einem achsensymmetrischen System mag p p′ den Flächeninhalt der Ein- bzw. Austrittspupille, o′ den des Bildes der Lichtquelle und b den Abstand desselben von der Austrittspupille darstellen. Es sei ferner e′ die spezifische Lichtstärke des Bildes und n n′ der Brechungsindex im ersten und letzten Medium. Die in der Zeiteinheit einen Querschnitt der Lichtröhre im letzten Medium passierende Lichtmenge L′ ist dann

$$L' = \frac{e'\,o'\,p'}{b^2}$$

Da nun, wenn von der Lichtabsorption der Medien und von den Reflexionsverlusten abgesehen wird, $L' = L$ sein muß, so hat man nur in der allgemeinen Abbildungsgleichung $\varkappa K B = A$

$$\varkappa^2 = \frac{p'}{p} \qquad K^2 = \frac{o'}{o} \qquad A = -\frac{n}{a} \qquad B = \frac{n'}{b}$$

zu setzen, um

$$\frac{e'}{n'^2} = \frac{e}{n^2}$$

zu erhalten. Die spezifische Lichtstärke des Bildes ist somit nur von den Brechungsindizes abhängig und überall im System dem Quadrate des Brechungsindex proportional.

Wie aus der Definition der Lichtdichte hervorgeht, ist dieselbe im optischen Bilde

$$\frac{e'\,p'}{b^2}$$

Bei der Anwendung dieses Ausdruckes hat man aber zu beachten, daß allgemein verschiedenen Objektabständen verschiedene Austrittspupillen entsprechen, da in optischen Systemen u. a. jede Linsenfassung eine Blende darstellt. Die Austrittspupille ergibt sich durch Abbildung sämtlicher Blenden und Fassungen im Bildraum. Diejenige dieser abgebildeten Öffnungen, welche im Bildpunkte die kleinste Raumwinkelgröße hat, stellt die Austritts-

pupille dar. In der Fig. 9 sei AB das Bild einer Blendenöffnung, CD das einer Linsenöffnung, und es sei der einfachste Fall angenommen, daß zwischen diesen kein anderes Öffnungsbild liegt, und daß die Strahlen AD und BC durch sämtliche anderen abgebildeten Öffnungen gehen. Diese Strahlen schneiden einander im Achsenpunkte E, die Strahlen AC und BD schneiden die Achse im Punkte F, während die zum zentralen Objektpunkte I gehenden Strahlen das Linsenbild CD in den Punkten G und H schneiden. Es ist sofort ersichtlich, daß für das in I belegene Bild AB die Austrittspupille darstellt, solange I zwischen E und F liegt, daß aber für jenseits E oder F belegene Bilder CD die Austrittspupille ist. Wenn es sich um eine Abbildung in durchfallendem Lichte handelt, und bei der Bestimmung der Lichtdichte an anderen Stellen als im Bilde der Lichtquelle, kann unter Umständen dieses Bild die Austrittspupille darstellen. Wenn z. B. ceteris paribus in der Fig. 9 CD nicht das Bild einer Linse, sondern das der Lichtquelle vorstellt,

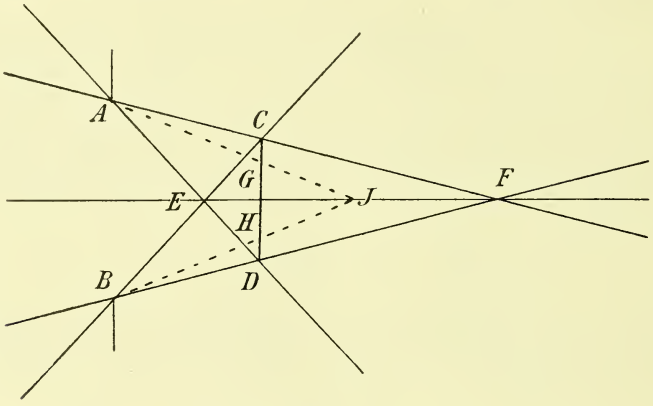

Fig. 9.

so stellt dieses Bild für die jenseits E oder F gelegenen Achsenpunkte die Austrittspupille dar. Es mag der Flächeninhalt von AB mit q' bezeichnet werden. Wenn keine Blende vorhanden wäre, so würde die Lichtdichte in einem Achsenpunkte, dessen Abstand von AB bzw. CD mit c bzw. d bezeichnet werden mag, analog wie im Objektraume durch den Ausdruck

$$E' = \frac{e' o'}{d^2}$$

erhalten werden. Wenn aber in der Fig. 9 I einen solchen Punkt darstellt, so ist es einleuchtend, daß von den jenseits der Punkte G und H gelegenen Punkten des Lichtquellenbildes kein Licht zu I gelangen kann, daß somit anstatt o' der durch den Durchmesser GH repräsentierte Flächeninhalt des Bildes der Lichtquelle in den Ausdruck für die Lichtdichte einzusetzen ist. Da nun aber GH : d = AB : c ist, so ist die Lichtdichte im Punkte I, so lange I zwischen E und F gelegen ist, d. h. wenn AB die Austrittspupille darstellt,

$$E' = \frac{e' q'}{c^2}$$

während, wenn CD die Austrittspupille ist, der obenstehende Ausdruck gültig bleibt. Auf ähnliche Weise werden die Fälle behandelt, wo die Lichtquelle nicht kreisförmig begrenzt und auf der Achse des optischen Systems zentriert ist. Bezeichnet man als nützliche Austrittspupille in bezug auf einen gegebenen Achsenpunkt im letzten Medium denjenigen Teil des von diesem Punkte aus unter kleinstem Winkel erscheinenden Öffnungsbildes, welcher mit demselben Punkte als Projektionszentrum in das Bild der Lichtquelle projiziert werden kann, und stellt allgemein p' den Flächeninhalt der nützlichen Austrittspupille, b den Abstand des betreffenden Achsenpunktes von derselben dar, so fallen die drei verschiedenen Ausdrücke für die Lichtdichte in einen zusammen und ergibt sich.

$$E' = \frac{e' p'}{b^2}$$

so daß die Lichtdichte auf einem Achsenpunkte allgemein gleich der mit dem Quadrate des relativen Brechungsindex und mit der Raumwinkelgröße der nützlichen Austrittspupille multiplizierten spezifischen Lichtstärke des Objektes ist.

Bei der Beurteilung der Verhältnisse beim Sehen empfiehlt es sich, das durch Kombination des Auges mit einem beliebigen optischen Systeme entstandene Vollsystem als das bewaffnete Auge zu bezeichnen. Es folgt dann aus dem Obenstehenden teils, daß auf der Netzhaut die Raumwinkelgröße der Austrittspupille im bewaffneten Auge — gleiche anatomische Pupillengröße vorausgesetzt — nie diejenige im unbewaffneten Auge überschreiten kann, daß somit die Lichtdichte bei der Abbildung auf der Netzhaut durch Vorschalten von optischen Instrumenten nie erhöht, wohl aber vermindert werden kann, teils aber auch, daß beim Sehen in Zerstreuungskreisen die Lichtdichte auf der Netzhaut unabhängig von der Lage des Objektes und der optischen Einstellung des Auges ist und denselben Wert wie bei der Abbildung hat, solange das Objekt eine solche Größe besitzt, daß das Bild desselben nicht als Austrittspupille funktioniert.

Unter sämtlichen im Bildraume entstehenden Bildern der Blenden und Fassungen im optischen System wird auf oben angegebene Weise die Austrittspupille für einen beliebigen Achsenpunkt im letzten Medium gefunden. Die übrigen Öffnungsbilder seien nach M. v. Rohr als Austritts-, ihre im Objektraume konjugierten Bilder als Eintrittsluken bezeichnet. In dem in der Fig. 9 veranschaulichten Falle, wo nur zwei Öffnungen wirken können, ist somit das Öffnungsbild, welches nicht die Austrittspupille darstellt, die einzig vorhandene Austrittsluke. Die Wirkung dieser Luken auf die Ausdehnung des Bildfeldes bzw. die Lichtdichte auf demselben ist durch die Figur 9 ersichtlich. Wenn z. B. in I eine achsensenkrechte Schirmebene vorhanden ist, so schneidet der durch die Strahlen AF und BF bestimmte Kegel aus derselben den durch die volle Aperturblende erleuchteten Teil aus. An einen jenseits des Schnittpunktes der Schirmfläche mit einer der Linien AF oder BF belegenen Punkt gelangt nur ein durch die Luke abgeschnittener Teil des durch die Austrittspupille gehenden Strahlenbündels, es besteht eine mit zunehmender Strahlneigung zunehmende Vignettierung.

Wie ersichtlich markieren die Fortsetzungen der Linien AC und BD die Grenze zwischen voll erleuchtetem und vignettiertem Felde, die der Linien AD und BC die äußere Grenze des vignettierten Feldes, solange die Schirmebene nach links von AB oder nach rechts von CD gelegen ist, während, wenn dieselbe zwischen den beiden Öffnungsbildern liegt, die Rolle dieser Linien vertauscht wird. Steht die Schirmebene in E oder F, so zieht sich das voll erleuchtete Feld auf einen Punkt zusammen, und das ganze Feld ist vignettiert. Sind wiederum mehrere Austrittsluken vorhanden, so finden sich im vignettierten Teile des Feldes eine entsprechende Anzahl von Zonen vor, wo die Vignettierung auf verschiedene Weise zustandekommt. Soll die Vignettierung eines optischen Bildes vermieden werden, so hat man entweder das Objekt selbst oder ein reelles optisches Bild desselben im System durch eine Feldblende abzugrenzen, deren Bildgröße im letzten Medium die des voll erleuchteten Feldes nicht übersteigt.

Da wegen der geringen Ausdehnung der Stelle deutlichen Sehens auf der Netzhaut das Sehen immer unter Bewegung des Auges vor sich geht, so hat man im bewaffneten Auge zwischen der Ausdehnung des scharf gesehenen Feldes und der des auf einmal gesehenen einen Unterschied zu machen. Nur für letzteres Feld wird die Austrittspupille auf oben angegebene Weise gefunden, für ersteres ist der Ort des Augendrehungspunktes ausschlaggebend, indem das scharfe Sehen erfordert, daß der die Spitze der kaustischen Fläche im Auge berührende Lichtstrahl nicht ausgeschlossen ist, und die Annahme, daß derselbe durch den Drehpunkt des Auges geht — also mit der Blicklinie zusammenfällt — für diese Frage keine in Betracht kommenden Fehler verursacht.

Die Blende, deren im Objekt- und Bildraum konjugierte Bilder die Ein- und Austrittspupille darstellen — die Aperturblende — hat in jedem Medium ein konjugiertes Bild, die Pupille des betreffenden Mediums. Es kann nun dieselbe Untersuchung, welche im letzten Medium bezüglich der Austrittspupille und der Austrittsluken oben beschrieben worden ist, ebensowohl in einem beliebigen anderen Medium ausgeführt werden, indem das Verhältnis der in diesem Medium entstandenen reellen oder virtuellen Bilder der verschiedenen Öffnungen und des Objekts ausschlaggebend ist. Wird diese Untersuchung im bewaffneten Auge in das zwischen vorgeschaltetem Instrument und Auge befindliche Medium verlegt, so hat man demnach die Ausdehnung und Vignettierung des Blickfeldes neben der des Gesichtsfeldes durch die betreffenden Pupillen und Luken zu bestimmen. Für das Blickfeld schrumpft die Pupille auf den Augendrehpunkt zusammen, für das Gesichtsfeld bei zentraler Blickstellung ist dagegen dasjenige Öffnungsbild, welches in dem Punkte, für welchen das Auge eingestellt ist, den kleinsten Winkeldurchmesser hat, die Pupille. Bei emmetropischem akkommodationslosem Auge ist somit das kleinste Öffnungsbild die Gesichtsfeldpupille in diesem Medium. Dasjenige vom Instrumente entworfene Öffnungsbild, welches im Augendrehpunkt den kleinsten Winkeldurchmesser hat, ist die Blickfeldblende und markiert die äußere Grenze des scharf gesehenen Feldes. Die Vignettierung des Blickfeldes, welche durch partielles Abschneiden der bei exzentrischer Blickstellung in das Auge eindringenden, zur Fovea konvergierenden Strahlenbündel zustande kommt, kann sowohl

durch andere Luken des Instruments, wie namentlich durch die Pupille des Auges verursacht werden.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse, wenn nur ein vom Instrumente entworfenes Öffnungsbild hinreichend klein ist, um in Wirkung treten zu können, wie es sich z. B. im astronomischen Fernrohr ohne Schwierigkeit erreichen läßt, wo das Bild der Objektivöffnung die Austrittspupille darstellt und andere Öffnungen hinreichend groß gemacht werden können. Wird die Austrittspupille eines solchen Instrumentes so verlegt, daß ihr Rand auf der Sphäre liegt, auf welcher sich der Rand der Eintrittspupille des Auges bei den Bewegungen desselben verschiebt, so ist es einleuchtend, daß die Vignettierung des Blickfeldes eben anfängt, wenn bei der Bewegung des Auges der Rand der Eintrittspupille desselben mit dem Rande der die Blickfeldblende darstellenden Austrittspupille des Instrumentes zusammenfällt, und daß somit im Augendrehpunkt der Winkeldurchmesser des unvignettierten Blickfeldes gleich dem Unterschiede der Winkeldurchmesser des ganzen Blickfeldes und der Eintrittspupille des Auges ist. Wenn die Austrittspupille des Instrumentes die gleiche Größe wie die Eintrittspupille des Auges hat, ist demnach das ganze Blickfeld vignettiert, und bei zunehmender Größe der Austrittspupille des Instrumentes entsteht im Zentrum desselben ein unvignettierter Teil, während die vignettierte Zone mit unveränderter Winkelbreite der sich erweiternden Außengrenze des Blickfeldes anliegt. Wird aber die Austrittspupille des Instrumentes kleiner als die Eintrittspupille des Auges, so entsteht wiederum im Zentrum des sich dabei verkleinernden Blickfeldes ein unvignettierter Teil, welcher sich bei zunehmeder Verengerung der Blickfeldgrenze immer mehr vergrößert, bis das ganze Blickfeld unvignettiert ist, was dann eintrifft, wenn der Winkeldurchmesser der Austrittspupille des Instrumentes sich bis auf die halbe Größe desjenigen der Eintrittspupille des Auges verkleinert hat.

Wird wiederum die Austrittspupille eines vorgeschalteten Instrumentes an eine solche Stelle verlegt, daß sie nicht als Blickfeldblende wirkt, so kann es eintreffen, daß die Eintrittspupille des Auges eine Gesichtsfeldluke wird. Wenn man z. B. in einem astronomischen Fernrohr das Okular durch eine Konvexlinse von großer Öffnung ersetzt, welche die Objektivöffnung aplanatisch abbildet, und dafür Sorge trägt, daß der Lichtweg vom Rande der Objektivlinse zum gleichzeitigen Teil des Randes der Okularlinse frei ist, so kann man die Austrittspupille an den Ort des Augendrehpunktes verlegen und durch Einengung der Objektivöffnung kleiner als die Eintrittspupille des Auges machen, wobei sie die am Orte der Blickfeldpupille liegende Gesichtsfeldpupille darstellt. Das Blickfeld ist dann nur von der Fassung der Okularlinse begrenzt, die Eintrittspupille des Auges wirkt aber als bewegliche Gesichtsfeldluke, so daß man zwar das ganze Blickfeld ausnützen, bei exzentrischer Blickrichtung aber nur einen kleinen Teil desselben auf einmal erleuchtet sehen kann. Bei kleiner Pupille und großer Öffnung der Okularlinse kann sogar in zentraler Blickrichtung die Lukenwirkung der Augenpupille auf das Gesichtsfeld zutage treten.

Das Gebiet der physiologischen Methodik, für welches die hier erörterten Fragen von größter Bedeutung sind — die Theorie des Augenspiegels im weitesten Sinne des Wortes — setzt aber auch die Kenntnis der Einwirkung

von anderen schattenwerfenden Körpern voraus. In einem Beleuchtungssystem, wo ein durchlochter Spiegel vorhanden ist, wirkt das Loch auf dieselbe Weise wie in einem dioptrischen System ein schattenwerfender Zentralschirm. Es mag nun in der Fig. 9 AB das Bild einer Blende, CD das eines Zentralschirmes darstellen. Da alles Licht durch das Bild der Blendenöffnung gehen muß, keines durch das des Zentralschirmes kommen kann, so ist es einleuchtend, daß das Viereck ECFD den Vollschatten begrenzt. Wenn bei hinreichend großer Lichtquelle der Lichtweg auf den Strahlen AD und BC im betreffenden Medium bis E frei ist, und diese Strahlen durch sämtliche Bilder der in den vorhergehenden Medien belegenen Öffnungen gehen, so erstreckt sich der Vollschatten in der Figur nicht weiter nach links als bis E. Ähnliches gilt für die Spitze des Schattenkegels in F bezüglich der Strahlen AC und BD. Auf einem beliebigen Achsenpunkte erhält man die Lichtdichte, indem man wie gewöhnlich die Pupille unter den Öffnungsbildern heraussucht und von der Raumwinkelgröße derselben die Raumwinkelgröße des Schirmbildes subtrahiert. Um die Hauptcharaktere der Lichtverteilung auf einer Schirmebene in einem einfachen Falle zu untersuchen, sei angenommen, daß das Lichtquellenbild und sämtliche übrigen Öffnungsbilder links von AB in der Figur gelegen und so groß sind, daß die Strahlen AD und BC durch dieselben gehen. Auf einer rechts von F gelegenen achsensenkrechten Ebene schneiden die durch die Strahlen AC und BD bzw. AD und BC repräsentierten Kegel eine zentrale und eine intermediäre Zone aus. Laut der gemachten Annahme stellt AB hier die Pupille dar und kann eine Vignettierung durch andere Luken nur in der peripheren Zone stattfinden. Projiziert man von einem beliebigen Punkte der Schirmebene aus das Schirmbild auf die Pupillenebene, so findet man, daß die nützliche Pupille in der zentralen Zone ringförmig, in der intermediären sichelförmig und bei hinreichender Größe der Lichtquelle in der peripheren kreisförmig ist. Geht man vom Achsenpunkte aus peripheriewärts auf der Schirmebene, so scheint sich der anfangs zentral in der Pupille gelegene runde Schatten in entgegengesetzter Richtung zu bewegen, um an der Grenze der zentralen Zone zur intermediären den Rand der Pupille zu erreichen und an der Grenze der intermediären Zone zur peripheren das Gebiet derselben zu verlassen. In der zentralen Zone besteht also gar keine, in der intermediären aber eine umgekehrte Vignettierung, indem die Raumwinkelgröße der nützlichen Pupille peripheriewärts zunimmt, während in der peripheren Zone durch Einwirkung der anderen Luken eine gewöhnliche Vignettierung vorhanden ist. Wird nun die Schirmebene auf der Achse nach links in der Figur verschoben, so nimmt die Lichtdichte auf der zentralen, sich stetig verkleinernden Zone immer mehr ab, um in F, wo diese Zone sich auf einen Punkt reduziert hat, gleich Null zu sein. Danach ist die zentrale Zone dunkel und erreicht in CD ihr Querschnittmaximum, während hier die intermediäre Zone verschwindet. In E verschwindet wiederum die zentrale dunkle Zone und erreicht die intermediäre ein relatives Breitenmaximum. Von E ab ist wieder die zentrale Zone hell mit zunehmender Lichtdichte. In AB ist sie allein vorhanden, während jenseits AB die drei Zonen wieder voneinander getrennt sind. Links von CD kann die intermediäre Zone und links von E auch die zen-

OPHTHALMIC HOSPITAL

trale dem Einflusse der gewöhnlichen Vignettierung durch Luken ausgesetzt werden, und in einem zwischen E und AB gelegenen Punkte hört AB auf, die Pupille darzustellen.

In vielen Problemen, besonders im Gebiete der Ophthalmoskopie bietet der Begriff des Strahlenraumes erhebliche Vorteile. Konstruiert man in einem optischen System sämtliche Strahlen, welche vom ersten Medium in das letzte gelangen können, so bilden dieselben zusammen einen soliden Körper, oder richtiger, da die Strahlen mathematisch nichts anderes sind als Linien, einen Raum, den Strahlenraum des Systems. Werden andererseits sämtliche Öffnungen und schattenwerfende Schirme in einem beliebigen Medium abgebildet, so stellen die geraden Linien, welche durch diese Öffnungen und neben den Schirmen gezogen werden können, die optischen Bilder der durch das System gehenden Strahlen dar und bilden zusammen das Strahlenraumbild des betreffenden Mediums, dessen reeller, d. h. zwischen den beiden das Medium begrenzenden Flächen gelegener Teil mit dem in demselben Medium liegenden Teile des Strahlenraumes identisch ist. Handelt es sich z. B. darum, in einem aus zwei Teilsystemen bestehenden optischen System eine Lichtquelle oder das optische Bild einer solchen derart im ersten Medium anzubringen, daß das Licht durch das erste Teilsystem geht, ohne in das letzte Medium zu gelangen, so hat man dieselbe, bzw. ihr optisches Bild innerhalb des Strahlenraumbildes des ersten Teilsystems, aber außerhalb desjenigen des Vollsystems zu verlegen.

Zieht man von den das Strahlenraumbild ausmachenden Linien nur diejenigen, welche durch einen ausgewählten Punkt gehen und das Bild der Lichtquelle schneiden, so erhält man das nützliche Strahlenraumbild in diesem Punkte, dessen Raumwinkelgröße ersichtlicherweise gleich der der nützlichen Pupille ist. In Fällen komplizierter Vignettierung gelangt man bei Untersuchung dieser am leichtesten zum Ziele, indem man das nützliche Strahlenraumbild durch Projektion ermittelt.

Wie schon oben bemerkt wurde, gelten die hier angeführten Gesetze nur auf der Achse eines Umdrehungssystems und nur bei unendlich kleiner Strahlneigung. Nur wenn das Ideal der kollinearen Abbildung realisierbar wäre, würde das Gültigkeitsgebiet derselben erweitert werden können. Da nun dies nicht der Fall ist, so bleibt nichts anderes übrig, als die Gesetze höherer Ordnung der Lichtverteilung auf dieselbe Weise zu ermitteln wie die der Abbildung, während die Einwirkung von Pupillen, Luken und Zentralschirmen, soweit es sich nur um die Feststellung der Grenze des vignettierten Feldes zu dem mit voller Pupille beleuchteten handelt, durch die exakten Gesetze der optischen Projektion bestimmt ist.

Das geringe Bedürfnis nach den Gesetzen höherer Ordnung der Lichtverteilung macht bis auf weiteres die Entwicklung derselben überflüssig. Man hat aber, wenn man die für unendlich kleine Strahlneigung geltenden Gesetze anwendet, stets im Gedächtnis zu behalten, daß dieselben zwar binnen gewissen Grenzen praktisch anwendbare Approximativwerte geben, daß aber auf der anderen Seite ein aus denselben gezogener Schluß in der Realität nie als exakt angesehen werden darf. Sonst würde man in ein ähnliches Labyrinth von Irrungen hineingeraten, wie es tatsächlich auf dem

Gebiete der optischen Abbildung durch die Anwendung des Sturmschen Konoides geschehen ist.

Hier soll nur der Übergang zu den Realitäten bei endlicher Strahlneigung angedeutet werden. Zunächst kann man sich ohne Schwierigkeit davon überzeugen, daß das Gesetz der spezifischen Lichtstärke und der Lichtdichte auch längs endlich geneigten Hauptstrahlen in einem Umdrehungssystem (wie überhaupt bei zusammensetzbaren Abbildungen) gültig ist, solange Objekt und Blende unendlich klein sind. Damit von einem Bilde des Objektflächenelementes die Rede sein könne, muß längs dem betreffenden Hauptstrahle anastigmatische Abbildung desselben vorliegen. Man hat dann in der oben angewendeten Deduktion bei reeller Eintrittspupille das Bild derselben am bequemsten auf die erste Fokalebene im Strahlenbündel der Austrittspupille zu projizieren, indem das Zentrum von o′ als Projektionszentrum dient, und mit beiden Abbildungen gesondert zu rechnen. Es ergibt sich auf diese Weise

$$p' = \frac{\varkappa_1 \varkappa_{11} b_1}{b_{11}} \cdot p \qquad o' = K_1 K_{11} o$$

wonach das Gesetz der spezifischen Lichtstärke aus den betreffenden Abbildungsgleichungen erhalten wird. Wenn auch die Eintrittspupille ein astigmatisches Bild darstellt, hat man damit analog zu verfahren. Auf ähnliche Weise ergibt sich das Gesetz der Lichtdichte, wobei man nur zu bemerken hat, daß allgemein die Raumwinkelgröße dem Produkte der Winkeldurchmesser in den beiden Hauptschnitten proportional ist. Bei astigmatischer Abbildung des Objektes sind die Fokalebenen auf dieselbe Weise zu behandeln wie andere Querschnitte des Lichtstromes. Um die Lichtdichte auf der ersten Fokalebene zu finden, hat man somit den Winkeldurchmesser des auf der zweiten Fokalebene liegenden Bildes zu bestimmen, welches durch den Abstand der äußersten hier abgebildeten Bildlinien bestimmt ist. Erst wenn dieser Winkeldurchmesser die Größe desjenigen der Austrittspupille erreicht, erhält der betreffende Querschnitt die volle Beleuchtung, indem es dann erst ausgeschlossen ist, daß das Bild des lichtaussendenden Objektes als Austrittspupille wirkt.

Bisher wurde angenommen, daß das Objekt senkrecht auf der Achse bzw. auf dem Hauptstrahle stehe. Wenn aber die Objektfläche vollkommen eben ist, so ist die von einem Flächenelemente desselben in schiefer Richtung ausgesendete Lichtmenge gleich dem Produkte der in senkrechter Richtung ausgesendeten mit dem Kosinus des von den beiden Richtungen eingeschlossenen Winkels. Auf der anderen Seite ist die senkrechte Querschnittgröße der Lichtröhre gleich dem Produkte der Größe des Flächenelementes mit demselben Kosinus, woraus folgt, daß die durch einen senkrechten Querschnitt der Lichtröhre gehende Lichtmenge von der Neigung der Objektfläche auf den Hauptstrahl unabhängig ist. Da vollkommen ebene Flächen nicht vorkommen, so ist dieses sogenannte Kosinusgesetz nicht mit absoluter Exaktheit auf physikalische Verhältnisse anzuwenden, sondern kommen Abweichungen von demselben vor, welche durch die Oberflächenbeschaffenheit bedingt werden. Für die Zwecke der physiologischen Methodik ist es aber hinreichend genau. Laut demselben Kosinusgesetze erhält man

die Beleuchtungsstärke in einem Flächenpunkte, wenn man die Lichtdichte mit dem Kosinus des Neigungswinkels des Hauptstrahles zur Flächennormale multipliziert.

Die Beleuchtungsstärke eines Flächenpunktes bei unendlich kleiner Blende ergibt bei endlicher Blendengröße den Differentialquotienten der Funktion, in welcher die Beleuchtungsstärke als von der Orientierung des Hauptstrahles abhängig dargestellt wird, und man erhält demnach die tatsächliche Beleuchtungsstärke bei endlicher Blendengröße durch eine Integration. Auf einer achsensenkrechten Ebene erhält man auf diese Weise ohne Schwierigkeit die Beleuchtungsstärke im Schnittpunkte mit der Achse bei endlicher Pupillengröße, wenn das Objekt hinreichend groß und gleichmäßig hell ist und das Kosinusgesetz als gültig angenommen wird. An das Objekt wird die Forderung gestellt, daß jeder vom betreffenden Achsenpunkte gezogene Strahl, rückwärts in den Objektraum verlängert, dasselbe schneidet, und daß in den Schnittpunkten die spezifische Lichtstärke konstant ist und die Oberflächenbeschaffenheit die Anwendung des Kosinusgesetzes erlaubt. Es ist dann die gesamte Beleuchtungsstärke auf dem Achsenpunkte

$$E' = e' \cdot \pi \sin^2 \vartheta'$$

wo ϑ' der Neigungswinkel des äußersten Strahles im Schirmraume ist. Auf das optische Bild kann dieses Gesetz somit allgemein angewendet werden, sobald das Objekt die Größe des Zerstreuungskreises bei Umkehrung des Strahlenganges hat. Das Problem der gesamten Beleuchtungsstärke auf einem in endlichem Abstande von der Achse gelegenen Punkte bei endlicher Blendenöffnung zu finden, ist viel komplizierter. Hier soll nur darauf hingewiesen werden, daß dieselbe mit zunehmender Entfernung immer mehr abnimmt, so daß der Effekt einer Vignettierung ohne Einwirkung von Luken entsteht.

Wie aus dem Obenstehenden hervorgeht, ergeben die exakten Gesetze erster Ordnung der Lichtverteilung in optischen Instrumenten nur die Differentiale der Lichtdichte oder der Beleuchtungsstärke längs den verschiedenen Strahlen, und muß die Untersuchung dieser Größen allgemein für verschiedene Punkte des optischen Bildes oder einer Schirmebene wiederholt werden. Es wird somit bei der Anwendung derselben vorausgesetzt, daß sowohl Objekt wie Blende eine endliche Ausdehnung haben. Wenn man an Stelle der exakten Gesetze die bei unendlich kleiner Strahlneigung geltenden anwendet, so geschieht auch hierdurch kein Schaden, solange man sich bewußt ist, daß auf diese Weise nur approximative Werte erhalten werden, d. h. solange man nicht die Fiktion macht, daß diese Gesetze für endliche Strahlneigung gültig sind. Man würde sonst ein dem Ideale der kollinearen Abbildung analoges Ideal aufstellen und mit diesem Ideale als mit einer Realität rechnen.

Wie die in der nächsten Umgebung des Achsenpunktes bei unendlich kleiner Blende mathematisch exakten Gesetze der kollinearen Abbildung ihre Gültigkeit verlieren, sobald die Bedingungen derselben physikalisch nachgeahmt werden, indem bei sehr kleiner Blendenöffnung die Diffraktion des Lichtes die Abbildung vereitelt, ebenso hört das Gesetz der spezifischen Lichtstärke der optischen Bilder auf, zu gelten, sobald die Bedingung, unter

welcher es oben hergeleitet wurde, nämlich daß die Raumwinkelgröße des Objektes unendlich klein ist, physikalisch nachgeahmt wird. Bei der physikalischen Abbildung durch Licht kann nämlich wegen der Diffraktion — auch wenn keine Aberration vorhanden wäre — ein mathematischer Punkt nur als endlich ausgedehnte Fläche abgebildet werden. Bei der Abbildung eines endlich großen, aber unendlich entfernten Objektes ist bei endlicher Größe der Eintrittspupille die durch einen Querschnitt der Lichtröhre in der Zeiteinheit gehende Lichtmenge exakt durch den oben angegebenen Wert $\frac{e\,o\,p}{a^2}$ definiert, während, wenn nunmehr o' die Größe der kleinen Fläche angibt, welche bei der physikalischen Abbildung an Stelle des mathematischen Punktes tritt, die Beleuchtungsstärke in derselben auf einer achsensenkrechten Schirmebene gleich $e' \pi \sin \vartheta'$ ist. Die Gleichung

$$\frac{e\,o\,p}{a^2} = k\,e'\,o'\,\pi \sin^2 \vartheta'$$

wo k eine von der Diffraktion und der Aberration abhängige Größe darstellt, nimmt dann für ein und dasselbe Objekt bei konstanter Austrittspupille die Form

$$e' = \frac{p\,C}{k\,o'}$$

an, wo C eine Konstante darstellt. Es folgt hieraus, daß die spezifische Lichtstärke des Bildes, welche von vornherein unendlich klein ist im Verhältnis zu der des Objektes, bei zunehmender Größe der Eintrittspupille zunimmt, solange die Austrittspupille unverändert bleibt und die Größe $k\,o'$ nicht in derselben Proportion wächst wie die Größe der Eintrittspupille. Dieser Fall ist nun bei der Kombination des Auges mit einem Fernrohre realisiert, wenn der Durchmesser der Eintrittspupille des bewaffneten Auges, d. h. in astronomischen und bei hinreichender Vergrößerung auch in Galileischen Fernrohren der Durchmesser der Objektivöffnung in derselben Proportion vergrößert wird, wie man die Vergrößerung des Instrumentes steigert. Hierauf beruht es, daß um so mehr Sterne sichtbar sind und photographiert werden können, je größer die Objektivöffnung des Instrumentes ist, und daß bei hinreichender Größe derselben und entsprechender Vergrößerung des Instrumentes die Sterne auch bei Tag sichtbar sind, indem die Beleuchtungsstärke auf den Bildern derselben, nicht aber auf dem Bilde des Himmels durch die Vergrößerung vermehrt wird. Daß dies ganz unabhängig von der Größe und räumlichen Verteilung der lichtperzipierenden Elemente der Netzhaut bzw. vom Korn der photographischen Platte der Fall sein muß, dürfte aus dem Obenstehenden hervorgehen. In neuerer Zeit werden zwar von physikalischer Seite[1]) diese Momente in den Vordergrund geschoben, aber es dürfte, wie ersichtlich, schon die schlichte Erklärung, die Helmholtz[2]) unter Hinzuziehung der kleinsten Zerstreuungskreise gab, der Wahrheit näher kommen.

1) Vgl. S. Czapski, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe. S. 244, 247. Leipzig 1904.

2) Handbuch der physiologischen Optik. 3. Aufl., Bd. I, S. 204. 1909.

6. Das Auge in Verbindung mit optischen Instrumenten.

Die optische Einstellung des Auges — die Refraktion desselben — wird am besten durch die reduzierte Konvergenz des im Auge einfallenden Strahlenbündels gemessen, welches nach der Brechung im optischen System einen Fokalpunkt auf der Netzhaut hat. Es folgt hieraus, daß der Abstand des scharf gesehenen Objektes, wenn dasselbe reell ist, einen negativen Wert hat. Die reduzierte Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels kann in einem beliebigen Punkte gemessen werden. Wegen der Einfachheit der Rechnungen empfiehlt es sich aber, hierzu den vorderen Hauptpunkt des brechenden Apparates zu wählen. In der auf die Hauptpunkte bezogenen allgemeinen Abbildungsgleichung

$$B = A + D$$

ist dann A die in Dioptrien ausgedrückte Refraktion des Auges, D die Brechkraft des optischen Systems und $\frac{1}{B} = b$ der reduzierte Abstand der Netzhaut vom hinteren Hauptpunkte, während $\frac{1}{A} = a$ den reduzierten Abstand des scharf gesehenen Punktes vom vorderen Hauptpunkte bedeutet. Wenn, wie gewöhnlich, das vor dem Auge befindliche Medium Luft ist, so ist der reduzierte Abstand gleich dem wirklichen Abstand. Es empfiehlt sich aber, die Formeln von vornherein auch für den Fall zu deduzieren, wo andere Medien vorliegen, damit dieselben z. B. auch für das Sehen unter Wasser direkt verwendet werden können, und es wird deshalb im folgenden überall von reduzierter Konvergenz und reduzierten Abständen gesprochen werden. Bei $A = 0$ ist das Auge emmetropisch, während bei positivem bzw. negativem Werte von A Hypermetropie bzw. Myopie vorliegt. Bei Astigmatismus des Auges ist wiederum die Refraktion desselben in den beiden Hauptschnitten verschieden, und der Grad des Astigmatismus wird eben durch den Refraktionsunterschied gemessen. Da durch die Akkommodation die optische Einstellung des Auges verändert wird, so gibt es eine innerhalb der vom Fernpunkt und Nahepunkt gegebenen Grenzen belegene Unendlichkeit von Refraktionszuständen. Wenn rp den reduzierten Abstand des Fernpunktes bzw. Nahepunktes vom ersten Hauptpunkt darstellen, RP die entsprechenden reduzierten Konvergenzwerte sind, so kann das Auge jede zwischen diesen Werten belegene Refraktion haben, und die Differenz

$$R - P$$

ist die Akkommodationsbreite, indem durch die Akkommodation zwar die Brechkraft des optischen Systems vermehrt, die Refraktion aber vermindert wird. Wenn aber schlechthin von der Refraktion des Auges gesprochen wird, so versteht man darunter die Einstellung auf den Fernpunkt in Luft.

Wird die Refraktion in einem beliebigen Punkte M gemessen, dessen Ort dadurch bestimmt ist, daß der reduzierte Abstand des ersten Hauptpunktes des Auges von demselben gleich m ist, und welcher somit bei positivem m vor dem Auge liegt, so hat man, wenn die Refraktion im Punkte m mit A_m bezeichnet wird,

$$\frac{1}{A_m} = \frac{1}{A} + m$$

woraus sich ergibt

$$A_m = \frac{A}{1 + m A} \qquad A = \frac{A}{1 - m A_m}$$

Im Falle $m = \frac{1}{D}$ ist $A_m = L$, indem die reduzierte Konvergenz des im Auge einfallenden Strahlenbündels im vorderen Brennpunkte desselben gemessen wird. Ist m gleich dem Abstand, in welchem eine Brille vor dem Auge getragen wird, so pflegt auch A_m als die Gläserrefraktion oder als Korrektionswert der Refraktion bezeichnet zu werden. Der reduzierte Gesichtswinkel eines scharf gesehenen Objektes oder optischen Bildes mit dem Durchmesser α sei im Punkte M gemessen und durch die Beziehung

$$\omega^m = \alpha A_m$$

definiert, so daß derselbe bei reellem Objekte einen negativen Wert hat. Wenn M mit dem ersten Hauptpunkt bzw. mit dem ersten Brennpunkt des Auges zusammenfällt, sei der betreffende Winkel mit $\omega_h = \alpha A$ bzw. $\omega_f = \alpha L$ bezeichnet und als der reduzierte Hauptpunkt- bzw. Fokalpunktwinkel gekennzeichnet. Das Verhältnis der Netzhautbildgröße β zu diesen Winkeln ergibt sich aus den allgemeinen Abbildungsgleichungen

$$KB = A \qquad KD = L$$

in welchen es bei der geringen Größe des auf einmal scharf gesehenen Gegenstandes erlaubt ist, K durch $\frac{\beta}{\alpha}$ zu ersetzen. Man erhält

$$\frac{\beta}{\omega_h} = b \qquad \frac{\beta}{\omega_f} = \frac{1}{D}$$

woraus hervorgeht, daß das Verhältnis der Netzhautbildgröße zum Fokalpunktwinkel nur von der Brechkraft des optischen Systems, das Verhältnis derselben zum Hauptpunktwinkel nur von der reduzierten Achsenlänge des Auges abhängig ist.

Da nun die vorkommenden Variationen der Brechkraft des optischen Systems des Auges in der Regel von der Ametropie unabhängig sind, diese wiederum gewöhnlich durch eine Veränderung der reduzierten Achsenlänge des Auges bedingt wird, so stellt der Fokalpunktwinkel allgemein ein von der Refraktion unabhängiges Maß der Netzhautbildgröße dar. Auf der anderen Seite verschieben sich die Hauptpunkte des Auges bei den praktisch in Betracht kommenden Graden der Akkommodation so wenig, daß es erlaubt ist, die reduzierte Achsenlänge als von derselben unabhängig anzusehen, woraus folgt, daß der Hauptpunktwinkel ein von der Akkommodation des Auges unabhängiges Maß des Netzhautbildes darstellt.

Im allgemeinen Falle erhält man aber aus der Gleichung

$$\varkappa_m K B_m = A_m$$

wo $\varkappa_m$ den Vergrößerungskoeffizienten in dem dem Punkte M konjugierten Punkte und B_m den reziproken Wert des reduzierten Abstandes der Netzhaut von demselben darstellt, ein Maß, welches sowohl vom Grade der Ametropie wie von der Akkommodation abhängig ist. Man hat nämlich

$$\varkappa^m = \frac{1}{1 - m\,D} \qquad \frac{1}{B} = b + \frac{m}{1 - m\,D}$$

und erhält somit

$$\frac{\beta}{\omega_m} = \frac{1}{\varkappa_m B_m} = m + b\,(1 - m\,D)$$

welcher Ausdruck für $m = 0$ bzw. $m = \frac{1}{D}$ in die oben angeführten, den Hauptpunkt- bzw. den Fokalpunktwinkel enthaltenden Formeln übergeht.

Unter Anwendung der verkürzten Bezeichnung

$$m_0 = m - \frac{1}{D}$$

lassen sich die Relationen der verschiedenen Winkel ω zueinander in folgenden Gleichungen zusammenfassen:

$$\omega_m : \omega_h : \omega_f = \frac{B}{m\,B - m_0\,D} : B : D = A_m : A : L =$$
$$= 1 : (1 + m\,A) : (1 + m_0\,L) = (1 - m\,A_m) : 1 : \left(1 - \frac{L}{D}\right) =$$
$$= (1 - m_0\,A_m) : \left(1 + \frac{A}{D}\right) : 1$$

welche durch oben angegebene Beziehungen leicht verifiziert werden können.

Wird ein optisches System mit dem des Auges kombiniert, so ist ersteres als das erste Teilsystem zu bezeichnen, indem die positive Richtung als mit der Bewegungsrichtung des beim Sehen wirksamen Lichtes zusammenfallend gewählt wird. Um aber die schon angewendeten Bezeichnungen nicht zu ändern, seien für das zweite Teilsystem, das optische System des Auges, die Buchstaben DAL usw. wie oben angewendet, während die entsprechenden Größen in bezug auf das erste Teilsystem mit $D_0\,A_0\,L_0 \ldots$ und betreffend das Vollsystem — das optische System des bewaffneten Auges — mit $D_t A_t L_t$ usw. bezeichnet werden. Die lineare Größe des Gegenstandes ist somit α_0, während $\beta_0 = \alpha$ die Größe des vom ersten Teilsystem entworfenen und vom Auge gesehenen optischen Bildes desselben darstellt. Ferner sei δ_m bzw. Δ_m der reduzierte Abstand des Punktes M vom zweiten Hauptpunkt bzw. vom zweiten Brennpunkt des ersten Teilsystems und seien diese Abstände für $m = 0$ bzw. $m = \frac{1}{D}$ mit $\delta\,\Delta$ bzw. $\delta_f\,\Delta_f$ bezeichnet, so daß die Beziehungen

$$\delta = \Delta + \frac{1}{D_0} = \delta_f + \frac{1}{D} = \delta_m + m$$
$$\delta_f = \Delta_f + \frac{1}{D_0} \qquad \delta_m = \Delta_m + \frac{1}{D_0}$$

gelten, wenn das erste Teilsystem nicht afokal ist. Aus den Formeln (3b) bis (3e) ergeben sich dann folgende Werte für das bewaffnete Auge

$$D_t = D_0 (1 - \Delta D) = D (1 - \delta_f D_0) = - \Delta_f D D_0$$

$$H_t = \frac{\delta}{1 - \delta_f D_0} = - \frac{\delta}{\Delta_f D_0} \qquad ' = - \frac{\delta D_0}{D (1 - \delta_f D_0)} = \frac{\delta}{\Delta^f D}$$

Allgemein ist

$$B_0 = A_0 + D_0 \qquad L_0' = - \frac{D_0^2}{L_0} \qquad A_m = \frac{B_0}{1 - \delta B_0} = \frac{L_0'}{1 - \Delta_m L_0'}$$

und man erhält somit die Refraktion des Auges im Punkte M aus den Konstanten des vorgeschalteten Systems und dem Ort des Gegenstandes durch die Beziehungen

$$A_m = \frac{A_0 + D_0}{1 - \delta_m (A_0 + D_0)} = - \frac{D_0^2}{L_0 + \Delta_m D_0^2}$$

welche für $\delta = 0$ bzw. $\delta_f = 0$ die Werte

$$A = A_0 + D_0 \text{ bzw. } L = A_0 + D_0$$

und für $\Delta = 0$ bzw. $\Delta_f = 0$ die Werte

$$A = - \frac{D_0^2}{L_0} \text{ bzw. } L = - \frac{D_0^2}{L_0}$$

ergeben. Diese vier Spezialfälle sind überdies auf folgende Weise charakterisiert. Bei $\delta = 0$ ist die Brechkraft des Vollsystems gleich der Summe der Brechkraftwerte der Teilsysteme, und der vordere Hauptpunkt des Auges wird durch Vorschalten des ersten Teilsystems um den Betrag des Hauptpunktsinterstitiums desselben nach vorn verschoben, während der hintere Hauptpunkt unbeeinflußt bleibt. Bei $\delta_f = 0$ wird die Brechkraft des optischen Systems des Auges durch die Bewaffnung nicht verändert, der vordere Hauptpunkt rückt wiederum um den Betrag des Hauptpunktsinterstitiums des vorgeschalteten Systems nach vorn, während der hintere Hauptpunkt um die reduzierte Strecke $\frac{D_0}{D^2}$ gleichfalls nach vorn rückt. Bei $\Delta = 0$ ist die Brechkraft des Vollsystems gleich der des ersten Teilsystems, und der erste Hauptpunkt desselben liegt im Abstande $\frac{D}{D_0^2}$ vom gleichnamigen Hauptpunkt des vorgeschalteten Systems dem Auge näher, während der zweite Brennpunkt des Vollsystems mit dem zweiten Hauptpunkte des Auges zusammenfällt. Endlich ist bei $\Delta_f = 0$ das Vollsystem afokal mit dem Vergrößerungskoeffizienten $- \frac{D_0}{D}$ und der erste Brennpunkt des ersten Teilsystems dem hinteren Brennpunkte des Auges konjugiert.

Zur Bestimmung der Abhängigkeit der Netzhautbildgröße von der Objektgröße im Vollsystem empfiehlt es sich, da die Beziehungen der ersteren zu den verschiedenen Winkeln ω_m schon ermittelt worden sind,

die Beziehungen dieser Winkel zur Größe des Objektes bzw., wenn dasselbe unendlich weit entfernt ist, zur Winkelgröße desselben zu untersuchen. Werden aus der Gleichung

$$\beta_0 B_0 = \alpha_0 A_0$$

unter Anwendung obenstehender Formeln A_0 und B_0 eliminiert, so erhält man für die Vergrößerung eines optischen Instrumentes

$$-\frac{\omega_m}{\alpha_0} = D_0 - A_m (1 - \delta_m D_0) = D_0 (1 + \Delta_m A_m)$$

in welcher Formel das negative Vorzeichen von der umgekehrten Abbildung im Auge herrührt, da die Winkel ω_m direkt der Netzhautbildgröße proportional sind. Für den Fall eines unendlich entfernten Objektes stellt $\alpha_0 A_0$ die Winkelgröße desselben dar, welche somit bei reellem Objekt negativ ist. Man hat dann nur B_0 zu eliminieren und erhält, nachdem $A_0 = 0$ gesetzt worden ist,

$$\frac{\omega_m}{\alpha_0 A_0} = \frac{1}{1 - \delta_m D_0} = 1 + \delta_m A_m$$

Bei $D_0 = 0$, wenn also das vorgeschaltete System afokal ist, verlieren diese Formeln ihre Gültigkeit. Man hat dann nur die reduzierte Konvergenz A_0 des in das vorgeschaltete System einfallenden Strahlenbündels in dem dem Punkte M konjugierten Punkte zu messen und erhält

$$\frac{\omega_m}{\alpha_0 A_0} = k$$

wo k den reduzierten angulären Vergrößerungskoeffizienten des afokalen Systems darstellt. Für den Fall eines endlich entfernten Objektes kann man A_0 mit der Gleichung

$$A_m = B_0 = k^2 A_0$$

eliminieren, wodurch sich ergibt

$$-\frac{\omega_m}{\alpha_0} = -\frac{A_m}{k}$$

Will man die allgemeingiltige Vergrößerungsformel haben, so läßt man am einfachsten $\varkappa_0$ den Vergrößerungskoeffizienten im Punkte M darstellen und mißt die reduzierten Konvergenzen $B_0 = A_m$ bzw. A_0 in diesem Punkte bzw. in dem demselben im Objektmedium konjugierten Punkte. Aus den allgemeinen Abbildungsgleichungen (1) erhält man dann die beiden Ausdrücke

$$-\frac{\omega_m}{\alpha_0} = D_0 - \varkappa_0 A_m \qquad \frac{\omega_m}{\alpha_0 A_0} = \frac{1}{\varkappa_0}$$

welche, da einesteils bei endlichem Brechkraftwerte $\varkappa_0 = 1 - \delta D_0$ ist, anderenteils der in afokalen Systemen überall konstante reduzierte anguläre

Vergrößerungskoeffizient mit dem reziproken Werte von $\varkappa_0$ zusammenfällt die oben deduzierten Formeln enthalten.

Was den Begriff der Vergrößerung eines optischen Instrumentes betrifft, so kann bei unendlich entfernten Gegenständen nur von dem Verhältnis einer Winkelgröße zu einer Winkelgröße die Rede sein, die Vergrößerung somit nur durch eine Zahl gemessen werden. Andererseits ist bei starker Brechkraft und kleinen Gegenständen ein solches Maß der Vergrößerung ohne die Einführung einer willkürlichen Größe praktisch unanwendbar. Will man in diesen Fällen ein von willkürlichen Größen unabhängiges Maß der Vergrößerung haben, so muß man das Verhältnis einer Winkelgröße zu einer lineären Größe messen, wobei das Maß nicht mehr eine dimensionslose Zahl darstellt, sondern die physikalische Dimension der Brechkraft hat. Wollte man nämlich den Abstand des Objektes vom Auge zur optischen Projektion des Netzhautbildes benutzen, so würde das Maß der Vergrößerung von der Länge des Instrumentes abhängig sein, und z. B. ein einfaches und ein zusammengesetztes Mikroskop, welche bei gleicher Objektgröße, vom Vorzeichen abgesehen, gleiche Netzhautbilder geben, würden quantitativ verschiedene Vergrößerungswerte haben. Diese Projektion kann somit nur dann angewendet werden, wenn der Objektabstand groß im Verhältnis zur Brechkraft des Systems ist. Will man für andere Fälle eine dimensionslose Zahl haben, so muß man die konventionelle Projektionsweite anwenden, welche 25 cm beträgt und oft irrtümlich mit der „deutlichen Sehweite“ verwechselt wird. Soll der Vergrößerungswert zu einem Vergleich verschiedener optischer Systeme angewendet werden, so darf derselbe keine von der optischen Einstellung des Auges abhängigen Werte enthalten. Da nun die emmetropische Refraktion als die physiologische zu betrachten ist, und geübte Beobachter die Akkommodation bei der Anwendung optischer Instrumente entspannen, so ist in den Formeln $A_m = 0$ zu setzen, wenn der Wert der absoluten Vergrößerung des Instrumentes erhalten werden soll. Dieselbe wird somit bei afokalen Instrumenten durch den reduzierten angulären Vergrößerungskoeffizienten, also durch einen Zahlenwert, sonst aber durch einen Dioptrienwert angegeben, welcher mit der Brechkraft des Systems zusammenfällt. Wird die Dioptrienzahl durch 4 dividiert, so ergibt sich der konventionelle Zahlenwert der Vergrößerung. Derselbe wird im Gebiete der technischen Optik allgemein angewendet und gibt das Verhältnis der Netzhautbilder an, wenn das emmetropische Auge einen und denselben Gegenstand einmal bei entspannter Akkommodation im Instrument, einmal bei einer Akkommodation von 4 Dioptrien in 25 cm Abstand vom vorderen Hauptpunkte des Auges scharf sieht. Bei Instrumenten mit endlichem, aber niedrigem Werte der Brechkraft genügt zwar die Kenntnis derselben und der Lage des ersten Fokalpunktes zur Beurteilung der Leistung, der konventionelle Zahlenwert eignet sich aber weniger dazu. Wenn z. B. ein achtmal vergrößerndes, auf unendliche Ferne eingestelltes Fernrohr hinter eine positive Linse von $^1/_2$ dptr Brechkraft gehalten wird, so resultiert ein optisches System von 4 dptr, dessen vorderer Brennpunkt 2 m vor dem vorderen Hauptpunkte der Linse liegt, und der konventionelle Zahlenwert ist 1, woraus man schließen möchte, daß das System weder vergrößert noch verkleinert. In solchen Fällen wird die Leistung des Instrumentes besser geschätzt, wenn

man den absoluten Nutzeffekt durch einen von Eschricht und Panum[1]) eingeführten, irrtümlicherweise auf die Knotenpunkte bezogenen Zahlenwert mißt, indem das Netzhautbild auf die Ebene des Objektes projiziert wird In afokalen Systemen fällt dieser Wert mit der der absoluten Vergrößerung zusammen, in anderen Systemen erhält man denselben, wenn der Dioptrienwert mit $h + \frac{1}{D_0}$ multipliziert wird, wo h den reduzierten Abstand des ersten Hauptpunktes des Auges vom ersten Hauptpunkte des Systems darstellt und als dem vor dem Auge belegenen Medium in seiner Totalität angehörend angesehen wird. Der Wert des absoluten Nutzeffektes ist somit

$$1 + h D_0$$

und ergibt im oben gewählten Beispiel, wenn der Abstand des vorderen Hauptpunktes des Auges von dem der Konvexlinse 25 cm beträgt, wobei $h = 2$ m wird, eine neunfache Vergrößerung. Auch die Leistung einer Presbyopenlinse von 4 dptr wird auf diese Weise richtig geschätzt.

Solange es sich um die absoluten Werte handelt, verschwindet δ aus der Formel, so daß der Punkt M beliebig gewählt werden kann. Bei der Ermittelung der individuellen Vergrößerung ist dies nicht mehr der Fall, sondern man muß, um Zahlenwerte zu erhalten, welche die Verhältnisse der Netzhautbildgrößen richtig angeben, dafür sorgen, daß diese den Winkeln ω proportional sind. In den Fällen, wo das Auge in 25 cm Abstand bzw. im Abstand des Objektes scharf sehen kann, geben die Zahlenwerte einen durch Versuche realisierbaren Vergleich zwischen den Netzhautbildgrößen bei zwei verschiedenen Akkommodationszuständen an, woraus folgt, daß der Hauptpunktwinkel angewendet werden muß, wenn die Zahlenwerte die Realitäten angeben sollen. Man erhält somit die individuelle Vergrößerung, wenn in den allgemeinen Formeln $\omega_h \delta \Delta A$ für ω . . . gesetzt wird. Für eine gewöhnliche Lupe findet man, daß bei negativem Werte von Δ die individuelle Vergrößerung bei der Akkommodation wächst und bei hypermetropischer Refraktion kleiner, bei myopischer aber größer ist als die absolute, während bei $\Delta > 0$ genau das umgekehrte Verhalten stattfindet. Fällt wiederum der zweite Brennpunkt der Linse mit dem ersten Hauptpunkt des Auges zusammen, so ist die individuelle Vergrößerung unabhängig vom Akkommodationszustande und in allen Augen gleich der absoluten. Es ist aber hierbei wohl zu bemerken, daß diese Kombination in den verschiedenen Augen nicht gleich große Netzhautbilder gibt. Dann würde tatsächlich die Vergrößerung nicht gleich sein, da nämlich die Netzhautbildgröße eines 25 cm entfernten Gegenstandes von der Achsenlänge des Auges abhängig ist. Den individuellen Nutzeffekt mißt man am besten durch Projektion des Netzhautbildes in den Abstand der individuellen Sehweite, worunter der kürzeste Abstand verstanden wird, in welchem das unbewaffnete Auge ohne Übermüdung ein reelles Objekt am schärfsten sieht. (Bei virtuellem Nahepunkt ist somit die individuelle Sehweite unendlich groß.)

---

1) P. L. Panum. Die scheinbare Größe der gesehenen Objekte. Arch. f. Ophth., V. 1859. S. 1.

Das hier über die Vergrößerung Gesagte läßt sich in den folgenden Ausdruck zusammenfassen:

$$V = -\frac{\omega_h \, s}{\alpha_0} = s\,D_0\,(1 + \Delta A) = s\,(D_0 - \varkappa_0\,A) = -\frac{s\,A_0}{\varkappa_0}$$

wo die reduzierte Konvergenz A_0 in dem im Objektmedium dem ersten Hauptpunkte des Auges konjugierten Punkte gemessen wird, und $\varkappa_0$ den Vergrößerungskoeffizienten in diesen beiden Punkten darstellt. Wird bei endlichem Werte der Brechkraft s gleich der Zahl eins und $A = 0$ gesetzt, so stellt V die absolute Vergrößerung dar, während die individuelle Vergrößerung erhalten wird, wenn für A die Refraktion des betreffenden Auges eingesetzt wird. Stellt wiederum s mit positivem Vorzeichen und in Metern gemessen, die konventionelle Projektionsweite, bzw. den reduzierten Objektabstand, bzw. die individuelle Sehweite dar, so ist V der konventionelle Zahlenwert der Vergrößerung bzw. der absolute Nutzeffekt, bzw. der individuelle Nutzeffekt, wenn A in den beiden erstgenannten Fällen gleich Null, im letztgenannten gleich der Refraktion des Auges gesetzt wird. Bei unendlich großem Werte von s hat man $-s\,A_0 = 1$ zu setzen. Für afokale Systeme wird die absolute Vergrößerung durch den absoluten Nutzeffekt angegeben. Positives Vorzeichen von V bedeutet eine ohne scheinbare Umkehrung erfolgende Vergrößerung. Die ganze Herleitung ist nur für so kleine Bilder gültig, daß das Auge beim Sehen ruhig gehalten wird. Wenn dies nicht der Fall ist, so gilt dieselbe nur für die Detailvergrößerung, während die Größe ausgedehnter Objekte nach der Winkelbewegung des Auges geschätzt wird. Um beim Sehen mit bewegtem Auge die Vergrößerung durch optische Instrumente zu berechnen, hat man deshalb den Punkt M in den Drehpunkt des Auges zu verlegen, wobei aber zu bemerken ist, daß die Gesetze erster Ordnung nur Annäherungswerte ergeben.

Wenn hier von der individuellen Vergrößerung die Rede gewesen ist, so hat man bei der Anwendung der Formeln auf Instrumente, deren Konstanten individuell variiert werden, zu beachten, daß in die Formeln die Konstanten des vom betreffenden Individuum angewendeten optischen Systems eingesetzt werden. Solche Instrumente sind vor allem Fernrohre mit veränderlichem Auszug. Unter der Voraussetzung, daß der Abstand des Objektes vom Objektiv unverändert bleibt, kann man die mit solchen Instrumenten erhaltene Netzhautbildgröße in verschiedenen Augen bzw. bei verschiedenen Akkommodationszuständen am einfachsten dadurch vergleichen, daß man für α_0 das vom Objektiv entworfene Bild einführt und in den Formeln der Vergrößerung die Konstanten des Okulares benutzt. Die auf diese Weise erhaltene individuelle Vergrößerung eines veränderlichen Instrumentes ist also bei der Benutzung eines Fernrohres auf großen Abstand, wenn k den reduzierten angulären Vergrößerungskoeffizienten desselben bei afokaler Einstellung und Δ_2 den reduzierten Abstand des ersten Hauptpunktes des Auges vom zweiten Brennpunkte des Okulares darstellt, gleich $k\,(1 + \Delta_2\,A)$.

Die oben angegebenen Formeln dienen auch zur Messung der Fokal- und Hauptpunktwinkel, indem bei der Erfüllung einer der Bedingungen

$$\delta = 0 \qquad \delta_f = 0 \qquad \Delta = 0 \qquad \Delta_f = 0$$

die bezüglichen Relationen

$$\omega_h = \alpha_0 A_0 \qquad \omega_f = \alpha_0 A_0 \qquad \omega_h = -\alpha_0 D_0 \qquad \omega_f = -\alpha_0 D_0$$

die Mittel der Messung angeben.

Die Beweise der hier gegebenen Darstellung der Realitäten der Dioptrik habe ich in folgenden Schriften niedergelegt.

Beitrag zur Theorie des Astigmatismus. Skand. Arch. f. Physiol. Bd. 2 1890, S. 269. — Allgemeine Theorie der monochromatischen Aberrationen und ihre nächsten Ergebnisse für die Ophthalmologie. Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups. Ser. III Bd. 20 1900. — Zur Kenntnis der Kreispunkte. Acta Mathematica. Bd. 29 1904. — Die reelle optische Abbildung. Kungl. Sv. Vet. Akad. Handl. Bd. 41 1906. — Die optische Abbildung in heterogenen Medien und die Dioptrik der Kristallinse des Menschen. Ebenda Bd. 43 1906.

Einfachere Fragen sind auch in folgenden Schriften gelöst, in welchen ich mich bemüht habe, die Darstellung dem in der Differentialgeometrie nicht Bewanderten möglichst zugänglich zu machen.

Über die Bedeutung der Dioptrie. Arch. f. Ophth. Bd. 49 1899, S. 46. — Die Konstitution des im Auge gebrochenen Strahlenbündels. Ebenda Bd. 53 1901, S. 105. — Über Astigmatismus, Koma und Aberration. Ann. d. Physik. 4 Folge, Bd. 18 1905, S. 941. — Tatsachen und Fiktionen in der Lehre von der optischen Abbildung. Arch. f. Optik, Bd. 1 1907, S. 2. — Om afbildningen i ögat. Hygiea, Festband 1908. — Handbuch der physiologischen Optik von H. v. Helmholtz, 3. Aufl. Bd. 1. Die Dioptrik des Auges. Hamburg und Leipzig 1909. Zusätze S. 226—376.

Die ältere Lehre findet man in dem Helmholtzschen Texte des letztgenannten Handbuches. Die Abbesche Lehre ist zusammengestellt bei S. Czapski, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe. 2. Aufl. Leipzig 1904. Zugleich im Handbuch der Physik von A. Winkelmann, Bd. 6.

II. Objektive Beobachtungsmethoden.

I. Ophthalmoskopie.

Unter den ophthalmoskopischen Methoden im weitesten Sinne des Wortes, d. h. unter den dem Gebiete der Dioptrik zugehörigen Methoden zur Untersuchung der verschiedenen Teile des Auges, hat die Ophthalmoskopie im engeren Sinne des Wortes, die Beobachtung des Augenhintergrundes, seit der Entdeckung des Augenspiegels durch H. v. Helmholtz stets das größte Interesse der Physiologen erregt. Es empfiehlt sich um so eher, diese Methode an die Spitze der Reihe der dioptrischen Methoden zu stellen, als

dieselbe wohl unter allen die segensreichste ist und die größte praktische Bedeutung hat.

Die Theorie des Augenleuchtens wurde von Helmholtz in seinem berühmten Satz II in folgenden Worten zusammengefaßt: „Wenn die Pupille des beobachteten Auges leuchtend erscheinen soll, so muß sich auf seiner Netzhaut das Bild der Lichtquelle ganz oder teilweise mit dem Bilde der Pupille des Beobachters decken.“ Obwohl hier unter Bild ein unscharfes, durch Zerstreuungskreise entstandenes Bild verstanden wird, ist dieser Satz dennoch nicht allgemeingültig, denn bei der Abbildung der Lichtquelle oder der Pupille des untersuchenden Auges in der Pupille des beobachteten Auges, wie es in gewissen ophthalmoskopischen Methoden vorkommt, kann nicht füglich von einem auf der Netzhaut befindlichen, wenn auch unscharfen Bilde gesprochen werden. Die auch diese Fälle umfassende Formulierung ergibt sich durch den oben eingeführten Begriff des Strahlenraumes eines optischen Systems. Damit der Augenhintergrund Licht aussenden könne, muß derselbe beleuchtet sein. Es liegt also immer ein Beleuchtungssystem vor, welches sich von der Lichtquelle zum Augenhintergrunde des untersuchten Auges erstreckt, und in welchem der Umriß der Lichtquelle als Blendenöffnung zu betrachten ist. Auf der anderen Seite erstreckt sich das eigentliche ophthalmoskopische System oder das Beobachtungssystem vom Augenhintergrunde des beobachteten Auges zur Eintrittspupille des Untersuchers. Die Bedingung des Augenleuchtens ist offenbar, daß ein Teil des Augenhintergrundes des beobachteten Auges auf einmal im Strahlenraume des Beleuchtungssystems und in demjenigen des Beobachtungssystems belegen ist.

Notwendige Bedingung der Ophthalmoskopie ist außerdem, daß im Beobachtungssystem ein optisches Bild des Augenhintergrundes des beobachteten Auges in einem Abstande entworfen wird, für welchen das beobachtende Auge eingestellt werden kann. Daß die Erfüllung dieser beiden Grundbedingungen bei gewissen Versuchsanordnungen auch hinreichend ist, um die Details des Augenhintergrundes beobachten zu können, wurde erst durch den Versuch entschieden. Bei gewissen Anforderungen, sei es an Schärfe und Vergrößerung des ophthalmoskopischen Bildes, sei es an Helligkeit und Feldgröße, genügen dieselben nicht, sondern muß noch dazu gefordert werden, daß das im untersuchten Auge durch regelmäßige oder diffuse Reflexion entstandene falsche Licht aus dem Beobachtungssystem weggeschafft wird. Die Methoden, bei welchen auch dieser Bedingung genügt wird, seien als die der reflexlosen, die übrigen als die der einfachen Ophthalmoskopie bezeichnet.

Zur einfachen Ophthalmoskopie im aufrechten Bild genügt, wenn sowohl das beobachtende wie das beobachtete Auge emmetropisch sind, als einfachstes Instrumentarium ein Objektträger und eine Stearinkerze. Die Lichtquelle wird seitlich vom beobachteten Auge aufgestellt und so weit nach hinten verschoben, bis die Regenbogenhaut desselben nicht mehr von direktem Lichte getroffen wird, der Untersucher hält die als Spiegel benutzte Glasplatte vertikal vor dem Auge und möglichst nahe demselben in solcher Stellung, daß das reflektierte Licht in die Pupille geworfen wird. Wenn er dann die Pupille seines gleichnamigen Auges auf die Linie bringt, welche

das Zentrum der Pupille des untersuchten Auges mit dem Mittelpunkte des virtuellen Spiegelbildes der Flamme verbindet, und sich dabei möglichst dem beobachteten Auge nähert, so sieht er bei erschlaffter Akkommodation die Details des Augenhintergrundes in einem kleinen, hinreichend hell erleuchteten Fleck, welchen er durch Änderung der Spiegelstellung und entsprechende Bewegungen seines Kopfes bzw. durch Änderung der Blickstellung des beobachteten Auges beliebig über den Augenhintergrund wandern lassen kann, wozu allerdings einige Übung erforderlich ist. Der wesentliche Nachteil dieser einfachsten Methode der Ophthalmoskopie mit durchsichtigem Spiegel ist das kleine Feld des Beleuchtungssystems, während die geringe Helligkeit desselben nicht so sehr in die Wagschale fällt. Bei der sparsamen Beleuchtung des Zimmers durch die schwache Lichtquelle erweitern sich nämlich die Pupillen sowohl des Untersuchers wie des Beobachteten, und die geringe in das Auge geworfene Lichtmenge verursacht nur eine geringe Kontraktion der Pupille des untersuchten Auges. Die Beleuchtungsstärke auf der Netzhaut desselben ist aber in den mittleren Teilen des erleuchteten Fleckes dem Quadrate des Durchmessers der Pupille proportional, da bei emmetropischer Einstellung die nützliche Austrittspupille gleich der vollen Austrittspupille ist, sobald die Lichtquelle keinen kleineren Durchmesser als die Eintrittspupille des Auges hat. Im Beobachtungssystem ist wiederum, wenn beide Augen emmetropisch eingestellt sind, in dem zwischen den beiden Augen belegenen Medium die kleinere unter den Eintrittspupillen der betreffenden Augen die Pupille des Systems, und die Raumwinkelgröße der nützlichen Austrittspupille in der Fovea des beobachtenden Auges ist dem Quadrate des Durchmessers derselben proportional, so daß, wenn die Pupille des untersuchenden Auges nicht kleiner ist als die des beobachteten, die Beleuchtungsstärke in der Fovea des Untersuchers der vierten Potenz des Durchmessers der Pupille des beobachteten Auges proportional ist. Außerdem ist der Hornhautreflex so schwach, daß der Zerstreuungskreis, welcher im untersuchenden Auge durch denselben verursacht wird, das Sehen nicht hindert, indem man sozusagen durch denselben hindurch die Details des Augenhintergrundes sehen kann. Die Folge hiervon ist, daß bei physiologischen Verhältnissen die Helligkeit im allgemeinen völlig ausreicht, solange man nicht zur Untersuchung der Fovea das Bild der Lichtquelle in das Zentrum derselben wirft, denn hierbei verengert sich die Pupille des beobachteten Auges gewöhnlich hinreichend, um die scheinbare Helligkeit des Augenhintergrundes im Vergleich mit der Helligkeit des Zerstreuungskreises des Hornhautspiegelbildes zu gering zu machen. Eine Vermehrung der spezifischen Helligkeit des virtuellen Spiegelbildes der Lichtquelle ist deshalb gewöhnlich ohne Nutzen, weil die Helligkeit des Hornhautspiegelbildes in demselben Verhältnis wächst. Das von Helmholtz zu diesem Zwecke empfohlene Mittel — größerer Einfallswinkel des Lichtes auf der spiegelnden Platte oder mehrere Platten — hat sich auch nicht praktisch bewährt. Bei größerem Einfallswinkel ist es nicht so leicht, die Regenbogenhaut des beobachteten Auges vor direktem Licht zu schützen, sondern es fällt teils Licht direkt in das untersuchte Auge, welches ungünstig auf die Pupillengröße wirkt, und teils stört die direkt beleuchtete Regenbogenhaut die Beobachtung, indem incht dieselbe Helligkeit wie sonst zur Erkennung von Details im Augen-

hintergrunde genügt. Bei größerer Zahl der Platten gewinnt aber das von denselben diffus reflektierte Licht an Bedeutung, denn die sechs Glasflächen des Helmholtzschen Augenspiegels vollkommen rein und staubfrei zu halten, ist keine leichte Sache. Das Feld des Beleuchtungssystems wächst mit der Raumwinkelgröße der Lichtquelle in der Pupille des untersuchten Auges und wird also vergrößert, wenn man eine größere Lichtquelle anwendet und dieselbe dem Spiegel möglichst nähert. Es ist aber zu beachten, daß hierbei auch die Helligkeit des vom Hornhautspiegelbilde herrührenden Zerstreuungskreises im beobachtenden Auge wächst, so daß man nicht so leicht durch denselben hindurchsehen kann. Noch mehr ist dies der Fall, wenn nach dem Vorschlage von Helmholtz ein Bild der Lichtquelle mit einer Konvexlinse in die Pupille des beobachteten Auges entworfen wird.

Aus den angeführten Gründen wird allgemein dem undurchsichtigen, durchbohrten Spiegel auch für die direkte Ophthalmoskopie im aufrechten Bild der Vorzug gegeben. Da das Loch des Spiegels im Beleuchtungssystem als schattenwerfender Schirm, im Beobachtungssystem aber als Pupille oder Luke wirkt, so sind die Verhältnisse bei dieser Methode etwas komplizierter. Im Beobachtungssystem sind drei Öffnungen vorhanden: die Pupillen der beiden Augen und das Spiegelloch. Da aber einesteils die Pupille des beobachtenden Auges, in welche nur schwaches Licht eindringt, und welche durch Schließen des anderen Auges vergrößert wird, gewöhnlich hinreichend groß ist, um nicht als Pupille des Beobachtungssystems zu wirken, und da man anderenteils von der Lukenwirkung derselben deshalb absehen kann, weil bei der praktischen Ausführung der Untersuchung diese Lukenwirkung durch stetige Bewegungen des Spiegels, des Kopfes und des Auges kompensiert wird, so hat man praktisch nur mit dem Spiegelloche und mit der Pupille des beobachteten Auges als Öffnungen im Beobachtungssystem zu rechnen. Um dann nach den früher angegebenen Regeln das Feld des Beobachtungssystems zu berechnen, lasse man zunächst in der Fig. 9 S. 38 CD bzw. AB den Durchmesser der Projektion des Spiegelloches bzw. der Eintrittspupille des beobachteten Auges auf einer auf der Achse des Beobachtungssystems im Zentrum der betreffenden Öffnung senkrecht stehenden Ebene vorstellen. Das ganze Feld des Beobachtungssystems wird dann durch den Winkel AEB, das unvignettierte Feld durch den Winkel AFB angegeben. Werden diese Winkel mit v bzw. ω bezeichnet, und wird $CD = l$, $AB = p$ gesetzt, während d den Abstand der beiden Öffnungen voneinander darstellt, so erhält man, wenn vom Punkte C ein Lot auf AB gefällt wird, für die Tangenten der Winkel, welche dieses Lot mit den Linien BC bzw. AC bildet,

$$\operatorname{tg}\frac{v}{2} = \frac{p+l}{2d}, \qquad \operatorname{tg}\frac{\omega}{2} = \frac{p-l}{2d},$$

welche Ausdrücke aber in dieser Rechnung nur für so kleine Winkel gültig sind, daß dieselben an Stelle der Tangenten eingeführt werden können, somit auch die Form

$$v = \frac{p+l}{d}, \qquad \omega = \frac{p-l}{d}$$

annehmen. Da bei der mit den Gesetzen erster Ordnung erreichbaren Ge-

nauigkeit die Anwendung eines exakteren schematischen Auges als des reduzierten keinen Zweck haben würde, so ist AB nach der Brechung im dioptrischen System des Auges sein eigenes Bild, und es genügt, die den Punkten E und F konjugierten Punkte kennen zu lernen. Hierzu sei eine Lichtbewegung von F in der Richtung nach AB angenommen und seien e f die Abstände dieser Punkte von AB, wobei

$$-e = \frac{pd}{p+l} \qquad -f = \frac{pd}{p-l}$$

zu setzen ist. Die Brechkraft des optischen Systems des reduzierten Auges, dessen Hauptpunkte im Mittelpunkte von AB zusammenfallen, sei D, so daß durch die Gleichungen

$$\frac{1}{e'} = D + \frac{1}{e} \qquad \frac{1}{f'} = D + \frac{1}{f}$$

die reduzierten Abstände der den Punkten E bzw. F konjugierten Punkte erhalten werden. Da die von diesen Punkten zu den Endpunkten von AB gezogenen Linien das volle, bzw. das unvignettierte Feld aus der Netzhaut abschneiden, so ergeben, wenn dasselbe mit V bzw. Ω bezeichnet wird, und wenn b die reduzierte Länge des Auges darstellt, die Formeln

$$V = p\left(1 - \frac{b}{e'}\right) = p(1 - bD) + b \cdot \frac{p+l}{d}$$

$$\Omega = p\left(1 - \frac{b}{f'}\right) = p(1 - bD) + b \cdot \frac{p-l}{d}$$

die Feldgrößen im Beobachtungssystem. Diese Formeln können wie alle ähnlichen mit einer beliebigen Maßeinheit angewendet werden, wenn man sich nur daran erinnert, daß der reziproke Wert der Brechkraft mit derselben Einheit gemessen werden muß wie die übrigen Längenwerte, daß somit — wie früher auseinandergesetzt wurde — D nur dann eine Dioptrienzahl bedeutet, wenn der Meter die Einheit des Längenmaßes darstellt.

Da der Punkt F immer vor dem vorderen Brennpunkte oder hinter der Pupille das Auges liegt, der Punkt E aber auf beliebiger Seite des Brennpunktes belegen sein oder auch mit ihm zusammenfallen kann, so ist f' immer positiv, während e' einen unendlich großen oder einen endlichen positiven oder negativen Wert haben kann. Es geht deshalb zunächst aus den Formeln hervor, daß das unvignettierte Feld mit zunehmender Achsenlänge des Auges abnimmt, solange $f' > b$ ist. Daß aber dies immer der Fall sein muß, wird bei der Untersuchung des Beleuchtungssystems bewiesen werden. Weiter ersieht man, daß das volle Feld in allen Augen gleich der Pupillengröße ist, wenn der Punkt E im vorderen Brennpunkt des Auges liegt. Ist er dem Auge näher belegen, so ist das volle Feld größer, im entgegengesetzten Falle kleiner. Der Unterschied des Durchmessers desselben und des Pupillendurchmessers ist in beiden Fällen der Achsenlänge des Auges proportional. Wenn A die Refraktion des Auges darstellt, so ist

$$1 - bD = bA$$

und folglich

$$\frac{V}{b} = v + pA \qquad \frac{\Omega}{b} = \omega + pA$$

wo die linke Seite der Gleichungen den Ausdruck für die den Felddurchmessern entsprechenden Hauptpunktwinkel enthält, durch welche die Feldwinkelgrößen gemessen werden. Da nun diese Winkel, wie aus dem oben Gesagten erhellt, immer einen positiven Wert haben, obwohl bei hypermetropischer Refraktion $l > p$ sein kann, so nimmt die Feldwinkelgröße immer unter sonst gleichen Umständen mit zunehmender Refraktion des Auges zu und hat also bei Hypermetropie einen größeren Wert als bei Myopie. Der Wert v bzw. ω der Feldwinkelgröße im emmetropischen Auge kann zur Beurteilung der Methode verwendet werden und sei deshalb die charakteristische Feldwinkelgröße derselben genannt Dieselbe kann durch Anwenden der obenstehenden, die trigonometrischen Tangenten enthaltenden Formeln exakt angegeben werden. Im übrigen sind aber die Resultate dieser Untersuchung des ophthalmoskopischen Feldes nur als approximativ zu betrachten, da nur die Gesetze erster Ordnung angewendet worden sind. Dieselben sind auch unter der Voraussetzung hergeleitet, daß die Lukenwirkung der Pupille des beobachtenden Auges durch Verschiebungen des Kopfes kompensiert wird. Durch Kombination dieser Bewegungen mit Verschiebungen des Spiegels und entsprechenden Drehungen des eigenen Auges wird eine Verschiebung des Feldes auf dem Augenhintergrunde bewirkt, wodurch das der Untersuchung zugängliche Gebiet desselben wesentlich vergrößert wird. Da nun, damit diese Bewegungen den größten Effekt haben, die drei Öffnungen des Beobachtungssystems einander möglichst nahe liegen müssen, und da, wie aus den angegebenen Formeln hervorgeht, das Feld — sowohl das volle wie das unvignettierte — mit der Abnahme des Abstandes des Spiegels vom untersuchten Auge zunimmt, so ist es einleuchtend, daß ein guter Augenspiegel für die Untersuchung im aufrechten Bild eine solche Form haben muß, daß man bei der Untersuchung mit demselben dem beobachteten Auge so nahe kommen kann, bis Stirn an Stirn stößt. Aus derselben Ursache ist, wie schon hervorgehoben wurde, stets das gleichnamige Auge zur Ophthalmoskopie im aufrechten Bild zu gebrauchen.

Um bei beliebigem Refraktionszustande des beobachteten Auges ein Bild des Augenhintergrundes in einem Abstande zu entwerfen, wo es von einem beliebigen beobachtenden Auge scharf gesehen werden kann, muß eine große Auswahl von Linsen nach Bedarf bequem hinter das Spiegelloch geschoben werden können. Da der Spiegel bei der starken Annäherung an das beobachtete Auge schief auf der Achse des Beobachtungssystems stehen muß, eine Schiefstellung der Linsen aber wegen der hauptsächlich durch den begleitenden Astigmatismus resultierenden Bildverschlechterung vermieden werden soll, so hat man immer mit einem endlichen Abstande zwischen Spiegelloch und Linse zu rechnen, wobei der Durchmesser der Linsenöffnung hinreichend groß sein muß, um keine Lukenwirkung zu haben. Ist D_1 die Brechkraft der Linse, welche mit hinreichender Genauigkeit als unendlich dünn behandelt werden kann, und läßt man das optische Zentrum

derselben, den Punkt M (S. 47 ff.), in bezug auf beide Augen darstellen, wobei die Konstanten des beobachtenden Auges auf dieselbe Weise wie früher bezeichnet werden, die des beobachteten aber die analogen Bezeichnungen $D' A' m' \ldots .$ erhalten, so ist A'_m bzw. A_m die im optischen Zentrum der Linse gemessene Refraktion des beobachteten, bzw. des beobachtenden Auges und die Brechkraft der Linse gleich der Summe dieser Refraktionswerte. Mit hinreichender Genauigkeit kann nun angenommen werden, daß der vordere Brennpunkt des beobachtenden Auges mit dem optischen Zentrum der Linse zusammenfällt, wobei $A_m = L$ wird, so daß allgemein die Brechkraft der Linse des Beobachtungssystems gleich der Summe $A'_m + L$ gesetzt werden kann.

Zur Untersuchung der Vergrößerung bei der Ophthalmoskopie im aufrechten Bild hat man in die allgemeingültige Gleichung

$$-\frac{\omega_m}{\alpha_0} = D_0 (1 + \Delta_m A_m)$$

wo D_0 die Brechkraft des aus dem optischen System des beobachteten Auges und der Linse zusammengesetzten optischen Systems, Δ_m den Abstand des Punktes M vom vorderen Brennpunkte desselben darstellt, die Werte

$$D_0 = D' (1 - m'_0 D_1) \qquad \Delta_m = \frac{m' D'}{D_0} - \frac{1}{D_0} = \frac{m'_0 D'}{D_0}$$

einzuführen, und erhält

$$-\frac{\omega_m}{\alpha_0} = D_0 + m'_0 D' A_m = D' (1 - m'_0 A'_m)$$

welcher Wert, da der Winkel ω_m bei emmetropischer Einstellung des beobachtenden Auges gleich dem Hauptpunktwinkel ist, die absolute Vergrößerung angibt und in Übereinstimmung hiermit bei solcher Einstellung auch mit dem Werte D_0 zusammenfällt. Die Vergrößerung ist demnach, da m'_0 immer einen positiven Wert hat, bei Myopie des beobachteten Auges größer als bei Hypermetropie und nimmt überhaupt bei zunehmender Refraktion desselben ab. Schätzt man die Brechkraft des optischen Systems des Auges auf rund 60 dptr und m'_0 auf rund 1 cm, so ist in der konventionellen Sprache die Vergrößerung bei Emmetropie eine 15fache und bei Myopie bzw. Hypermetropie um N % größer bzw. kleiner, wenn N den numerischen Wert von A'_m darstellt. In den praktisch vorkommenden Fällen variiert somit die Vergrößerungszahl zwischen 13 und 18.

Unter der oben gemachten Voraussetzung, daß das optische Zentrum der Linse mit dem vorderen Brennpunkte des beobachtenden Auges zusammenfällt, stellt ω_m den Fokalpunktwinkel dar. Es folgt hieraus, daß die Netzhautbildgröße im beobachtenden Auge bei entspannter Akkommodation von der Achsenlänge desselben unabhängig ist, und daß allgemein

$$-\frac{D'}{D} (1 - m'_0 A'_m)$$

den Vergrößerungskoeffizienten bei der Abbildung der Netzhaut des beobachteten Auges auf der des beobachtenden darstellt.

Unter Berücksichtigung, daß

$$\omega'_f = \alpha_0 D' \qquad \frac{\omega'_m}{\omega'_f} = 1 - m'_0 A'_m$$

ist, kann man dem allgemeinen Ausdruck für die Vergrößerung die Form

$$\omega_m = -\omega'_m$$

geben, wo das negative Vorzeichen davon herrührt, daß die beiden Augen gegeneinander gekehrt sind und in den die Winkel ω definierenden Gleichungen kein Vorzeichenwechsel stattfinden soll.

Durch Einführung des Hauptpunktwinkels erhält man die beiden Ausdrücke für die individuelle Vergrößerung

$$-\frac{\omega_h}{\alpha_0} = D'(1 - m'_0 A'_m)(1 + m A) = B' \cdot \frac{1 + m A}{1 + m' A'}$$

von welchen letzterer den Einfluß der Akkommodation der beiden Augen und die Einwirkung eines etwa vorhandenen Astigmatismus im beobachteten Auge auf einfachste Weise angibt. Man ersieht, daß die Vergrößerung durch die Akkommodation des beobachtenden Auges verkleinert, durch die des beobachteten vermehrt wird, obwohl in beiden Fällen die die Akkommodation kompensierende Veränderung der Brechkraft der Linse des Beobachtungssystems in gleicher Richtung geht. Bei der Untersuchung des Augenhintergrundes eines astigmatischen Auges wird wiederum die Brechkraft der Linse so gewählt, daß man durch Anwendung der Akkommodation die abbildbaren Linien der beiden Systeme nacheinander scharf sehen kann. Es hat deshalb nicht nur A' sondern auch A einen verschiedenen Wert für die beiden Hauptschnitte, indem der Bedingung $A'_m + A_m = \text{Const.}$ durch die Akkommodation des beobachtenden Auges genügt wird. Durch Einführung dieser Bedingung ergibt sich, wenn der Vergrößerungskoeffizient $-\frac{\omega_h}{\omega'_h}$ mit K_1 bzw. K_2 bezeichnet wird, je nachdem A' den Wert A'_1 bzw. A'_2 hat, für die durch den Astigmatismus bedingte Verzerrung, welche am einfachsten durch das Verhältnis $\frac{K_1}{K_2}$ gemessen wird, ein ziemlich komplizierter Ausdruck, in welchem die Verzerrung nicht nur vom Astigmatismus, sondern auch vom Refraktionszustande der beiden Augen abhängig ist. Da nun aber in den praktisch vorkommenden Fällen die Zahlengrößen vom Typus mA genügend klein im Verhältnis zur Einheit sind, um in Fällen, wo nur die Abbildungsgesetze erster Ordnung zur Verwendung kommen, die Weglassung der höheren Potenzen derselben zu rechtfertigen, so ist jedenfalls die auf diese Weise erhaltene Approximativformel der astigmatischen Verzerrung

$$\frac{K_1}{K_2} = 1 - (m' + m)(A'_1 - A'_2)$$

für praktische Zwecke hinreichend genau. Da einer stärkeren Brechkraft des optischen Systems des Auges ein geringerer Refraktionswert entspricht, so ist die Vergrößerung in dem stärker brechenden Hauptschnitte größer. Sollte der Beobachter nicht über die erforderliche Akkommodation verfügen, so tritt an Stelle der einen, oder wenn er eine Mitteleinstellung wählt, an Stelle beider Abbildungen die optische Projektion, wobei an Stelle des ersten Hauptpunktes des beobachtenden Auges das dem zwischen demselben und der Linse belegenen Medium zugehörige Bild des Projektionszentrums treten muß. Man hat also für m den Abstand dieses Punktes vom optischen Zentrum der angewendeten Linse und für A die betreffende in demselben Punkte gemessene Konvergenz des Objektstrahlenbündels einzuführen. Die Deduktion bleibt dieselbe und resultiert in dieselbe Formel, so daß man nur in der oben angegebenen Approximativformel m durch den angegebenen Wert zu ersetzen hat. Hierzu ist aber zu bemerken, daß durch die eingeführte Approximation der Unterschied zwischen dem Abstande des Projektionszentrums und demjenigen seines Bildes vom optischen Zentrum der Linse im Produkte mit der Refraktion vernachlässigt wird. Bei der gewöhnlich vorkommenden Größe des Spiegelloches wirkt dasselbe als Projektionszentrum und man hat also für m den Abstand desselben von der Linse mit negativem Werte einzuführen, wobei $m' + m = d$ wird. Es resultiert eine geringere Verzerrung als bei der gewöhnlichen Untersuchung.

Die so ermittelte astigmatische Verzerrung gilt nur für die Detailvergrößerung, bei welcher die Bewegung des beobachtenden Auges keine Rolle spielt. Gewöhnlich wird aber die Verzerrung nach der scheinbaren Form der Papille beurteilt, wozu das Sehen mit bewegtem Auge erforderlich ist. Man hat dann den Drehpunkt des Auges als Projektionszentrum zu benutzen und muß demnach in der Approximativformel die Größe $m' + m$ um rund 1 cm vermehren, um einen Ausdruck für die scheinbare Verzerrung zu erhalten.

Die Lichtstärke des Beobachtungssystems wird von der Raumwinkelgröße der Austrittspupille desselben gemessen, indem die Beleuchtungsstärke auf der Netzhaut des beobachtenden Auges gleich dem Produkte derselben mit der spezifischen Lichtstärke der beleuchteten Netzhaut des beobachteten Auges ist. Konstruiert man das vom optischen System des beobachteten Auges entworfene Bild des Spiegelloches und zieht man von den Endpunkten eines Durchmessers des Bildes je eine Linie zu den heterologen Endpunkten des parallelen Durchmessers der Pupille, so schneiden sich diese Linien in dem oben S. 59 durch f' bestimmten Punkte. Da nun $f' > b$ ist, so liegt dieser Punkt hinter der Netzhaut, woraus folgt, daß das Bild des Spiegelloches auf der Netzhaut eine geringere Raumwinkelgröße als die Pupille hat. Da weiter bei der Ophthalmoskopie die Netzhaut des beobachtenden Auges auf der des beobachteten abgebildet wird, so stellt das Bild des Spiegelloches die Eintrittspupille dar.

Unter Zugrundelegung des reduzierten Auges, was für diese Untersuchung jedenfalls hinreichend genau ist, erhält man für die Raumwinkelgröße der Austrittspupille den Wert

$$\frac{\pi p_n^2 B^2}{4 n^2},$$

wenn n den Brechungsindex des Glaskörpers und p_n den Durchmesser der nützlichen Augenpupille darstellt. Man erhält letzteren, wenn man mit dem Punkte, für welchen das beobachtende Auge eingestellt ist, als Projektionszentrum das von der Linse des Beobachtungssystems entworfene Bild des Spiegelloches in die Pupille projiziert, was durch die Gleichung

$$p_n : \frac{1}{A} = \frac{1}{1-(m'-d)\,D_l} : \left(\frac{1}{A_m} + \frac{m'-d}{1-(m'-d)\,D_l}\right) = l : \frac{1-(m'-d)\,A'_m}{A_m}$$

ausgedrückt wird. Es ergibt sich

$$p_n = l \cdot \frac{1-m\,A_m}{1-(m'-d)\,A'_m}$$

woraus hervorgeht, daß die nützliche Augenpupille bei Hypermetropie des beobachteten Auges und bei Myopie des beobachtenden am größten ist. Unter Beachtung der Beziehung

$$B = D \cdot \frac{1-m_0\,A_m}{1-m\,A_m}$$

kann dem Ausdrucke für die Raumwinkelgröße der Austrittspupille die Form

$$\frac{\pi\,l^2 D^2}{4\,n^2}\left(\frac{1-m_0\,A_m}{1-(m'-d)\,A'_m}\right)^2$$

gegeben werden, woraus hervorgeht, daß die Beleuchtungsstärke auf der Netzhaut des beobachtenden Auges, wenn das optische Zentrum der Linse im vorderen Brennpunkte desselben belegen ist, nur von der Refraktion des beobachteten Auges abhängig ist.

Im Beleuchtungssystem sei zunächst ohne Rücksichtnahme auf die Lichtquelle der gegenseitige Einfluß des Spiegelloches und der Pupille des beobachteten Auges gewürdigt. Wie früher bewiesen wurde, erstreckt sich in dem hinter dem optischen System des beobachteten Auges belegenen Medium der durch das Spiegelloch verursachte Vollschatten zwischen den den Punkten F und E Fig. 9 S. 38 konjugierten Punkten. Ersterer Punkt muß deshalb mit Notwendigkeit hinter der Netzhaut belegen sein, wenn der zentrale Teil des Feldes erleuchtet sein soll. Dies ist nun zwar nicht unbedingt erforderlich, indem man nötigenfalls auf die Zentrierung des Beobachtungssystems verzichtet. Da nämlich der durch den Vollschatten verursachte dunkle Fleck auf dem Augenhintergrund stets auf der Achse des Beobachtungssystems zentriert ist, so wirkt derselbe in hohem Grade störend. Es ist also zwar nicht zur Ausführung der Ophthalmoskopie überhaupt, wohl aber zur Ophthalmoskopie mit zentriertem Beobachtungssystem notwendig, die oben formulierte Bedingung $f' > b$ zu erfüllen. Da dieselbe damit gleichbedeutend ist, daß das Spiegelloch die Pupille des Beobachtungssystems darstellt, so gibt sie auch die größte zulässige Weite des Spiegelloches bei zentriertem Beobachtungssystem an. Um einen praktisch anwendbaren Ausdruck zu erhalten, hat man nur das Loch in die Pupille zu projizieren, indem der Punkt, für welchen das Auge eingestellt ist, das

Projektionszentrum darstellt. Man findet auf diese Weise für die Bedingung der Lochgröße die Form

$$l < p\,(1 + d\,A)$$

Wird dieser Bedingung nicht genügt, so muß man, wie gesagt, auf die Zentrierung des Beobachtungssystems verzichten. Dies geschieht, indem der Spiegel so weit dezentriert wird, bis derselbe nicht mehr als ein durchlochter Spiegel wirkt, sondern nur das auf der einen Seite des Loches reflektierte Licht in das Auge hineinlangt. Diese Anwendungsart des durchlochten Spiegels gehört deshalb in das Gebiet der Ophthalmoskopie mit undurchbohrtem Spiegel und soll bei der Behandlung desselben gewürdigt werden.

Bei erfüllter Bedingung der Lochgröße ergeben sich für die Ausdehnung des durch Pupille und Spiegelloch unvignettierten Feldes auf dieselbe Weise wie im Beobachtungssystem dieselben Werte ω bzw. Ω, und das außerhalb der hierdurch bestimmten Grenzen befindliche Feld ist, soweit keine Vignettierung durch die Lage und Größe der Lichtquelle stattfindet, in umgekehrter Richtung, d. h. mit peripheriewärts zunehmender Lichtdichte vignettiert.

Eine andere Vignettierung als diese braucht auch nicht im Beleuchtungssystem vorzukommen. Man kann nämlich das Bild einer Lichtquelle von hinreichender Ausdehnung auf den Augenhintergrund selbst entwerfen, wobei eine Lukenwirkung derselben ausgeschlossen ist. Da hierbei die im Beleuchtungssystem bzw. im Beobachtungssystem vorhandene Vignettierung in einander entgegengesetzter Richtung wirkt, so ist die Helligkeit des ophthalmoskopischen Bildes sehr gleichmäßig, wenn dies mit der spezifischen Helligkeit der Lichtquelle der Fall ist. Leider hat aber diese Methode wegen der schweren Beschaffung solcher Lichtquellen von hinreichender Größe den Nachteil eines kleinen Feldes im Beleuchtungssystem. Theoretisch könnte ein größeres Feld ohne sonstige Vignettierung erreicht werden, indem man die Lichtquelle in der Pupille oder in deren nächster Nähe abbildete Praktisch gewinnt man aber nichts damit bei der einfachen Ophthalmoskopie, indem der stark vergrößerte Hornhautreflex, von der Komplikation des Instrumentariums abgesehen, die Untersuchung vereitelt. Um das Feld zu vergrößern, hat man also praktisch keine andere Wahl, als die Lichtquelle an einem anderen Ort abzubilden, wobei eine weitere Vignettierung mit in Kauf genommen werden muß. Eine vollständige Untersuchung derselben würde hier zu weit führen, denn da der Umriß der Lichtquelle als eine Blende zu behandeln ist, so hat man mit zwei Öffnungen und einem Zentralschirm zu rechnen, wobei die allgemeingültigen Formeln etwas kompliziert werden. Es soll deshalb hier nur die Untersuchung der praktisch wichtigen Fragen durchgeführt werden. Der Durchmesser des vom Spiegel entworfenen Bildes der Lichtquelle sei hierbei mit q, der Abstand desselben vom Spiegel mit c bezeichnet, wobei letzterer einen positiven Wert hat, wenn der Spiegel zwischen der Pupille und dem Lichtquellenbilde belegen ist. Was dann zunächst die gegenseitige Einwirkung des Spiegelloches und des Lichtquellenbildes betrifft, so muß wiederum zunächst gefordert werden, daß kein Vollschatten auf den Augenhintergrund fällt. Die Bedingung hierfür ist, daß

die Winkelgröße des Lichtquellenbildes in dem Einstellungspunkte des Auges die des Spiegelloches übersteigt. Wenn allgemein das Zeichen |K| den numerischen Wert einer beliebigen Größe K darstellt, so hat man folglich:

$$q : \left|\frac{1}{A} + c + d\right| > 1 : \left|\frac{1}{A} + d\right|$$

d. h.

$$q > 1 \cdot \left|\frac{1 + (c + d)A}{1 + dA}\right|$$

wo aber dA im Verhältnis zur Einheit hinreichend klein ist, um eine Serienentwicklung zu gestatten und die höheren Potenzen wegzulassen. Die so erhaltene Approximativformel

$$q > 1 \cdot |1 + cA|$$

gibt somit hinreichend genau die Bedingung des Lichtquellenbildes an. Ist dieselbe nicht erfüllt, so entsteht wiederum ein dunkler Fleck im Zentrum des ophthalmoskopischen Feldes, welcher sich aber von dem oben beschriebenen dadurch unterscheidet, daß er sich bei Drehungen des Spiegels um eine durch das Zentrum des Loches gehende Achse ohne Dezentration des Beobachtungssystems auf dem Felde des letzteren verschiebt und dementsprechend nicht in demselben Grade störend wirkt wie jener Fleck. Da er aber immerhin zu Verwechselungen Anlaß geben kann, soll die Bedingung am besten erfüllt werden.

Die charakteristische Feldwinkelgröße des durch die gegenseitige Einwirkung von Spiegelloch und Lichtquelle unvignettierten Feldes ergibt sich nach oben angewendeter Methode und ist $\frac{q - 1}{c}$. Je nachdem der numerische Wert dieser Größe den Wert ω übersteigt oder nicht, wird somit im emmetropischen Auge die Grenze des zentralen unvignettierten Feldes durch letzteren Winkel oder durch ersteren angegeben.

Die volle Feldwinkelgröße des Beleuchtungssystems erhält man auf dieselbe Weise wie die des Beobachtungssystems. Wenn die charakteristische Feldwinkelgröße mit w, die lineare Feldgröße auf der Netzhaut mit W bezeichnet wird, so ist

$$w = \frac{p + q}{c + d} \qquad BW = w + pA$$

Die äußere Grenze des durch die gegenseitige Einwirkung von Lichtquelle und Pupille unvignettierten Feldes, für welches die analogen Bezeichnungen $\lambda\, \Lambda$ angewendet werden mögen, wird durch die analogen Ausdrücke

$$\lambda = \frac{p - q}{c + d} \qquad B\Lambda = \lambda + pA$$

bestimmt.

Die Lichtstärke des Beleuchtungssystems wird durch den Flächeninhalt P_n der nützlichen Pupille angegeben, indem die Beleuchtungsstärke

auf der Netzhaut, wenn e die spezifische Helligkeit der Lichtquelle bezeichnet, durch den Ausdruck

$$e\, P_n\, B^2$$

erhalten wird. Um die nützliche Pupille zu finden, hat man mit dem Einstellungspunkte des Auges als Projektionszentrum das Lichtquellenbild und das Spiegelloch in die Pupille zu projizieren. Je nachdem die Projektion des Lichtquellenbildes größer oder kleiner als die Pupille ist, hat man von der Flächengröße der letzteren oder von der der ersteren die Flächengröße der Projektion des Spiegelloches abzuziehen. Von den beiden Werten

$$P'_n = \frac{\pi}{4}\left(p^2 - \frac{l^2}{(1 + d\,A)^2}\right) \qquad P''_n = \frac{\pi}{4}\left(\frac{q^2}{(1 + [c + d]\,A)^2} - \frac{l^2}{(1 + d\,A)^2}\right)$$

ist also der kleinere mit P_n identisch.

Durch optische Hilfsmittel kann der Ort und die Größe des vom Spiegel erzeugten Lichtquellenbildes beliebig beeinflußt werden. Da aber die praktische Ausführung der einfachen Ophthalmoskopie vor allem eine unbehinderte Beweglichkeit des Spiegels erfordert, so sind von vornherein alle Kombinationen desselben mit Linsen auszuschließen, welche — ganz abgesehen von der Raumbeschränkung — kompliziertere Manipulationen bei der Änderung der Richtung des Lichteinfalles erfordern. Nur wenn die Lichtquelle selbst unbeweglich mit dem Spiegel verbunden ist, wie in gewissen elektrischen Augenspiegeln, können solche Kombinationen praktisch anwendbar sein. Im allgemeinen hat man also zur Beeinflussung des Lichtquellenbildes nur ein optisches Mittel zur Verfügung, nämlich die Form des Spiegels Wenn es sich darum handelt, das größte mögliche Feld mit der besten möglichen Helligkeit zu erhalten, so hat man ersichtlicherweise die Lichtquelle dem Spiegel möglichst zu nähern. Da nun der Quotient $\frac{q}{c} = K'$ nur von der Größe und dem Abstande der Lichtquelle, nicht aber von der Form des Spiegels abhängig ist, indem sowohl für die tangentiale wie für die sagittale Abbildung die Hauptpunkte auf der Spiegelfläche zusammenfallen, so hat man von dem erreichbaren Werte von K′ auszugehen und die Veränderung des Feldes und der Lichtstärke bei der Veränderung von c zu untersuchen. Hierzu gibt eine Differentiation das einfachste einwandfreie Mittel ab. Die Untersuchung soll aber auch ohne dieselbe mit Hilfe der Fig. 9 illustriert werden. Indem K′ als Konstante behandelt, mithin $q\,d\,c = c\,d\,q$ gesetzt wird, erhält man durch Differentiation

$$\frac{d\,w}{d\,c} = \frac{K'd - p}{(c + d)^2} \qquad \frac{d\,\lambda}{d\,c} = -\frac{K'd + p}{(c + d)^2}$$

wo K′ bei negativem Werte von c auch einen negativen Wert hat, weil q immer mit positivem Vorzeichen benutzt wird. Was zunächst die volle Feldgröße betrifft, so hat w stets dasselbe Vorzeichen wie c, da eine Belegenheit des Lichtquellenbildes zwischen Spiegel und Pupille wegen der Überhandnahme des von der Hornhaut reflektierten Lichtes ausgeschlossen ist. Die

Variation der numerischen Werte von w und c geht dann bei positivem bzw. negativem Werte des Differentialquotienten in gleicher bzw. entgegengesetzter Richtung. Nun hat aber der Differentialquotient bei negativem Werte von c und folglich auch von K′ einen negativen, bei positivem Werte dieser Größen einen positiven oder negativen Wert, je nachdem dies mit der Größe $K'd - p$ der Fall ist. Da $|K'|$ bzw. $\frac{p}{d}$ die Winkelgröße der Lichtquelle bzw. der Pupille im Zentrum des Spiegelloches darstellt, so folgt hieraus, daß, wenn man, von einer stark konkaven Form des Spiegels ausgehend, die Krümmung desselben zunächst immer flacher, dann gleich Null und schließlich immer konvexer macht, das volle Beleuchtungsfeld, wenn die Winkelgröße der Lichtquelle im Zentrum des Spiegelloches größer als die der Pupille ist, stetig abnimmt, während, wenn letztere Winkelgröße erstere übersteigt, das Feld bei unendlich großem Werte von c ein Minimum erreicht und bei virtuellem Lichtquellenbilde mit dessen Annäherung an den Spiegel wieder an Größe zunimmt. Was das von Lichtquelle und Pupille unvignettierte Feld betrifft, so haben nur die Fälle, wo $q - p$ positiv ist und A dasselbe Vorzeichen wie λ hat, praktische Bedeutung. In diesen Fällen ist das Vorzeichen von λ dem von c entgegengesetzt, so daß bei positivem bzw. negativem Werte des Differentialquotienten die Variation der numerischen Werte von λ und c in entgegengesetzter bzw. gleicher Richtung geht. Bei positivem Werte von c ist der Differentialquotient negativ, bei negativem Werte dieser Größe hat er das entgegengesetzte Vorzeichen gegen $K'd + p$. Es folgt hieraus, daß, wenn die Winkelgröße der Lichtquelle im Zentrum des Spiegelloches die der Pupille übersteigt, das von Lichtquelle und Pupille unvignettierte Feld bei der oben angegebenen Variation der Spiegelform stetig abnimmt, während im entgegengesetzten Falle im Gebiete $q > p$ $\lambda A > 0$ das Feld bei reellem Lichtquellenbilde zunimmt, bei unendlichem Werte von c ein Maximum erreicht und dann bei virtuellem Lichtquellenbilde abnimmt. Sowohl bei reellem wie bei virtuellem Lichtquellenbilde erreicht man, wenn dieses Bild dem Spiegel genähert wird, einen Punkt, wo das ganze Feld durch die gegenseitige Einwirkung von Lichtquelle und Pupille vignettiert ist. Setzt man nämlich $A = 0$, so erhält man

$$c = \frac{p(1 + dA)}{K' - pA}$$

wo bei negativem Werte von c auch K′ negativ zu setzen ist. Bei Emmetropie fallen diese Punkte mit den Punkten zusammen, wo das Lichtquellenbild durch Annäherung an den Spiegel bis zur Größe der Pupille verkleinert worden ist, während bei hochgradiger Ametropie, wie aus der Formel hervorgeht, bedeutende Abweichungen von diesem Verhalten stattfinden.

Die Einwirkung der Spiegelform auf das Beleuchtungsfeld kann, wie schon hervorgehoben wurde, mit Hilfe der Fig. 9 illustriert werden. Läßt man nämlich z. B. AB ein reelles Bild der Lichtquelle, CD die Pupille vorstellen und die Lichtbewegung von rechts nach links stattfinden, wobei der Punkt I das Zentrum des Spiegelloches darstellen mag, so kann durch Änderung der Spiegelform AB weiter nach links verschoben werden, der

Winkel AIB bleibt aber unverändert. Es ist ohne weiteres ersichtlich, daß dabei der Winkel AEB $= w$ abnimmt, der Winkel AFB $= \lambda$ zunimmt, während, wenn der Punkt F auf der anderen Seite von I belegen wäre, auch λ bei der Entfernung des Lichtquellenbildes vom Spiegel abnehmen müßte. Im letzteren Falle wäre $-K' > \frac{p}{d'}$, während in der Figur das umgekehrte Verhalten stattfindet. Hierdurch sind die Resultate bei reellem Lichtquellenbilde illustriert. Auf ganz ähnliche Weise kann dies bei virtuellem Lichtquellenbilde geschehen, wenn I zwischen AB und CD verlegt wird.

Die Resultate können dahin zusammengefaßt werden, daß bei $|K'| > \frac{p}{d}$ ein reelles Lichtquellenbild in jeder Beziehung günstiger für die Feldgröße ist als ein unendlich entferntes, dieses wiederum günstiger als ein virtuelles, bei $|K'| < \frac{p}{d}$ dagegen sowohl ein reelles wie ein virtuelles Lichtquellenbild günstiger für die gesamte Feldgröße, ungünstiger für die Größe des durch Pupille und Lichtquelle unvignettierten Feldes ist als ein unendlich entferntes. Da nun die technischen Schwierigkeiten bei der praktischen Ausführung der einfachen Ophthalmoskopie im aufrechten Bild mit abnehmender Pupillengröße wachsen, und da die Realisierung der Bedingung $|K'| > \frac{p}{d}$ bei kleiner Pupille auf keine Schwierigkeiten stößt, so ist im allgemeinen dem Konkavspiegel der Vorzug zu geben, wenn die Feldgröße des Beleuchtungssystems ins Auge gefaßt wird. Wenn man aber die Krümmung des Spiegels zu sehr steigert, so wird er wieder weniger praktisch, indem der Hornhautreflex störender einwirkt. Dasselbe gilt von dem diffus in Hornhaut und Linse reflektierten Licht, auf dessen Bedeutung weiter unten zurückzukommen ist. Da ein um so größerer Teil des durch die Größe der Lichtquelle und des Spiegels bestimmten Lichtstromes in das Auge eindringt, einen je größeren Teil die Pupille von dem vom Spiegel ausgehenden Lichtstrome abschneidet, so wächst die in das Auge eindringende Lichtmenge mit zunehmender Krümmung des Konkavspiegels, wobei sich die Pupille verengert, um so mehr da beim größeren Feld die Maculagegend mehr der Beleuchtung ausgesetzt wird. Da nun die gesamte auf die Netzhaut fallende Lichtmenge durch die Pupille geht, so wird die Proportion der Beleuchtungsstärke auf dem Augenhintergrund zu der Lichtdichte in Hornhaut und Linse bei zunehmender Krümmung des Spiegels immer ungünstiger, das von diesen Medien diffus reflektierte Licht deshalb auch immer störender. Die Folge hiervon ist, daß man für den allgemeinen Gebrauch keinen kürzeren Spiegelradius als ungefähr 15 cm anwenden soll. Diese Grenze ist natürlich nur eine Erfahrungstatsache, welche mit der Pupillengröße in Übereinstimmung steht. Wo nur dilatierte Pupillen vorkommen — wie es ja in physiologischen Instituten bei ophthalmoskopischen Versuchen realisiert werden kann —, dort wird ein stärker gekrümmter Augenspiegel ohne Nachteil angewendet werden können. Beim praktischen Gebrauch findet man aber diese Krümmung eher zu scharf. Zu bemerken ist übrigens, daß wegen des bei der Spiegelung des Lichtes unter schiefer Inzidenz entstehenden Astigmatismus die Feld-

größe in tangentialer und in sagittaler Richtung gesondert berechnet werden muß.

Bei der Untersuchung mit einem solchen Spiegel erhält man allgemein mit den gewöhnlichen Lichtquellen ein genügend helles und für die Aufsuchung pathologischer Veränderungen hinreichend großes Feld, sobald man nicht die Maculagegend untersuchen will. Der Hornhautreflex, an dem man sonst ohne Schwierigkeit vorbeisehen kann, stört nämlich hier wesentlich mehr, indem er mehr zentral liegt, und weil sich überdies die Pupille wegen der stärkeren Beleuchtung des Netzhautzentrums mehr verengert. Die Untersuchung dieser Gegend ohne künstliche Pupillendilatation ist deshalb in vielen Fällen mit diesem Spiegel unmöglich. Manchmal kommt man dabei zum Ziel, wenn man auf das große Feld verzichtet und einen Planspiegel mit kleiner Lichtquelle anwendet.

Die Beleuchtungsstärke im zentralen Teile des Feldes ist, wie aus der oben gegebenen Formel hervorgeht, unabhängig von der Spiegelform, solange nicht das Lichtquellenbild so klein ist, daß $P''_n < P'_n$ wird. Ist dies der Fall, so hat aber dieselbe bei emmetropischem Auge genau den gleichen Wert, wenn ein Konvex- oder ein Konkavspiegel mit demselben Radius angewendet wird. Die geläufige Bezeichnung des erstgenannten Spiegels als lichtschwach ist deshalb nur mit Hinsicht auf die Menge des in das Auge eindringenden Lichtes gerechtfertigt.

Die Größe des Spiegels soll so bemessen werden, daß das Feld des Beleuchtungssystems durch alleinige Drehung des Spiegels um eine durch das Loch gehende Achse bis zur äußersten Grenze des Feldes des Beobachtungssystems gebracht werden kann, ohne daß der Lichtstrom durch den Spiegel abgeschnitten wird. Bei emmetropischem Auge ist hierzu ein Pupillendurchmesser Spiegelfläche oberhalb und unterhalb des Loches, etwas mehr in temporaler, etwas weniger in nasaler Richtung erforderlich. Bei rundem Spiegel ist deshalb ein Durchmesser von 20 mm vollkommen ausreichend und sollte nie überschritten werden. Eher wäre ein kleinerer vorzuziehen, da mit einem solchen weniger überflüssiges Licht auf die Iris geworfen wird. Die Lochgröße soll mit Hinsicht auf die oben deduzierte Bedingung so klein gemacht werden, wie es mit Hinsicht auf die praktische Anwendbarkeit des Spiegels möglich ist, und auf jeden Fall nicht 2 mm im Durchmesser übersteigen. Hauptforderung ist, daß der schädliche Raum zwischen Beleuchtungs- und Beobachtungssystem möglichst reduziert wird. Zu diesem Zwecke muß ein durchlochter Glasspiegel möglichst dünn und die Bohrung zylindrisch sein. Die größten Anforderungen müssen an die matte Schwärzung der Innenseite der Bohrung gestellt werden. Auch in den besten Augenspiegeln entsteht hier ein Reflexbildchen der Lichtquelle, dessen Zerstreuungskreis das ophthalmoskopische Bild etwas verschleiert, bei schlechter Schwärzung kann aber die Lichtstärke des Zerstreuungskreises hinreichend werden, um die Ophthalmoskopie bei enger Pupille zu vereiteln. Man hat diesen Nachteil zu vermeiden gesucht, indem man die Durchbohrung durch ein Loch in der Belegung des Spiegels ersetzt hat, und in der Tat wird der schädliche Raum auf diese Weise zu seinem Minimum reduziert. Ein solcher Spiegel muß aber auf beiden Seiten peinlichst rein gehalten werden, was teils für die praktische Anwendung zu zeitraubend ist, teils, was die Rück-

seite betrifft, auf technische Schwierigkeiten stößt. In jüngster Zeit hat nun Priestley-Smith[1]) auf die Rückseite ein anderes Glas kitten lassen, wodurch die Reinigung desselben erleichtert wird. Praktische Erfahrungen über die Anwendbarkeit solcher Spiegel im aufrechten Bild liegen noch nicht vor.

Die einfache Ophthalmoskopie mit undurchlochtem belegtem Spiegel hat als selbständige Methode keinen Wert. Da nämlich der Spiegel einseitig stehen muß, so wirkt die Kante desselben, an der man vorbeisieht, und der sichtbare Teil des Pupillenrandes als Luken, wodurch eine einseitige Vignettierung entsteht, und hierzu kommt außerdem, daß man immer exzentrisch durch die Pupille sehen muß, wo die Strahlenvereinigung schlechter ist als im Zentrum. Dagegen wird diese Methode täglich in den Fällen angewendet, wo bei der gewöhnlichen Untersuchung die Pupille sich so verengt, daß die Bedingung der Lochgröße nicht erfüllt ist. Man muß dann, wie schon oben bemerkt wurde, den Spiegel dezentrieren und benutzt somit den durchlochten Spiegel, als wäre er nicht durchlocht, hat aber dabei den Vorteil, daß man die Spiegelkante in einer beliebigen Richtung von der Gesichtslinie bequem anbringen kann. Besonders oft kommt diese Methode bei der Untersuchung der Maculagegend bei enger Pupille zur Anwendung. Daß man sie anwendet, erkennt man, da die dazu nötigen Bewegungen des Spiegels automatisch erfolgen, daran, daß man die Maculagegend wohl in einem exzentrischen, nicht aber im zentralen Teile des Zerstreuungskreises des Spiegelloches sehen kann.

Die einfache Ophthalmoskopie im umgekehrten Bild. Wird mit einer Konvexlinse ein Bild der Pupille des Beobachters in der des beobachteten Auges entworfen, so liegt ein umgekehrtes Bild des Augenhintergrundes dieses Auges zwischen der Linse und dem Auge des Beobachters, und wenn der Augenhintergrund erleuchtet ist, kann dieser das Bild unter Anwendung seiner Akkommodation oder einer passenden Linse scharf sehen. Der Vorzug dieser Methode vor der Ophthalmoskopie im aufrechten Bild liegt in der Möglichkeit, ein größeres Feld zu erhalten. Da deshalb auch eine größere Lichtmenge in das Auge geworfen werden muß, so kommt der unfoliierte Spiegel mit gewöhnlichen Lichtquellen nicht in Betracht. Aus praktischen Gründen gilt dasselbe für die Beleuchtung mit undurchlochtem, undurchsichtigem, also seitlich angebrachtem Spiegel und mit seitlich angebrachter Lichtquelle. Dagegen können diese beiden Beleuchtungsmethoden bei der reflexlosen Ophthalmoskopie mit Vorteil angewendet werden, weshalb dieselben auch erst später berücksichtigt werden sollen. Bei der Beleuchtung mit durchlochtem Spiegel finden sich im Beobachtungssystem vier Öffnungen vor, nämlich die Ophthalmoskoplinse, das Spiegelloch und die beiden Pupillen. Die Lukenwirkung der Pupille des beobachtenden Auges wird durch stetige Bewegungen desselben und des Spiegels praktisch so gut wie neutralisiert, und man kann deshalb bei der Berechnung des Feldes von dieser Öffnung absehen, mithin das Spiegelloch als Eintrittspupille des

1) Priestley Smith. A new simple ophthalmoscope. Ophthalmic Review. XXIX. 1910. S. 33.

beobachtenden Auges betrachten. Wird nun dieselbe durch die Ophthalmoskoplinse in der Eintrittspupille des beobachteten Auges abgebildet, so muß ersichtlicherweise ein Teil dieser Pupille vom optischen Bilde unbedeckt bleiben. Denn da kein Licht vom Spiegelloche ausgeht, so stellt das optische Bild desselben das Bild eines undurchsichtigen Schirmes dar. Entweder muß also das Bild des Spiegelloches kleiner als die Pupille des beobachteten Auges sein, oder aber es muß in derselben dezentriert werden. Es folgt hieraus, daß das Spiegelloch, wenn von einer Pupille des Beobachtungssystems die Rede sein kann, dieselbe darstellt. Allgemein sei nun bei den ophthalmoskopischen Methoden, bei welchen die Eintrittspupille des beobachtenden Auges in der des beobachteten abgebildet wird, K der Vergrößerungskoeffizient bei dieser Abbildung, und sei deshalb hier dieselbe Bezeichnung für die Abbildung des Spiegelloches angewendet. Da die Abbildung durch die Ophthalmoskoplinse eine umgekehrte ist, hat K einen negativen Wert, und stellt $-Kl$ den Durchmesser des Bildes dar, wenn wie oben l den Durchmesser des Spiegelloches bezeichnet. Läßt man weiter D_0 und L_0 die Brechkraft und den Durchmesser der Ophthalmoskoplinse bezeichnen, so erhält man unter Berücksichtigung, daß der Abstand zwischen der Linse und der Eintrittspupille des beobachteten Auges gleich $\frac{1-K}{D_0}$ ist, für die charakteristischen Feldwinkelgrößen die Werte

$$\operatorname{tg}\frac{v}{2} = \frac{D_0 (L_0 - Kl)}{2 (1-K)} \qquad \operatorname{tg}\frac{\omega}{2} = \frac{D_0 (L_0 + Kl)}{2 (1-K)}$$

Da aber Kl sehr klein im Verhältnis zu L_0 ist, so spielt die durch den Unterschied dieser beiden Winkel repräsentierte Vignettierung gar keine Rolle in praktischer Hinsicht, und man kann deshalb den Öffnungswinkel ω_0 des Beobachtungssystems durch die Gleichung

$$\operatorname{tg}\frac{\omega_0}{2} = \frac{D_0 L}{2 (1-K)}$$

definieren, die Öffnung desselben einfach durch die Zahl $\frac{D_0 L}{1-K}$ angeben.

Bei der Ophthalmoskopie im umgekehrten Bild braucht der Spiegel nicht schief auf der Achse der vor dem beobachtenden Auge eingeschobenen Korrektionslinse zu stehen, sondern diese liegt der Rückseite des Spiegels dicht an. Mit hinreichender Genauigkeit kann man deshalb bei der Berechnung der Vergrößerung im Beobachtungssystem das Loch selbst als Ort der Linse behandeln. Da nun bei der praktischen Ausführung nicht immer das volle Feld verwertet werden kann und in Übereinstimmung hiermit das Spiegelloch nicht immer in der Pupille des beobachteten Auges abgebildet wird, soll hier die Vergrößerung für eine beliebige Einstellung berechnet werden. Es sei hierbei das Zentrum des Spiegelloches bzw. das durch die Ophthalmoskoplinse erzeugte Bild desselben der Punkt M des beobachtenden bzw. des beobachteten Auges. Man hat dann

$$\omega_m = -K \omega'_m$$

und erhält durch Einführung der Hauptpunktwinkel auf dieselbe Weise wie im aufrechten Bild

$$-\frac{\omega_h}{\alpha_0} = K B' \cdot \frac{1 + m A}{1 + m' A'} = K D' (1 - m'_0 A'_m)(1 + m A)$$

Die absolute Vergrößerung ist somit bei $m' = 0$, welcher Fall approximativ bei der gewöhnlichen Untersuchung realisiert wird, gleich $K B'$ und also der Achsenlänge des untersuchten Auges umgekehrt proportional. Überhaupt ist die Vergrößerung in diesem Falle von der Akkommodation des beobachteten Auges unabhängig, sofern die durch dieselbe verursachte Änderung der optischen Einstellung im Beobachtungssystem nicht durch Änderung des Akkommodationszustandes des beobachtenden Auges, sondern durch Änderung des Korrektionsglases kompensiert wird. Läßt man unter derselben Voraussetzung den Abstand m' variieren, während der Abstand der Ophthalmoskoplinse vom beobachtenden Auge konstant gehalten wird, so findet man daß, wenn die Linse dem beobachtenden Auge genähert ist, so daß m' einen negativen Wert hat, die Vergrößerung bei Achsenhypermetropie des beobachteten Auges stärker ist als bei Emmetropie, bei Achsenmyopie aber schwächer. Beim Entfernen der Linse vom Auge nimmt die Vergrößerung im hypermetropischen Auge stetig ab, im myopischen zu, bleibt aber im emmetropischen unverändert. Bei $m'_0 = 0$, in welchem Fall das Spiegelloch im vorderen Fokalpunkt des beobachteten Auges abgebildet wird, ist die Vergrößerung von der Achsenlänge des beobachteten Auges unahhängig und stellt allgemein $K D'$ die absolute Vergrößerung dar, während, wenn die Linse noch weiter vom Auge entfernt wird, das myopische Auge die stärkste, das hypermetropische die geringste Vergrößerung gibt.

Die Abweichung dieser Resultate von der geläufigen Vorstellung beruht darauf, daß man die Größe des von der Ophthalmoskoplinse entworfenen Bildes ins Auge gefaßt hat, während doch der Winkel, unter welchem dieses Bild gesehen wird, maßgebend sein soll.

Läßt man beim Entfernen der Linse vom beobachteten Auge die entstehende Veränderung der optischen Einstellung im Beobachtungssystem durch Änderung des Akkommodationszustandes des beobachtenden Auges kompensieren, so sind die Veränderungen der Vergrößerung qualitativ dieselben, aber der Punkt, wo die Vergrößerung von der Achsenlänge des beobachteten Auges unabhängig ist, hat eine andere Lage. Das allgemeine Abbildungsgesetz ergibt als Bedingung dafür, daß der Augenhintergrund scharf gesehen wird,

$$\frac{A_m}{K^2} = \frac{D_{00}}{K} - A'_m$$

wo D_{00} die Brechkraft des aus der Ophthalmoskoplinse und dem Korrektionsglase zusammengesetzten Systems darstellt. Mit Hilfe dieser Gleichung und den früher angegebenen Beziehungen zwischen A bzw. A' und A_m bzw. A'_m kann A aus dem Faktor $1 + m A$ eliminiert werden. Es ergibt sich dann ein ziemlich komplizierter Ausdruck, welcher aber, wenn man auf dieselbe Weise wie im aufrechten Bild die höheren Potenzen der Werte

vom Typus m A wegläßt, durch Serienentwicklung in die Approximativformel

$$-\frac{\omega_h}{\alpha_0} = KB'(1 + K\,m\,D_{00} - (m' + K^2\,m)\,A') =$$
$$= KD'(1 + K\,m\,D_{00} - (m'_0 + K^2\,m)\,A')$$

überführt wird. Nach derselben erhält man unter Anwendung ein und derselben Korrektionslinse die gleiche Vergrößerung in verschiedenen achsenametropischen Augen, wenn das Spiegelloch in einem Punkte abgebildet wird, welcher um den Betrag $K^2\,m$ dem beobachteten Auge näher als der vordere Brennpunkt desselben liegt. Da aber K^2 bei der praktischen Ausführung selten den Wert von $^1/_9$ übersteigt, so ist der Unterschied nicht groß.

Wird beim Entfernen der Linse vom beobachteten Auge der Abstand derselben vom Untersucherauge nicht konstant gehalten, so werden die Formeln für den Rahmen dieser Darstellung zu kompliziert, um eine Diskussion derselben hier zu geben.

Ist das untersuchte Auge astigmatisch, und läßt man A'_1 A'_2 die Refraktion desselben im ersten bzw. zweiten Hauptschnitt darstellen, während K_1 bzw. K_2 den Wert bezeichnet, den der Koeffizient $\frac{\omega_h}{\omega'_h}$ bei der Einstellung des beobachtenden Auges auf die abbildbaren Linien des ersten bzw. zweiten Systems annimmt, so ergibt sich durch Serienentwicklung die Approximativformel der astigmatischen Verzerrung

$$\frac{K_1}{K_2} = 1 - (m' + K^2\,m)\,(A'_1 - A'_2)$$

Für den Fall, daß eine oder beide Abbildungen durch optische Projektion ersetzt werden, erhält man auf analoge Weise wie im aufrechten Bild die gleiche Formel, in welcher aber m den Abstand des betreffenden Bildes des Projektionszentrums vom optischen Zentrum der Korrektionslinse darstellt. Bei der Ophthalmoskopie im umgekehrten Bild ist jedoch das Spiegelloch so groß, daß es nicht als Projektionszentrum wirkt, und die Vergrößerung so gering, daß auch die Form der Papille mit ruhendem Auge geschätzt wird. Da somit die Pupille das Projektionszentrum darstellt, so hat, wenn man mit dem reduzierten Auge rechnet, m denselben Wert, ob eine Abbildung oder nur eine optische Projektion vorliegt. Man ersieht aus der Approximativformel, daß die astigmatische Verzerrung bei großem Abstande der Ophthalmoskoplinse vom beobachteten Auge in dieselbe Richtung geht wie im aufrechten Bild, bei Annäherung der Linse an das Auge aber das umgekehrte Verhalten darbietet. Die Einstellung, bei welcher keine astigmatische Verzerrung vorhanden ist, kann praktisch nicht von der Einstellung unterschieden werden, bei welcher das Spiegelloch in der Pupille des untersuchten Auges abgebildet wird. Daraus, daß bei $m' = 0$ die absolute Vergrößerung von der Brechkraft des optischen Systems des beobachteten Auges unabhängig ist, könnte man geneigt sein, zu schließen, daß bei dieser Einstellung keine astigmatische Verzerrung vorhanden wäre. Daß dies aber nicht mathematisch genau ist, geht aus dem Begriffe der

absoluten Vergrößerung hervor, welche eine emmetropische Einstellung des Beobachterauges voraussetzt. Bei $m' = 0$ würde deshalb nur dann die astigmatische Verzerrung behoben sein, wenn der Beobachter beim Übergang von der einen Abbildung zur anderen die Korrektionslinse wechselte, so daß die emmetropische Einstellung unverändert bliebe.

Auf dieselbe Weise wie im aufrechten Bild und unter derselben Voraussetzung, nämlich daß das optische Zentrum der Korrektionslinse sich im vorderen Brennpunkte des beobachtenden Auges befindet, erhält man für den Vergrößerungskoeffizienten bei der Abbildung der Netzhaut des beoachteten Auges auf der des beobachtenden den Wert

$$-\frac{KD'}{D}(1 - m'_0 A'_m)$$

Die Lichtstärke des Beobachtungssystems erhält man aus denselben Formeln wie für die Ophthalmoskopie im aufrechten Bild, indem man in denselben den Abstand $m' - d$ des Spiegelloches von der Korrektionslinse gleich Null macht. Der sich ergebende Wert für p_n ist, wenn derselbe nicht kleiner als der Durchmesser der Eintrittspupille ist, durch den letzteren zu ersetzen.

Im Beleuchtungssystem ist schon oben die Bedingung der Lochgröße $-Kl < p$ formuliert worden. Ist dieselbe nicht erfüllt, so muß man sich mit einer Dezentration aushelfen, indem man nur einen Teil des Spiegellochbildes die Pupille des beobachteten Auges decken läßt. Hier soll nur der Fall des zentrierten Systems untersucht werden, bei welchem das Beleuchtungssystem im Zentrum der Pupille des Auges das Bild eines schattenwerfenden Schirmes aufweist, so daß man tatsächlich mit einer ringförmigen Öffnung zu rechnen hat. Außer derselben sind als Öffnungen teils die Ophthalmoskoplinse, teils der Umriß der Lichtquelle in Betracht zu ziehen, während dem Spiegel eine solche Größe gegeben wird, daß derselbe auf den Strahlenraum ohne Einfluß ist. Das in dem vor dem Auge belegenen Medium durch die Ophthalmoskoplinse erzeugte Bild der Lichtquelle mag, wie bei der Untersuchung des aufrechten Bildes, den Durchmesser q haben, während c mit demselben Vorzeichen wie dort den Abstand desselben vom Bilde des Spiegelloches darstellt. Es sei ferner K' die Winkelgröße der Lichtquelle im Zentrum des Spiegelloches, während $\frac{q}{c} = K''$ gesetzt wird. Durch den angulären Vergrößerungskoeffizienten erhält man dann $|K''| = -\frac{K'}{K}$. Auf diese Weise lassen sich dieselben Formeln wie für das aufrechte Bild anwenden, solange es sich nicht um den Einfluß der Öffnung der Ophthalmoskoplinse handelt, indem d durch m', und K' durch K'' ersetzt wird und für l der Wert $-Kl$ in Anwendung kommt. Die Bedingung des Lichtquellenbildes

$$q > -Kl|1 + cA|$$

ohne deren Erfüllung ein Vollschatten des Spiegelloches auf dem ophthalmoskopischen Bilde sichtbar wird, ist dann bei $m' = 0$ streng gültig. Unter

dieser Bedingung ist der Flächeninhalt der nützlichen Pupille P_n gleich dem kleinsten der beiden Werte

$$P_n' = \frac{\pi}{4}(p^2 - K^2 l^2) \qquad P_n'' = \frac{\pi}{4}\left(\frac{q^2}{(1+cA)^2} - K^2 l^2\right)$$

und die charakteristischen Feldwinkelgrößen gleich bzw.

$$w = \frac{p+q}{c} \qquad \lambda = \frac{p-q}{c}$$

Zur Bestimmung der besten Form des Spiegels im Falle $m' = 0$ hat man nur in die Gleichung

$$-\frac{K^2}{c} = KD_0 + D_s + A_s$$

wo D die Brechkraft des Spiegels, A_s die reduzierte Konvergenz des auf denselben fallenden Strahlenbündels darstellt, den gewünschten numerischen Wert von c einmal mit positivem, einmal mit negativem Vorzeichen einzuführen, da q in beiden Fällen den gleichen Wert hat. Man erhält auf diese Weise zwei Werte D_{s_1} bzw. D_{s_2}, welche durch die Beziehung

$$D_{s_1} + D_{s_2} = -2(KD_0 + A_s)$$

voneinander abhängig sind. Man hätte also, wenn bei der praktischen Ausführung der Untersuchung das Spiegelloch stets in der Pupille des beobachteten Auges abgebildet würde, zwischen zwei gleich günstigen Spiegelformen zu wählen. Da aber aus weiter unten zu erörternden Gründen m' sehr oft einen negativen Wert hat, so ist unter den beiden Spiegelformen diejenige auszuwählen, welche hierbei die vorteilhafteste ist. Auf ganz dieselbe Weise wie bei der Ophthalmoskopie im aufrechten Bild ergibt sich, daß, je nachdem m' einen positiven oder negativen Wert hat, ein negativer bzw. positiver Wert von c von größerem Vorteil für das Feld des Beleuchtungssystems ist. Für den allgemeinen Gebrauch ist demnach ein positiver Wert von c vorzuziehen. Hierdurch sind Konkavspiegel von solcher Stärke, daß das von denselben erzeugte Bild der Lichtquelle zwischen dem Spiegel und dem Brennpunkte der Ophthalmoskoplinse liegt, von der Wahl ausgeschlossen, indem $-(KD_0 + A)$ die maximale Brechkraft des Spiegels angibt. Bei einem Spiegel mit dieser Brechkraft wird die Lichtquelle auf der Netzhaut des emmetropischen Auges abgebildet, und das ganze Feld ist unvignettiert. Letzterer Vorteil wird aber gewöhnlich dadurch vereitelt, daß die praktisch zur Verfügung stehenden Lichtquellen keine hinreichend gleichmäßige Helligkeit haben. Es ist deshalb vorzuziehen, eine etwas größere Brennweite für den Spiegel zu wählen, wobei das unvignettierte Feld verkleinert, das volle Feld aber vergrößert wird. Wollte man auf diese Weise die Verkleinerung von c dahin gehen lassen, daß $q = p$ wäre, so würde man dadurch das unvignettierte Feld im emmetropischen Auge bis auf den Wert Null einschränken. Da nun die Ophthalmoskopie im umgekehrten Bild nicht so sehr dem Zwecke der Detailuntersuchung wie dem Zwecke des Über-

sichtsbildes dient, so würde sich dieses Verhalten als eine Abnahme der Lichtstärke kundgeben. Um diese Lichtschwäche zu vermeiden, tut man am besten, die Krümmung des Spiegels nicht mehr zu verkleinern, als gerade nötig, um auch bei den höchsten Graden von Myopie die Ungleichmäßigkeit der Lichtquelle nicht auf dem Bilde zu erkennen. Wo diese Grenze liegt, beruht auf der Beschaffenheit der Lichtquelle und läßt sich nur durch Versuche ermitteln. Da hierzu kommt, daß verschiedene Untersucher nicht nur verschiedene Lichtquellen, sondern auch verschiedene Abstände derselben vorziehen, so ist es verständlich, daß Krümmungsradien zwischen etwa 60 und 30 cm angewendet werden. Die längere Brennweite gibt unter sonst gleichen Umständen ein größeres Feld, aber einen kleineren unvignettierten Teil desselben, wodurch der Eindruck einer geringeren Lichtstärke entsteht. Noch deutlicher ist dies bei der Anwendung des Planspiegels.

Durch Annäherung der Lichtquelle an den Spiegel, während das beobachtete Auge vor Licht geschützt wird, kann man es ohne Schwierigkeit dahin bringen, daß das volle Feld des Beobachtungssystems erleuchtet ist. Bei der praktischen Ausführung der Untersuchung ohne künstliche Pupillenerweiterung verengt sich aber hierbei die Pupille und wird der Hornhautreflex so störend, daß man lieber auf dieses große Feld verzichtet und die Lichtquelle neben dem zu untersuchenden Auge wie zur Untersuchung im aufrechten Bild aufstellt. Man kann aber dann mit kleinen Bewegungen des Spiegels jeden Teil des Beobachtungsfeldes erleuchten.

Der Durchmesser des Spiegelloches richtet sich allgemein nach der anzuwendenden Vergrößerung und soll so gewählt werden, daß die Bedingung der Lochgröße in der Mehrzahl der Fälle erfüllt ist, soll aber auch nicht kleiner gemacht werden. Da es sich nun im allgemeinen nicht empfiehlt, ohne künstliche Dilatation der Pupille des beobachteten Auges eine stärkere Vergrößerung als $K = -\frac{1}{3}$ anzuwenden, so sollte das Loch allgemein einen Durchmesser von 4 mm haben. Man hat dann den Vorteil der größeren Lichtstärke im Beobachtungssystem und erhält gewöhnlich beim Schließen des anderen Auges eine hinreichend große Pupille, um diese Lochgröße auszunutzen. Auf der anderen Seite ist die Bedingung der Lochgröße, besonders wenn man sich mit einer geringeren Vergrößerung im Beobachtungssystem begnügt, auch bei sehr kleinen Pupillen erfüllt. Wer aber allgemein eine stärkere Vergrößerung wünscht, muß auch ein kleineres Spiegelloch haben. Der Durchmesser des Spiegels soll so groß sein, daß das Bild der Pupille des beobachteten Auges vollständig von der spiegelnden Fläche bedeckt wird, und muß demnach wenigstens 30 mm betragen. Wird diese Bedingung nicht erfüllt, so geht ein Teil des Lichtes im Beleuchtungssystem verloren.

Bei der praktischen Ausführung der Untersuchung fängt man immer mit einem kürzeren Abstande der Linse vom beobachteten Auge an, um dann durch Vergrößern dieses Abstandes das Feld des Beobachtungssystems zu erweitern. Hat man es auf diese Weise dahin gebracht, daß nichts vom Irisrande zu sehen ist, so hat man praktisch die Einstellung gefunden, bei welcher das Spiegelloch in der Pupille des beobachteten Auges abgebildet wird. Diese Einstellung erfordert aber bei kleiner Pupille teils eine ruhige Hand, teils auch eine gewisse Dozilität seitens des Untersuchten, indem ge-

ringe Bewegungen des beobachteten Auges genügen, um das Feld vollkommen zu verdunkeln, wobei man wieder die richtige Einstellung auf dieselbe Weise aufsuchen muß. Aus diesen Gründen wird sehr oft, besonders von Anfängern oder bei mangelnder Dozilität des Untersuchten, die weniger empfindliche Einstellung mit kürzerem Abstande der Linse vorgezogen, weshalb auch oben bei der Wahl der Spiegelform die bei negativem Werte von m′ günstigere vorgezogen wurde. Bei diesen Änderungen des Abstandes der Ophthalmoskoplinse wird auch der Abstand des Bildes des Augenhintergrundes vom Auge des Untersuchers geändert. Damit nun die dadurch bedingte Einstellungsänderung dieses Auges bei hinreichender Vergrößerung des ophthalmoskopischen Bildes nicht zu groß ausfalle, soll die Brechkraft der Ophthalmoskoplinse keinen zu hohen Wert haben. Auf der anderen Seite darf dieselbe nicht schwächer sein, als daß man die dieselbe führende Hand an die Stirn des Untersuchten stützen kann. Die hierdurch angegebene untere Grenze — etwa 14 dptr — dürfte deshalb den besten Wert darstellen. Eine Öffnung von 50 mm kann mit Vorteil ausgenutzt werden.

Mit der einfachen Ophthalmoskopie ist es in vielen Fällen unmöglich, die Maculagegend zu untersuchen, und bei minimaler Pupille kann sogar die Untersuchung überhaupt unmöglich sein. Man erhält stets den Eindruck, als wäre der Hornhautreflex das wesentliche Hindernis. Als ein Übergang zu den Methoden der reflexlosen Ophthalmoskopie sei hier zunächst die Möglichkeit der **Beseitigung des Hornhautreflexes** untersucht. Es ist nämlich offensichtig, daß man erst dann entscheiden kann, ob diese notwendige Bedingung der reflexlosen Ophthalmoskopie auch hinreichend ist, wenn man über Methoden verfügt, bei welchen dieselbe erfüllt ist.

Wenn man das sich vom Lichtquellenmedium unter Spiegelung des Lichtes in der vorderen Hornhautfläche zur Eintrittspupille des beobachtenden Auges erstreckende optische System — das erste katadioptrische System — untersuchen will, so geschieht dies, wenn es sich um die gewöhnliche Untersuchung im aufrechten Bild handelt, am einfachsten durch eine Untersuchung des Strahlenraumbildes in dem Medium, wo sich das Licht nach erfolgter Spiegelung im Augenspiegel und vor der Reflexion in der Hornhaut bewegt. Man braucht hierbei nur auf zwei Öffnungen Rücksicht zu nehmen, nämlich die des Spiegels und des Spiegelloches. Erstere Öffnung gehört schon dem fraglichen Medium an, und das in diesem liegende Bild der letzteren ist das Hornhautspiegelbild des Loches. Wenn man also alle geraden Linien zieht, welche durch die Spiegelöffnung und durch das Hornhautspiegelbild des Loches gehen, so hat man das maximale Strahlenraumbild des ersten katadioptrischen Systems im betreffenden Medium. Wenn eine andere Öffnung, die Fassung der Korrektionslinse oder die Pupille des beobachtenden Auges, als Luke wirkte, so würde dieser Strahlenraum nur etwas eingeengt werden. Es leuchtet nun ein, daß es genügt, das vom Spiegel entworfene Bild der Lichtquelle außerhalb dieses Strahlenraumes zu verlegen, um den Hornhautreflex zu beseitigen; denn da keine Linie des Strahlenraumbildes durch das Bild der Lichtquelle geht, so kann kein von derselben ausgegangener Strahl das System passieren, d. h. durch das Spiegelloch zum beobachtenden Auge dringen. Bei der Anwendung eines durchsichtigen undurchlochten Spiegels tritt an Stelle des Hornhautspiegelbildes

des Spiegelloches das der Pupille des beobachtenden Auges oder der Fassung der Korrektionslinse, wenn eine solche angewendet wird. Es gibt aber auch ein anderes Mittel, den Hornhautreflex zu beseitigen, wenn der Spiegel ein Loch hat. Da nämlich dieses einen Schatten wirft, so ist es auch hinreichend, die Lichtquelle so aufzustellen, daß der Vollschatten des Loches das Hornhautspiegelbild desselben deckt. Die Spitze des Vollschattenkegels ergibt sich aus der Gleichung

$$\frac{x}{l} = \left| \frac{x + c}{q} \right|$$

Setzt man in derselben x gleich dem Abstande des Hornhautkrümmungszentrums vom Spiegelloch, so erhält man bei einem gegebenen Werte von c den Wert, den q nicht übersteigen darf, wenn das Hornhautspiegelbild des Loches im Vollschatten liegen soll. Man kann dies praktisch durch Entfernen der Lichtquelle erzielen. Ist auf diese Weise der Vollschatten hinreichend geworden, so gibt es sich dadurch kund, daß der Hornhautreflex verschwindet, sobald man denselben absichtlich möglichst genau beleuchtet. Man kann deshalb entweder an demselben vorbeisehen oder ihn zum Verschwinden bringen, wenn er gerade im Wege liegt. Obwohl das Feld und die Lichtstärke sehr gering sind, gelingt es auf diese Weise in vielen Fällen, den kleinen Foveareflex zu sehen, wo dies mit der gewöhnlichen Untersuchung unmöglich ist. Eine hinreichende Lichtstärke erhält man aber mit der Nernstspaltlampe, die ich ursprünglich zur Anwendung bei der Ophthalmometrie konstruierte, deshalb auch ophthalmometrische Nernstlampe benannte. Dieselbe besteht aus einem geschlossenen Rohre, in dessen einem Ende die Nernstlampe eingeführt ist, während das glühende Stäbchen derselben durch ein Linsensystem in einem im anderen Ende angebrachten Spalte abgebildet wird, so daß der Spalt die anzuwendende Lichtquelle darstellt. Mit derselben erhält man bei vertikal stehendem Spalte ein hinreichend helles Bild und kann in den meisten Fällen die Maculagegend ohne Dilatation der Pupille untersuchen. Zwar wird das Feld bei enger Pupille immer kleiner, aber sogar bei eserinisierter Pupille ist es auf diese Weise möglich, ein kleines Feld in der Fovea zu sehen. Ist der Abstand des Spaltes vom Spiegel zu groß, so ist die Bedingung des Lichtquellenbildes nicht erfüllt sondern man sieht im beleuchteten Felde einen zentralen dunklen Fleck, welcher die Bewegungen des Spiegels mitmacht. Wenn man aber mit einem Konkavspiegel von etwa 15 cm Radius den Spalt in einem 12 bis 15 cm betragenden Abstande vom Spiegel aufstellt und einen Einfallswinkel von annähernd 45^0 anwendet, so verschwindet im allgemeinen dieser Fleck. Daß dies bei der fast linearen Form der Lichtquelle überhaupt möglich ist, beruht darauf, daß das Strahlenbündel nach der Spiegelung nicht nur astigmatisch ist, sondern auch ziemlich hohe Asymmetrienwerte hat. Der zweite Brennpunkt fällt bei dieser Aufstellung nach der Brechung des Lichtes im optischen System des Auges, wenn dieses keine hohe Refraktionsanomalie aufweist, auf die Netzhaut oder in deren nächste Nähe, und im ersten Brennpunkt hat das Strahlenbündel wegen der direkten Asymmetrie eine endliche Dicke. Wenn man diese Untersuchung mit dilatierter Pupille ausführt, so hat man in derselben ein diagnostisches Mittel, dessen Feinheit

bisher nicht erreicht wurde. Das beleuchtete Feld ist dabei hinreichend groß zur bequemen Untersuchung und sehr hell, wozu noch kommt, daß man durch Beseitigung des Hornhautreflexes in den Stand gesetzt wird, den zentralen Teil der Pupille des beobachteten Auges für das Beobachtungssystem zu verwenden, was sonst nicht möglich ist, da hier der Hornhautreflex den Beobachter zu einer seitlichen Bewegung zwingt. Man ist deshalb bei der gewöhnlichen Untersuchung der Maculagegend im aufrechten Bild stets gezwungen, einen für die optische Abbildung weniger günstigen Teil der Pupille im Beobachtungssystem zu verwenden, während mit dieser Methode der **einfachen zentrischen Ophthalmoskopie** das Auflösungsvermögen des optischen Systems des Auges wesentlich größer ist, so daß viel feinere Details erkannt werden können.

Der einzige Nachteil dieser Untersuchungsmethode bei undilatierter Pupille ist das kleine Feld. Zur Beseitigung des Hornhautreflexes muß man, wenn ein größeres Feld bei kleiner Pupille erzielt werden soll, ein Bild der Lichtquelle neben den dünnsten Teil des Strahlenraumbildes des katadioptrischen Systems, also neben das Hornhautspiegelbild des Loches bzw. der Beobachterpupille verlegen. Man erreicht dies, indem man eine passende aplanatische Konvexlinse mit einer planparallelen Glasplatte kombiniert und die Nernstspaltlampe als Lichtquelle anwendet. Wenn der Abstand der Linse von der als Spiegel benutzten Glasplatte richtig bemessen ist, so kann man ein Bild des Spaltes in der Pupillarebene des beobachteten Auges erzeugen. Man findet auch, daß der Hornhautreflex sich ohne Schwierigkeit durch kleine Bewegungen dieses Augenspiegels beseitigen läßt, und daß das beleuchtete Feld eine beträchtliche Größe hat, aber — man sieht in diesem Felde sehr wenig, weil es durch fremdes Licht verschleiert ist. Es ist nun leicht, sich davon zu überzeugen, daß diese Verschleierung von dem in der Hornhaut und in der Linse diffus reflektierten Lichte herrührt. Man braucht dazu nur das Auge ein wenig vom Spiegel zu entfernen. Dieser Versuch beweist, daß es, sobald höhere Ansprüche an die Ausdehnung des Feldes im Beleuchtungssystem gestellt werden, nicht genügt, den Hornhautreflex zu beseitigen, sondern daß auch das diffus in der Hornhaut und in der Linse reflektierte Licht abgehalten werden muß.

Wenn man sich aber mit einem kleineren Felde begnügt, so kann man auch auf diese Weise eine sehr anwendbare Methode gewinnen. Mit einer Linse von etwa 30 dptr Brechkraft und höchstens 10 mm Durchmesser, welche mit einem durchbohrten Planspiegel kombiniert wird, dessen Loch 2 mm im Durchmesser beträgt, erhält man ein zur Untersuchung der Macula ohne Erweiterung der Pupille sehr geeignetes Instrument. Bei horizontalem Spalt kann auch ein Konkavspiegel, je nach der Krümmung desselben, allein oder in Verbindung mit einer Konvexlinse angewendet werden.

Auch im umgekehrten Bild läßt sich der Hornhautreflex ohne Schwierigkeit beseitigen, wenn man, wie es nunmehr möglich ist, über eine passende aplanatische Ophthalmoskoplinse verfügt. Zur Konstruktion des Strahlenraumbildes des ersten katadioptrischen Systems in dem Medium, wo sich das Licht vor der Reflexion in der Hornhaut bewegt, hat man zunächst, da das Licht auch nach der Spiegelung in der Hornhaut des beobachteten Auges durch die Ophthalmoskoplinse gehen muß, bevor es als Hornhautreflex in

die Pupille des beobachtenden Auges eindringt, die Ophthalmoskoplinse und das Hornhautspiegelbild derselben als Öffnungsbilder zu behandeln. Die geraden Linien, welche durch diese beiden Öffnungsbilder gezogen werden können, stellen das maximale Strahlenraumbild dar. Wird nun das von der Ophthalmoskoplinse erzeugte Bild der Pupille des beobachtenden Auges außerhalb dieses Strahlenraumes verlegt, so ist es einleuchtend, daß dieser maximale Strahlenraum dadurch auf den Wert Null reduziert wird, indem das durch die Hornhaut reflektierte Licht wohl nach der Reflexion wieder die Ophthalmoskoplinse passiert, aber nicht in die Pupille des beobachtenden Auges eindringen kann, und somit kein einziger Lichtstrahl das System vom ersten Medium zum letzten passieren kann. Um bei der praktischen Ausführung der einfachen Ophthalmoskopie im umgekehrten Bild auf diese Weise mit aplanatischer Ophthalmoskoplinse den Hornhautreflex zu beseitigen, muß man dafür sorgen, daß das Hornhautspiegelbild dieser Linse nicht die ganze Pupille ausfüllt, indem man den Blick des beobachteten Auges auf einen nahe dem Rande der Linse belegenen Punkt richten läßt. Wenn dann diese in der richtigen Entfernung vom beobachteten Auge gehalten wird, braucht man nur dieselbe ein wenig in der Richtung nach der Blicklinie des beobachteten Auges zu dezentrieren, um den Hornhautreflex verschwinden zu sehen. Es zeigt sich nun, daß, wenn dieser Versuch bei sehr kleiner Pupille gemacht wird, das Bild des Augenhintergrundes wieder von fremdem Lichte verschleiert ist. Dieser Versuch beweist, daß bei mäßiger Ausdehnung des beleuchteten Feldes doch das diffus in Hornhaut und Linse reflektierte Licht ausgeschlossen werden muß, sobald die Pupille klein ist. Da die Lichtdichte in einem Lichtstrome umgekehrt dem Querschnitte desselben proportional ist, so gewinnt überhaupt das diffus reflektierte Licht um so mehr an Bedeutung, je größer das beleuchtete Feld auf der Netzhaut ist, im Verhältnis zu dem im Beleuchtungssystem angewendeten Teil der Pupille.

Die Bedingung, deren Erfüllung zum Ausschalten des in Hornhaut und Linse diffus reflektierten Lichtes notwendig und hinreichend ist, läßt sich am einfachsten dahin formulieren, daß kein Teil der Hornhaut oder der Linse des beobachteten Auges auf einmal im Strahlenraum des Beleuchtungssystems und in demjenigen des Beobachtungssystems belegen sein darf.

Wenn man für **die reflexlose Ophthalmoskopie** die absolute Forderung aufstellt, daß sowohl das regelmäßig in den Trennungsflächen des Auges wie das diffus in der Hornhaut und in der Linse reflektierte Licht ausgeschlossen werden soll, so deckt sich die Bedingung der reflexlosen Ophthalmoskopie mit der eben ausgesprochenen. Denn wenn kein vom Lichte getroffener Teil der vorderen Hornhautfläche im Strahlenraum des Beobachtungssystems liegt, so kann auch kein vom beleuchteten Teile dieser Fläche ausgehender Lichtstrahl in die Pupille des beobachtenden Auges eindringen, und auf dieselbe Weise verhält es sich mit den anderen spiegelnden Flächen, so daß tatsächlich in den drei katadioptrischen Systemen kein Strahlenraum vorhanden ist. Da nun aber, wenn ein kleiner Teil der Hornhaut auf einmal in beiden Strahlenräumen belegen ist, die Folge davon keine andere zu sein braucht, als daß ein schmaler peripherer Saum des ophthalmoskopischen Feldes verschleiert erscheint, während, wenn der Horn-

hautreflex nicht ausgeschlossen ist, das ganze Bild unsichtbar werden kann, so muß auch noch gefordert werden, daß, wenigstens im ersten katadioptrischen System, am besten aber in allen dreien, die Lichtquelle, wenn ein Strahlenraum vorhanden ist, außerhalb desselben belegen ist. In Übereinstimmung hiermit habe ich die Bedingung der reflexlosen Ophthalmoskopie auf folgende Weise formuliert.

Es muß ein Teil des Augenhintergrundes, es darf aber kein Teil der Hornhaut oder der Linse des beobachteten Auges auf einmal im Strahlenraum des Beleuchtungssystems und in demjenigen des Beobachtungssystems belegen sein, während gleichzeitig in den drei katadioptrischen Systemen die Lichtquelle, wenn ein Strahlenraum vorhanden ist, außerhalb desselben belegen sein muß.

Zu dieser Definition ist zu bemerken, daß in derselben das Beleuchtungssystem die Lichtquelle als eine Blendenöffnung enthält, während sich die

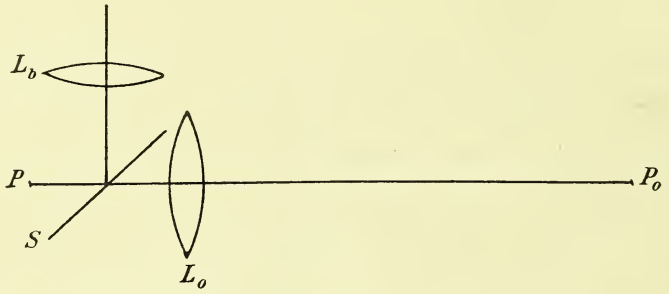

Fig. 10.

drei katadioptrischen Systeme nach dieser Richtung nur bis zum Lichtquellenmedium erstrecken.

Die zentrische reflexlose Ophthalmoskopie läßt sich unter Erfüllung dieser Bedingung am vorteilhaftesten nach dem in der Fig. 10 dargestellten Schema realisieren, wo PP_o die Mittelpunkte der Eintrittspupillen des untersuchten bzw. ophthalmoskopierenden Auges, L_o bzw. L^b eine dem ophthalmoskopischen bzw. dem Beleuchtungssystem zugehörige Linse und S eine dünne, planparallele, um 45^0 geneigte Glasplatte bedeutet. Die beiden auf der Achse der Linse L_o gelegenen Punkte P und P_o werden durch dieselbe ineinander abgebildet. Es soll nun zunächst gezeigt werden, wie diese Anordnung den Bedingungen der Reflexlosigkeit genügen kann. Um mit dem ersten katadioptrischen System anzufangen, sei ohne Berücksichtigung der Pupille des beobachtenden Auges das maximale Strahlenraumbild desselben im Lichtquellenmedium konstruiert. Da im betreffenden Strahlenraum nur zwei Öffnungen vorhanden sind, nämlich die der beiden Linsen, und da die Öffnung der Linse L_b schon im Lichtquellenmedium gelegen ist, so bleibt nur übrig, die Öffnung der Linse L_o abzubilden, wobei das Licht zunächst durch den Spiegel S geht, dann sukzessive in der Hornhaut und in diesem Spiegel reflektiert wird, um schließlich durch die Linse

L_b zu gehen. Das so erhaltene Bild der Linse L_o stellt den dünnsten Querschnitt des Strahlenraumbildes des ersten katadioptrischen Systems dar und ist in der Nähe des durch die Linse L_b erzeugten Bildes der Pupille des beobachteten Auges belegen. Ist diese maximal dilatiert, so bleibt hier hinreichend Platz für eine Lichtquelle übrig, welche somit innerhalb des durch die Pupille des beobachteten Auges und die Linse L_b bestimmten maximalen Strahlenraumes des Beleuchtungssystems, aber außerhalb des Strahlenraumes des ersten katadioptrischen Systems belegen ist. Auf dieselbe Weise wird der Strahlenraum des dritten katadioptrischen Systems ermittelt, während es sich bei der Untersuchung des zweiten katadioptrischen Systems empfiehlt, die Pupille des beobachtenden Auges von vornherein in Rechnung zu ziehen. Da das Bild derselben im Zentrum der Pupille des beobachteten Auges gelegen sein soll, so ist dies auch mit den von der Linse L_b entworfenen Bildern der beiden Pupillen im Lichtquellenmedium der Fall, indem das erstgenannte Bild auf der vorderen Linsenfläche belegen ist und folglich mit dem Spiegelbilde in dieser Fläche zusammenfällt. Die ausführliche Rechnung[1]) ergibt unter Zugrundelegung des exakten schematischen Auges, daß, wenn beide Linsen eine Brechkraft von 14 dptr und eine Öffnung von 50 mm haben und zusammen mit dem zunächst als unendlich dünn angesehenen Spiegel S so aufgestellt sind, daß die eine das Spiegelbild der anderen darstellt, bei 6 mm Durchmesser der Eintrittspupille sowohl des ophthalmoskopierenden wie des untersuchten Auges, und bei einer Abbildung jener Pupille unter dreimaliger Verkleinerung in dieser, kein von den drei spiegelnden Flächen des Auges regelmäßig reflektiertes Licht in die Pupille des beobachtenden Auges eindringt, sobald in der Ebene der Eintrittspupille des beobachteten Auges eine zentrale Partie von rund 2,4 mm Durchmesser vor Licht geschützt wird. Da in den Strahlenräumen des ersten und dritten katadioptrischen Systems keine Rücksicht auf die Pupille des beobachtenden Auges genommen wurde, so gelangt das von der Hornhaut und von der hinteren Linsenfläche regelmäßig reflektierte Licht überhaupt nicht in die Linse L_o hinein.

Um auch das durch Hornhaut und Linse diffus reflektierte Licht vom ophthalmoskopischen Bilde fernzuhalten, muß aber der dem Bilde der Lichtquelle in der Eintrittspupille des beobachteten Auges angewiesene Platz noch wesentlich eingeschränkt werden. Die Strahlenräume des Beobachtungs- und des Beleuchtungssystems, welche beide in der Eintrittspupille des beobachteten Auges eine Einengung haben, müssen dazu so weit auseinander geschoben werden, daß sowohl an der vorderen Hornhautfläche wie an der hinteren Linsenfläche ein Punkt im freien Raum zwischen beiden Strahlenräumen liegt. Dies wird am besten durch Konstruktion der Strahlenraumbilder in dem zwischen dem Spiegel S und der Hornhaut gelegenen Medium illustriert. Wenn das beobachtete Auge emmetropisch ist, und der beleuchtete Teil des Augenhintergrundes sich vollständig mit dem im ophthalmoskopischen System sichtbaren deckt, so sind die Grenzlinien der Durchschnitte dieser Strahlenraumbilder mit einer Meridianebene, wie es die Fig. 11 zeigt, zu je vieren parallell zueinander. P'_o ist das Bild der Pupille des beobachtenden

1) Die reflexlose Ophthalmoskopie. Arch. f. Augenheilk. LXVIII, S. 101, 1911.

Auges, und der Mittelpunkt desselben liegt im Zentrum der Eintrittspupille des beobachteten Auges, während L′ ein kleines im peripheren Teil derselben belegenes Bild der Lichtquelle darstellt, und das Strahlenraumbild des Beobachtungs- bzw. Beleuchtungssystems horizontal bzw. vertikal schraffiert ist. Es ist sofort ersichtlich, daß die oben formulierte Bedingung, daß kein Teil der Hornhaut oder der Linse auf einmal innerhalb der Strahlenräume der beiden Systeme gelegen sein darf, damit gleichbedeutend ist, daß sowohl die vordere Hornhautfläche wie das Luftbild der hinteren Linsenfläche den freien rhombischen Querschnitt schneiden müssen. Der Hornhautpol liegt nun rund 3 mm, das Luftbild des hinteren Linsenpoles rund 4 mm vom Luftbilde des vorderen Linsenpoles entfernt. Wenn nun auch bei der Berechnung der Strahlenräume der katadioptrischen Systeme die Eintrittspupille zum Luftbilde des vorderen Linsenpoles verlegt worden ist, so ist es auf der anderen Seite leicht, zu zeigen, daß eine Verschiebung derselben um 0,5 mm nach rückwärts, was auch den tatsächlichen Verhältnissen bei dilatierter Pupille näher kommt, ohne merkbaren Einfluß auf die Strahlenräume ist. Wird der spitze Winkel der freien rhombischen Figur mit ω bezeichnet, und stellt a die in mm gemessene Breite des freien Raumes zwischen den beiden Bildern P'_0 und L′ dar, so genügt es somit, die Bedingung

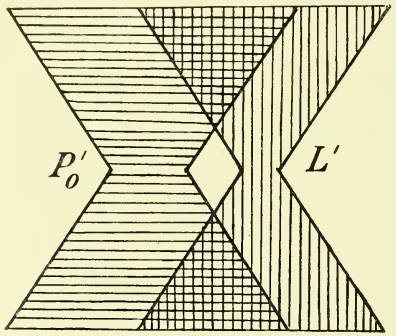

Fig. 11.

$$\operatorname{tg} \frac{\omega}{2} = \frac{a}{7}$$

zu erfüllen, um das diffus in den Augenmedien reflektierte Licht vom ophthalmoskopischen Bilde fernzuhalten. Da es bei der zentrischen reflexlosen Ophthalmoskopie immer möglich ist, durch Abblendung die vignettierten Teile des Feldes sowohl im Beleuchtungs- wie im Beobachtungssystem auszuschließen und die beiden Felder zur Deckung zu bringen, so fällt der durch diese Gleichung bestimmte Winkel in geeigneten Instrumenten mit dem früher mit demselben Buchstaben bezeichneten Winkel zusammen, welcher die charakteristische Winkelgröße des unvignettierten Feldes im Beobachtungssystem angibt, und kann demnach in einem solchen Instrumente als der Öffnungswinkel bezeichnet werden.

Schränkt man die Breite des für das Bild der Lichtquelle disponiblen Raumes auf 1 mm ein, so erhält a bei gut dilatierter Pupille den Wert von 2 mm, aus welchem sich $\omega = 31^0 50'$ ergibt. Hiernach ist es also unter günstigen Umständen möglich, bei der zentrischen, reflexlosen Ophthalmoskopie ein unvignettiertes, schleierfreies Feld von 5 bis 6 Papillendurchmessern zu erhalten, wozu allerdings ein etwas größerer Durchmesser der beiden Linsen als in der oben angeführten Rechnung nötig wäre.

Da die Beleuchtungsstärke auf dem Augenhintergrund des beobachteten

Auges dem Flächeninhalt des Lichtquellenbildes und der spezifischen Intensität der Lichtquelle direkt proportional ist, so kann bei dem kleinen, dem Bilde der Lichtquelle angewiesenen Raum — außer Sonnenlicht und Bogenlicht — nur das Licht der Nernstspaltlampe angewendet werden.

Um eine stärkere Vergrößerung im Beobachtungssystem zu erhalten, ersetzt man die im Punkte P_0 befindliche Eintrittspupille des beobachtenden Auges durch eine Blende, welche die Eintrittspupille eines nach dem Typus des astronomischen Fernrohres gebauten Instrumentes darstellt und durch dasselbe in der Eintrittspupille des beobachtenden Auges abgebildet wird. Es ist dann K laut der früher gegebenen Definition der Vergrößerungskoeffizient bei der Abbildung der Eintrittspupille des beobachtenden Auges in der Ebene der Eintrittspupille des beobachteten Auges und $\omega_h = -K\omega'_h$, wobei K einen positiven Wert hat und das ophthalmoskopische Bild demnach ein aufrechtes ist. Um bei stärkerer Vergrößerung eine genügende Helligkeit zu erhalten, kann man das ohnehin nicht zu bewältigende Feld einschränken, wodurch in der Eintrittspupille des beobachteten Auges mehr Raum für das Lichtquellenbild und für das Bild der Eintrittspupille der Fernrohrlupe gewonnen wird. Man kann dann diese bis zu einem Durchmesser von 10 mm vergrößern und gleichzeitig die Vergrößerung des Lichtquellenbildes durch passende Wahl der Brechkraft und des Ortes der Linse L_b steigern.

Notwendige Bedingung ist auf alle Fälle eine hinreichend aberrationsfreie Abbildung der Blende des Beobachtungssystems und der Lichtquelle in der Eintrittspupille des beobachteten Auges. Man erzielt dieselbe mit den neuen aplanatischen Ophthalmoskoplinsen, welche nach meiner Angabe von Herrn Dr. v. Rohr berechnet worden sind und bei Zeiß hergestellt werden, und in welchen die aplanatische Abbildung durch die Anwendung einer asphärischen Fläche erreicht wird.

Ein Eingehen auf die Details der Konstruktionen bzw. auf die Notwendigkeit, das ohne Reflexion den Spiegel S passierende Licht unschädlich zu machen, würde hier zu weit führen. Die Erfahrung hat gelehrt, daß mit einem Öffnungswinkel von 20°, also mit einem Felde von 3 bis 4 Papillendurchmessern, eine Vergrößerung von $K = 2$ ausgenutzt werden kann, so daß im größeren Bilde auch entsprechend mehr Details gesehen werden während es bisher unmöglich war, eine stärkere Vergrößerung als die des gewöhnlichen aufrechten Bildes zu verwerten. Die Grenze der nützlichen Vergrößerung dürfte freilich hiermit nicht erreicht worden sein, scheint aber auf der anderen Seite nicht höher als bei $K = 3$ zu liegen.

Daß auch unter Anwendung räumlich ausgedehnterer Lichtquellen der durchbohrte undurchsichtige Spiegel bei der zentrischen Ophthalmoskopie Verwendung finden kann, davon habe ich mich durch besondere Versuche überzeugt. Wegen der unvermeidlichen Vignettierung steht aber diese Methode der mit unbelegtem Spiegel wesentlich nach und soll deshalb auch nicht näher erörtert werden.

Die azentrische reflexlose Ophthalmoskopie, bei welcher auf die Abbildung der Pupille des beobachtenden Auges oder der betreffenden Blende des Beobachtungssystems im Zentrum der Eintrittspupille des beobachteten Auges verzichtet wird, läßt sich, wie aus obenstehender Unter-

suchung hervorgeht, ohne weiteres realisieren, wenn der Abstand a vergrößert wird. Man erhält dadurch allgemein ein im Verhältnis zur Pupillengröße relativ größeres Feld und kann diesen Vorteil nach zwei Richtungen hin ausnutzen, nämlich einesteils um große ophthalmoskopische Übersichtsbilder, anderenteils um eine Methode der reflexlosen Ophthalmoskopie bei enger Pupille zu erhalten. Zu diesen Zwecken wird aber mit Vorteil eine einfachere Methode angewendet, auf welche weiter unten eingegangen werden soll.

Wird ein undurchsichtiger Spiegel zur azentrischen reflexlosen Ophthalmoskopie angewendet, so empfiehlt es sich, denselben ohne Durchbohrung seitlich aufzustellen. Die Bedingung der Reflexlosigkeit ist bei dieser Anordnung sehr leicht zu erfüllen, da der im Beleuchtungssystem wie eine Blende, im Beobachtungssystem wie ein Schirm wirkende Spiegel die Trennung der beiden Strahlenräume zum Teil von selbst besorgt. Diese Methode ist mit großem Erfolge von Dimmer[1]) zur Photographie des Augenhintergrundes ausgearbeitet worden und kommt auch im stationären Augenspiegel von Thorner[2]) zur Verwendung. Nach beiden Methoden wird eine Blende des Beobachtungssystems in der Eintrittspupille des beobachteten Auges abgebildet, aber während ersterer im anderen Teile dieser Pupille die Lichtquelle abbildet, verlegt letzterer an diesen Ort ein Bild einer dem Beleuchtungssystem angehörenden Blende. Bei der Methode von Dimmer ist der Abstand a hinreichend groß, um auch das diffus reflektierte Licht auszuschalten, während dies im Thornerschen Augenspiegel, soweit es die Linse betrifft, nicht der Fall zu sein scheint. Dieses Licht schadet aber hier nicht so viel, da der für das Beleuchtungssystem in Anspruch genommene Teil der Pupille relativ groß ist. Ohne Abbildung einer Blende des Beobachtungssystems in der Pupille des beobachteten Auges hat Wolff[3]) bei seiner Methode der reflexlosen Ophthalmoskopie das Beobachtungssystem vom Beleuchtungssystem durch die Schirmwirkung des Spiegels getrennt. Sowohl Thorner wie Wolff haben auch mit ihren Methoden Photographien des Augenhintergrundes erhalten. Der elektrische Augenspiegel des letzteren ist zum klinischen Gebrauche bestimmt und wird zur Untersuchung im gewöhnlichen aufrechten Bild angewendet, hat aber den Nachteil, daß eine gewisse Weite der Pupille erforderlich ist.

Allen Methoden der reflexlosen Ophthalmoskopie mit einseitig gestelltem, undurchsichtigem Spiegel haftet der Nachteil der einseitigen Vignettierung an.

Ein früher von Schultén[4]) zur einfachen Ophthalmoskopie angegebenes Mittel ist von Thorner[5]) in seiner neuesten Methode der reflexlosen Oph-

1) Fr. Dimmer, Die Photographie des Augenhintergrundes. Wiesbaden 1907.

2) W. Thorner, Die Theorie des Augenspiegels und die Photographie des Augenhintergrundes. Berlin 1903.

3) H. Wolff, Zur Photographie des menschlichen Augenhintergrundes. Arch. f. Augenheilkunde. LIX. S. 115. 1908.

4) Schultén, Beobachtungen des Augenhintergrundes bei hochgradiger Vergrößerung. Arch. f. Anat. u. Physiol. 1883. S. 285.

5) W. Thorner, Ein reflexloser Handaugenspiegel. Zeitschr. f. Augenheilkunde. XXVI. S. 1. 1910.

thalmoskopie angewendet worden, indem die Ophthalmoskoplinse durch einen Konkavspiegel ersetzt wird, welcher sowohl im Beobachtungs- wie im Beleuchtungssystem wirkt. Man braucht hierbei nur eine schmale Lichtquelle bzw. das Spiegelbild einer solchen neben der Eintrittspupille des Auges oder der Fernrohrlupe anzubringen, um die Bedingungen der reflexlosen Ophthalmoskopie zu erfüllen. Die Nachteile der Methode sind teils durch die notwendige Schiefstellung des Spiegels bedingt, wie Astigmatismus und Asymmetrie der zur Abbildung dienenden Strahlenbündel, teils technischer Natur. Ein auf der Rückseite foliierter Glasspiegel gibt doppelte Bilder, von welchen wohl das lichtschwächere im allgemeinen relativ unschädlich sein dürfte, bei gewissen Bildern aber störend sein muß, und andere Spiegel sind zu empfindlich, um in der praktischen Ophthalmoskopie beliebt werden zu können.

Eine Zwischenstellung zwischen der zentrischen und der azentrischen nimmt die reflexlose stereoskopische Ophthalmoskopie ein, indem es, um den maximalen stereoskopischen Effekt zu erhalten, erforderlich ist, daß die beiden Blenden der Beobachtungssysteme nahe den Endpunkten eines Durchmessers der Eintrittspupille des beobachteten Auges abgebildet werden, wobei die Symmetrieachse der beiden Systeme zentrisch liegt. Wenn diese Blenden die Eintrittspupillen zweier Fernrohrlupen darstellen und durch dieselben in den Eintrittspupillen der Augen des Beobachters abgebildet werden, so ist die Bedingung des richtigen stereoskopischen Effektes, daß der Vergrößerungskoeffizient bei dieser Abbildung der Augendistanz dasselbe Vorzeichen wie bei der Abbildung der Pupillen hat. Das astronomische Fernrohr kann deshalb nicht angewendet werden, sondern man muß die Fernrohrlupen nach dem Typus des terrestrischen oder des Prismenfernrohres konstruieren, wobei das den Augen dargebotene Bild des Augenhintergrundes ein umgekehrtes ist. Das Spaltbild kann entweder vertikal in der Mitte zwischen den Blendenbildern oder horizontal über oder unter denselben abgebildet werden. Wenn der Vergrößerungskoeffizient bei der Abbildung der Eintrittspupillen der Fernrohrlupen in der Eintrittspupille des beobachteten Auges $-\frac{1}{3}$ ist, so empfiehlt es sich, einen Abstand von 16 mm zwischen den Mittelpunkten der Blenden zu wählen und diesen einen Durchmesser von 6 mm zu geben. Der Abstand könnte wohl größer gemacht werden, aber das Instrument würde dann nur bei maximaler Pupille anwendbar sein. Auf der anderen Seite dürfte kein Bedürfnis nach einem größeren stereoskopischen Effekt als dem auf diese Weise erhaltenen vorliegen. Die Vergrößerung $K = -1$ kann mit Vorteil angewendet werden.

Auch der oben erwähnte stationäre Augenspiegel Thorners wurde zur stereoskopischen Ophthalmoskopie eingerichtet, indem die für das Beobachtungssystem bestimmte Pupillenhälfte wieder halbiert wurde. Von anderen Übelständen dieser Methode abgesehen, läßt sich auf diese Weise nicht der maximale stereoskopische Effekt erhalten.

Das der reflexlosen Ophthalmoskopie dienende Instrumentarium ist ziemlich kompliziert, was hauptsächlich auf der zur Vermeidung der in der Ophthalmoskoplinse entstehenden Reflexbilder nötigen Trennung des Beobachtungssystems vom Beleuchtungssystem beruht. Will man aber diese Re-

flexbilder mit in Kauf nehmen, so kann das Instrumentarium wesentlich vereinfacht werden. Mit der kleinen Lichtquelle stören dieselben in der Tat sehr wenig und können überdies zum Unterschiede von den in den Trennungsflächen des Auges entstandenen vor eine beliebige Stelle des beobachteten Augenhintergrundes gebracht werden. Da somit auf diese Weise, wenigstens bei nicht zu starker Vergrößerung, die Vorteile der reflexlosen Ophthalmoskopie gewonnen werden können, so habe ich die Methoden, bei welchen die oben formulierte Bedingung der reflexlosen Ophthalmoskopie erfüllt ist, die in der Ophthalmoskoplinse entstehenden Lichtreflexe aber geduldet werden, als die der vereinfachten reflexlosen Ophthalmoskopie bezeichnet. Zu einer solchen Methode braucht man, wenn es sich nur um die Vergrößerung des gewöhnlichen umgekehrten Bildes handelt, nichts anderes als die aplanatische Ophthalmoskoplinse und meinen elektrischen Handaugenspiegel, in welchem der Faden eines Glühlämpchens in einem neben dem die nötige Korrektionslinse enthaltenden Augenspiegelloche und in variablem Abstande von demselben befindlichen Spalte abgebildet wird, während das die Lichtquelle enthaltende Beleuchtungsrohr hinreichend absteht, um das Gesicht des Untersuchers vor einer Beschädigung durch die Erhitzung desselben zu schützen. Bei der Anwendung dieses Spiegels mit der Technik des gewöhnlichen umgekehrten Bildes beginnt man am besten bei undilatierter Pupille mit einem Abstand von 4 bis 5 mm zwischen Spalt und Loch, indem man zur gleichzeitigen Untersuchung von Macula und Papille die Blickrichtung etwas nasal einstellen läßt. Das Loch, soll immer, wenn bei undilatierter Pupille die Macula im ophthalmoskopischen Felde ist, zwischen der Gesichtslinie des beobachteten Auges und dem Spalte gelegen sein, zu welchem Zwecke das Beleuchtungsrohr um die optische Achse der Korrektionslinse gedreht werden kann. Die Ophthalmoskoplinse wird mit der am schärfsten gekrümmten Fläche dem Untersucher zugekehrt, zunächst unmittelbar vor das untersuchte Auge gehalten, wobei am temporalen Pupillenrande rötliches Licht sichtbar ist. Sollte dies nicht der Fall sein, so ist entweder der Abstand der Ophthalmoskoplinse vom beobachtenden Auge zu vergrößern oder der Abstand des Spaltes vom Loche zu verkleinern. Die Linse wird dann unter stetiger Beobachtung des rötlichen Lichtes und, indem man darauf achtet, daß die beiden kleinen, in der Linse entstehenden Spiegelbilder einander möglichst decken, von dem beobachteten Auge entfernt. In der richtigen Entfernung ist das Feld voll erleuchtet und reflexfrei, wenn die Linse so weit in nasaler Richtung verschoben wird, wie es mit voll erleuchtetem Felde möglich ist. Sollte sich hierbei ein Schleier zeigen, so ist dies ein Zeichen, daß der Abstand a zu kurz gemacht worden ist. Kann man denselben wegen der Kleinheit der Pupille nicht vergrößern, so kann man in vielen Fällen den unverschleierten Teil des Feldes ohne weiteres benutzen. Wie leicht verständlich ist, entsteht in der Hornhaut das die Maculagegend des Bildes verschleiernde Licht, während die Papillargegend das in der Linse diffus reflektierte Licht empfängt. Da nun der Abstand der Ophthalmoskoplinse nach beiden Richtungen hin binnen gewisser Grenzen verändert werden kann, ohne daß man das Auftreten des regelmäßig reflektierten Lichtes befürchten muß, so gelingt es bei nicht abnorm enger Pupille ohne weiteres, die Macula, bzw. die

Papillengegend schleierfrei zu sehen, indem man die Linse vom untersuchten Auge ein wenig entfernt bzw. demselben nähert. Bei engster Pupille ist es aber nötig, das Feld einzuschränken. Da jedoch die Lichtquelle einseitig belegen ist, so braucht man nicht diese Einschränkung konzentrisch zu machen, sondern es genügt, eine rechteckige Blende mit der Ophthalmoskoplinse zu kombinieren, welche in dem auf der Längenausdehnung der Lichtquelle senkrechten Durchmesser das Feld auf das mittlere Drittel einengt, während in dem zur Längsrichtung der Lichtquelle parallelen Durchmesser keine Einschränkung stattfindet. Auf diese Weise kann man mit einem Pupillendurchmesser bis zu 2 mm herunter und mit einer Vergrößerung $K = -\frac{1}{3}$ einen Öffnungswinkel von 30° ausnutzen, somit ein wenigstens 5 Papillendurchmesser betragendes Feld schleierfrei sehen, und wenn der Öffnungswinkel durch die rechteckige Blende in einer Richtung bis auf das Drittel eingeschränkt wird, sogar bei eserinisierter Pupille — obwohl nicht ohne Schwierigkeit — die Macula untersuchen. Bei undilatierter Pupille soll man aber überhaupt nie versuchen, die Macula im Zentrum des Feldes zu sehen. Denn die Bedingung der Ausschaltung des in der Hornhaut regelmäßig reflektierten Lichtes ist, daß das Bild der Lichtquelle innerhalb der Eintrittspupille des beobachteten Auges, aber außerhalb des Hornhautspiegelbildes der Ophthalmoskoplinse belegen ist, was bei kleiner Pupille und zentrischer Blickrichtung nicht erreicht werden kann.

Um mit dieser Methode bei dilatierter Pupille große Übersichtsbilder zu erhalten, hat man nur den Durchmesser der Ophthalmoskoplinse bei unveränderter Brechkraft zu vergrößern. Wie weit man hierbei gehen kann, läßt sich aus gewissen technischen Gründen nicht a priori bestimmen. Mit schon hergestellten Linsen erreicht man ein Feld von rund 7 Papillendurchmessern.

Zu Demonstrationsaugenspiegeln ist die vereinfachte Methode der reflexlosen Ophthalmoskopie sehr geeignet. Man braucht dazu nur den Augenspiegel und die Ophthalmoskoplinse auf ein Stativ zu befestigen und kann das Feld einem anderen einstellen, indem man das Stativ so richtet, daß nach den angegebenen Regeln der Lichtspalt im richtigen Teile der Pupille abgebildet wird. Sobald man aber ein Stativ anwendet, ist es angezeigt, die Vorteile desselben auszunutzen, indem das immer als Luke wirkende Loch des Spiegels durch die Eintrittspupille einer Fernrohrlupe ersetzt wird, deren Austrittspupille in der Eintrittspupille des beobachtenden Auges liegt. Auch empfiehlt es sich, um die Vergrößerung steigern zu können, das Glühlämpchen durch die Nernstlampe zu ersetzen, indem entweder der Spalt auf ähnliche Weise wie im elektrischen Handaugenspiegel angeordnet wird oder auch mit einem durchsichtigen Spiegel ein virtuelles Bild desselben neben der Eintrittspupille der Fernrohrlupe erzeugt wird. Bei der Anwendung der Nernstlampe, besonders auf erstere Weise läßt sich eine Vergrößerung $K = 1$ sehr gut anwenden, ohne daß die in der Linse entstehenden Spiegelbilder zu störend sind. Ob auch die stärkeren Vergrößerungen in der zentrischen Ophthalmoskopie mit dieser Methode beliebt sein werden, läßt sich nicht voraussagen, da mit zunehmender Vergrößerung die Spiegelbilder mehr stören, aber auf der anderen Seite

diese Methode ein viel billigeres Instrumentarium zuläßt als die oben beschriebene.

Auch die stereoskopische Ophthalmoskopie läßt sich mit der vereinfachten reflexlosen Methode mit Vorteil ausführen, und zwar bei dem stationären Instrument unter einer Vergrößerung bis zu $K = -1$. Mit etwas geringerer Vergrößerung kann eine geeignete binokuläre Fernrohrlupe in Kombination mit dem Beleuchtungsrohre meines elektrischen Handaugenspiegels und mit der aplanatischen Ophthalmoskoplinse ohne Stativ angewendet werden. Auch der binokulare Augenspiegel von Giraud-Teulon[1]), welcher in der ursprünglichen Form kaum zur Stereoskopie geeignet war, kann durch passende Abänderung in ein mit dem Beleuchtungsrohr und der aplanatischen Ophthalmoskoplinse praktisch sehr abwendbares Instrument verwandelt werden. Der von Fraenkel[2]) konstruierten Modifikation desselben fehlt nur das Beleuchtungsrohr und die richtige Linse. Das von Giraud-Teulon angewendete Prinzip, die Gesichtslinien durch doppelte Spiegelung einander zu nähern, kann aber nie von Lukenwirkung frei werden, weshalb eine binokulare Fernrohrlupe immer vorzuziehen ist.

2. Methoden zur Beobachtung der durchsichtigen Medien und der brechenden Flächen.

Vollkommen durchsichtig ist keine bekannte Substanz, obwohl viele, darunter auch das Kammerwasser des Auges, so viel Licht durchlassen, daß in erhältlicher Schichtdicke keine Absorption oder diffuse Reflexion des Lichtes wahrnehmbar ist. Daß aber Hornhaut und Linse beträchtliche Mengen Licht diffus reflektieren, hat sich schon bei der Würdigung der ophthalmoskopischen Methoden kenntlich gemacht. Um nun diese Reflexion zur Beobachtung der Hornhaut und der Linse anzuwenden, hat man einesteils die physikalischen Bedingungen der Lichtreflexion möglichst günstig zu machen, andernteils aber auch die Beobachtung des reflektierten Lichtes möglichst zu erleichtern. Eine intensive Beleuchtung mit seitlicher oder wenigstens schiefer Einfallsrichtung des Lichtes ist bei unbeleuchtetem Hintergrunde das beste Mittel hierzu. Bei der in der ophthalmologischen Praxis geübten fokalen Beleuchtung wird die nötige Lichtstärke unter Anwendung der gewöhnlichen Lichtquellen durch eine Konvexlinse erzielt, mit welcher ein kleines Bild der Lichtquelle in kurzem Abstande von dem zu beleuchtenden Teile entworfen wird. Wegen der Aberration der gewöhnlichen Linsen und wegen der bedeutenden räumlichen Ausdehnung der gewöhnlichen Lichtquellen sieht man aber, wenn das optische Bild der Lichtquelle zur Erhöhung der Lichtintensität auf den beobachteten Teil oder in dessen unmittelbare Nähe entworfen wird, eine von der kaustischen Fläche oder von der Lichtquelle selbst herrührende Zeichnung, welche durch Überdeckung der Details die Beobachtung stört. Mit Nernstspaltlampe und aplanatischer Linse fallen diese Übelstände fort, weshalb auch die Methode hiermit um

1) Beschrieben im Handbuch der physiologischen Optik von Helmholtz.

2) Fr. Fraenkel, Demonstration eines binokularen Augenspiegels. Ber. über d. 36. Vers. d. Ophth. Ges. Heidelberg 1910. S. 314.

vieles verfeinert wird. Auf die Beobachtung der Hornhaut, welche nur ophthalmologisches Interesse hat, soll hier nicht eingegangen werden. Die Linse zeigt aber unter physiologischen Verhältnissen mit dieser Methode deutliche Zeichen ihrer für die Dioptrik des Auges bedeutungsvollen Struktur. Um dieselbe, am besten bei künstlich erweiterter Pupille, zu beobachten, stelle man den Spalt in einem Abstande von 40 bis 50 cm auf, wonach mit der aplanatischen Ophthalmoskoplinse, deren schärfer gekrümmte Fläche dem Lichte zugekehrt sein soll, zunächst ein scharfes Bild des Spaltes auf der Hornhaut oder auf der Sklera erzeugt wird. Hat man dies erreicht, so hat man darin das Kriterium, daß die Linse richtig gehalten wird, so daß die Achse derselben den Spalt schneidet. Es ist dann eine leichte Sache, diese Stellung der Linse bei den vorgenommenen Ortsveränderungen derselben beizubehalten bzw. auf dieselbe Weise wiederzufinden. Ohne solche Vorsichtsmaßregeln wird aber der Vorteil der aplanatischen Abbildung vereitelt. Zur Beobachtung dient eine gute Lupe, am besten eine binokuläre. Die Blickrichtung des beobachteten Auges soll immer zwischen der Einfallsrichtung des Lichtes und der Blicklinie des beobachtenden Auges liegen. Wenn dieselbe in der die beiden letztgenannten Linien enthaltenden Ebene verläuft und den von denselben eingeschlossenen Winkel annähernd halbiert, so sieht man bei richtiger Haltung der Linse nicht nur das diffus reflektierte Licht, sondern auch das Licht, welches in den Trennungsflächen regelmäßig reflektiert wird. Wird die Blickrichtung des beobachteten Auges in derselben Ebene entweder der Lichtquelle oder dem Auge des Beobachters mehr genähert, so kann man das regelmäßig reflektierte Licht zum Verschwinden bringen. Erstere Stellung gibt einen kürzeren Lichtweg durch die Linse und empfiehlt sich deshalb zur Untersuchung der tieferen Teile, ermüdet aber das beobachtete Auge mehr wegen des mehr zentralen Lichteinfalles. Man kann bei derselben in der Regel, wenn die Spitze des Lichtkegels an die vordere Linsenfläche verlegt wird, beobachten, wie die Lichtreflexion unmittelbar hinter dem auf der vorderen Linsenfläche sichtbaren schmalen Lichtfleck relativ gering ist, um wieder in kurzem Abstande davon ein Maximum zu erreichen, so daß der Eindruck entsteht, als ob zwei durch diffuse Reflexion entstandene Bilder des Spaltes in kurzem Abstande voneinander lägen. Indem man die Spitze des Lichtkegels etwas tiefer verlegt, findet man gewöhnlich ein zweites relatives Maximum der diffusen Lichtreflexion in der Nähe der hinteren Linsenfläche, welche man dadurch erkennt, daß hier der scharf begrenzte Lichtstrom aufhört. Der Abstand dieses zweiten Maximums von der hinteren Linsenfläche ist scheinbar das Doppelte bis Dreifache des Abstandes des ersten Maximums von der vorderen. Besonders bei älteren Leuten können mehrere solche Maxima beobachtet werden, und im hohen Alter sieht man stets eine stärker lichtreflektierende sternförmige Figur sowohl im vorderen wie im hinteren Kortex, während der Kern eine mehr ins Gelbe oder sogar ins Gelbbraune gehende Färbung aufweist.

Wählt man aber zur Beobachtung diejenige Blickrichtung, bei welcher auch das von der vorderen Linsenfläche regelmäßig reflektierte Licht gesehen wird, so zeigt die Linse schon in der Kindheit eine eigenartige Zeichnung, welche am besten hervortritt, wenn man, nachdem das scharfe

Bild des Spaltes auf die vordere Linsenfläche entworfen worden ist, die Linse dem Auge um einige Millimeter nähert. Man sieht dann die vordere Linsenfläche wie Perlmutter schillern und beobachtet an derselben eine unregelmäßig sternförmige, aus feinen dunklen Linien bestehende zierliche Figur. An den überall zwischen diesen Linien belegenen schillernden Partien kann man ohne Schwierigkeit eine feine netzförmige Zeichnung wahrnehmen. Dieselbe sieht man, wie Heß zuerst gezeigt hat, immer in dem an der vorderen Linsenfläche regelmäßig reflektierten Lichte. Die aus dunklen Linien bestehende Sternfigur ist auch bei der gewöhnlichen fokalen Beleuchtung leicht zu sehen und wird wohl gewöhnlich als ein Strukturbild betrachtet. Daß man dieselbe aber nur dann sieht, wenn regelmäßig reflektiertes Licht von der vorderen Linsenfläche mit im Spiele ist, kann nicht so leicht mit der gewöhnlichen Untersuchung konstatiert werden, geht aber unzweideutig aus den Ergebnissen der fokalen Beleuchtung mit Nernstspaltlampe und aplanatischer Linse hervor. Schon dieser Umstand macht es sehr verdächtig, daß es sich nicht um ein Strukturbild handelt. Dies wird auch durch die Erscheinung der Parallaxe bewiesen. Macht man nämlich bei der letztgenannten Untersuchung seitliche Bewegungen mit der Linse, so verschiebt sich die Sternfigur in entgegengesetzter Richtung, die zentralen Teile desselben mehr als die peripheren, so daß eine auffallende Verunstaltung die Folge wird. Bei vertikalem Spalte und seitlichen Verschiebungen der Linse in der Reflexionsebene ist diese Parallaxe sehr leicht zu konstatieren, sobald man das Schillern richtig sieht. Daß das beobachtete Auge die richtige Blickrichtung hat, konstatiert man am besten dadurch, daß beim Entfernen der Linse das an der vorderen Linsenfläche entstehende Spiegelbild des Spaltes in der Mitte der Pupille sichtbar ist. Da durch die Verschiebung der Linse die Einfallsrichtung des Lichtes allein geändert wird, so beweist die dabei eintretende Verunstaltung der Sternfigur, daß dieselbe kein Strukturbild darstellt.

Was die Deutung der beobachteten Erscheinungen betrifft, so dürfte es zunächst keinem Zweifel unterliegen, daß die beiden Maxima der diffusen Lichtreflexion in der Linsensubstanz der vorderen und hinteren Diskontinuitätsfläche entsprechen, wo die von Heß entdeckten, weiter unten beschriebenen Kernbildchen entstehen. Das perlmutterähnliche Schillern und die netzförmige Zeichnung in dem von der vorderen Linsenfläche regelmäßig reflektierten Lichte ist offenbar ein Diffraktionsbild, welches nach der Ansicht von Heß vom Linsenepithel herrührt. Auf jeden Fall beweist dasselbe, wie auch die Verschwommenheit des in der vorderen Linsenfläche entstehenden Spiegelbildes, daß dasselbe in der Wirklichkeit nicht ausschließlich, wahrscheinlich auch nicht zum größten Teile, an der Vorderfläche entsteht, sondern daß sich auch die oberflächlichen Schichten der Linse dabei beteiligen, wozu noch kommt, daß das an der Diskontinuitätsfläche gespiegelte Licht sich dazumischt. In der Linse haben aber die Isoindizialflächen und mit aller Wahrscheinlichkeit auch die Diskontinuitätsflächen in radiärer Richtung verlaufende Bildungen, welche mit Faltenbildungen verglichen werden können, und welche zum Erzeugen des aus dunklen Linien bestehenden Sternbildes geeignet sind.

Läßt man bei der fokalen Beleuchtung mit Nernstspaltlampe und apla-

natischer Linse die Blickrichtung des beobachteten Auges annähernd mit der Einfallsrichtung des Lichtes zusammenfallen, während man sich selbst so weit von dieser Richtung entfernt, wie es die Pupillengröße zugibt, ohne daß der Blick in die Tiefe des Auges verhindert wird, so kann man, wenn die Linse dem Auge genähert wird, bis die Spitze des Lichtkegels auf die hintere Linsenfläche fällt, auch im Glaskörper den Lichtweg durch diffuse Reflexion erleuchtet sehen. Bei seitlichen Bewegungen der Linse, eventuell unter Annäherung derselben an das Auge, beobachtet man mehrere verschieden tief liegende, wie aus einem Netzwerk bestehende Membranen, welche sich hauptsächlich in frontaler Richtung auszudehnen scheinen. Diese Anzeichen der physiologischen Struktur des Glaskörpers habe ich bisher nur in seltenen Fällen bei ganz jugendlichen Individuen vermißt.

Bei der Untersuchung der Medien im durchfallenden Licht wird in der ophthalmologischen Praxis der Schatten einer Trübung gegen den roten Hintergrund beobachtet, indem mit dem Augenspiegel Licht in das beobachtete Auge geworfen wird und mittels geeigneter Linsen das beobachtende Auge scharf für die Trübung eingestellt wird. Wenn es sich aber nicht um praktisch undurchsichtige Bildungen handelt, sondern nur um geringe Unterschiede des Brechungsindex, wovon die in Glas vorkommenden Schlieren ein physikalisches Beispiel darstellen, so ist es von der größten Bedeutung, daß die Lichtquelle möglichst punktförmig ist. Da nun das auf dem Augenhintergrund mit dem Augenspiegel erzeugte Bild der Lichtquelle bei der Untersuchung als solche fungiert, so ist es einleuchtend, daß zum Verfeinern der Methode dieses Bild bei hinreichender Lichtstärke so klein wie möglich gemacht werden soll. Bei nicht zu starker Ametropie ist es auch eine alte klinische Erfahrung, daß der Planspiegel mehr leistet als der Konkavspiegel. Die höchste Leistung ergibt aber die Nernstspaltlampe, mit welcher man überdies auf oben angegebene Weise den Hornhautreflex durch den Vollschatten des Loches beseitigen kann. Wenn man den Spalt in etwa 40 cm Abstand aufstellt und hinter dem durchlochten Planspiegel bei Emmetropie des eigenen Auges eine Konvexlinse von 10 bis 12 dptr einsetzt, so sieht man, nachdem man sich bei erleuchteter Pupille dem beobachteten Auge hinreichend genähert hat, um den Pupillenrand scharf zu sehen, fast stets eine deutliche Zeichnung, welche von der Verteilung der Flüssigkeit auf der Hornhaut herrührt, und welche, wenn man die Hornhaut mit dem oberen Lide abwischt, den Charakter verändert. Ungeachtet der hierdurch bezeugten Empfindlichkeit der Methode sieht man auf diese Weise keine Spur der bei oben beschriebener Versuchsanordnung gesehenen Sternfigur, was wohl doch der Fall sein müßte, wenn dieselbe ein Strukturbild darstellte. Dagegen sieht man sie bei der unten beschriebenen objektiven Stigmatoskopie, welche sich dieser Methode nahe anschließt, und bei welcher die physikalischen Bedingungen dafür erfüllt sind, daß durch die erwähnten „Faltenbildungen“ eine Sternfigur sichtbar gemacht werden soll.

Unter den brechenden Flächen des Auges nimmt die vordere Hornhautfläche eine Sonderstellung ein, indem sie nicht nur der Untersuchung mit Spiegelbildern leichter zugänglich ist, sondern auch durch ihre freie Lage die direkte Inspektion zuläßt. Die Menge des gespiegelten Lichtes ist hinreichend, um auch die Spiegelbilder von hellen Gegenständen bequem

sehen zu können, welche vom diffusen Tageslichte oder von gutem artefiziellem Lichte beleuchtet werden, und gestattet sogar bei Beleuchtung der Gegenstände mit elektrischem Bogenlicht von hinreichender Stärke die Photographie der Spiegelbilder mit so kurzer Expositionszeit, daß die Schärfe wenig zu wünschen übrig läßt. Zur Beobachtung eignet sich als einfachstes Instrument das Keratoskop von Placido, welches aus einer im Zentrum durchbohrten Scheibe mit konzentrischen, abwechselnd weißen und schwarzen Ringen besteht. Eine kurze Ansatzröhre in Verbindung mit dem Loche

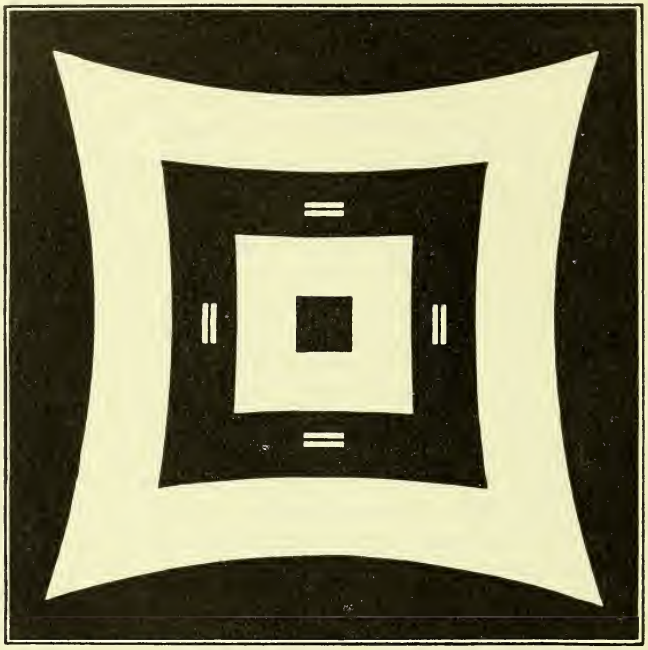

Fig. 12.

dient zum annähernden Visieren und damit zur Kontrolle, daß die Scheibe senkrecht auf die Gesichtslinie des Beobachters gehalten wird. Indem nun verschiedene Fixationspunkte für das beobachtete Auge bestimmt werden, entstehen die Spiegelbilder an verschiedenen Teilen der Hornhaut, wobei dieselben auch eine verschiedene Gestalt haben. Schon durch diese Beobachtung kann man einen ziemlich guten Überblick über die Form der Hornhaut erhalten. Noch sicherer als die Verunstaltung eines Kreises beurteilt man aber die eines Quadrates. Ich habe deshalb zur photographischen Keratoskopie eine Scheibe angewendet, deren Aussehen aus der Fig. 12 hervorgeht, und auf welcher die Linien so berechnet sind, daß, wenn die Scheibe im richtigen Abstande aufgestellt ist, die vom Zentrum derselben aus gesehenen Spiegelbilder in einer sphärischen Fläche mit einem im Verhältnis zu diesem Abstande hinreichend kleinen Krümmungsradius vier Quadrate darstellen, deren Seitenabstand gleich der Seite des kleinsten

Quadrates ist. Weicht die Form der Fläche von der sphärischen ab, so wird das Spiegelbild entsprechend deformiert, wobei die Abstände der Linien proportional zu den Krümmmungsradien der betreffenden Flächenelemente sind. Das Spiegelbild wird zunächst beim Blick gerade ins Objektiv, dann bei vier anderen, durch Fixationsmarken bezeichneten Blickstellungen photographiert, nämlich nach oben und unten sowie nach den beiden Seiten, wobei immer in der peripheren Blickstellung die beiden Punkte der Hornhaut, welche die Mittelpunkte der zwei dem Hornhautzentrum am nächsten liegenden Konturen spiegeln, genau dieselben sind, wo beim Blick ins Objektiv die Mittelpunkte der bezüglichen zwei peripersten Konturen gespiegelt werden. Die Mittel, mit welchen dies erreicht wird, kommen weiter unten bei der Beschreibung der photographischen Ophthalmometrie zur Besprechung.

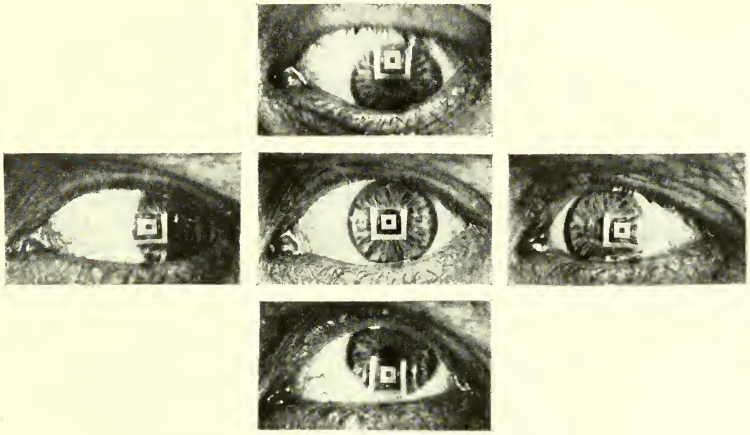

Fig. 13.

Das Aussehen der Spiegelbilder in einer typisch normalen Hornhaut zeigt die Gruppe der Fig. 13. Im zentralen Bilde sieht man die Vierecke vollkommen regelmäßig, obwohl die oberste Linie von den Zilien beschattet und daher nicht zu sehen ist. Das Bild ist ebensoweit vom oberen wie vom unteren Hornhautrande entfernt, dem inneren aber merklich näher als dem äußeren. An der Platte sieht man auch mit der Lupe deutlich, daß die Pupille lateralwärts vom Zentrum des Spiegelbildes steht, obwohl dieses Detail bei der Reproduktion verloren gegangen ist. Die vier in peripherer Blickstellung aufgenommenen Bilder sind in radiärer Richtung ausgedehnt mit nach der Peripherie hin zunehmender Vergrößerung. Die in der oberen und unteren Hornhautpartie gespiegelten Bilder sind in bezug aufeinander annähernd symmetrisch, und es ist an beiden, besonders am unteren, aus den schiefen Winkeln ersichtlich, daß die betreffende Hornhautpartie nicht um die vertikale Mittellinie des Spiegelbildes symmetrisch ist, sondern daß die Linien stärkster Vergrößerung derselben sich auf der zentralen Hornhautpartie in einem lateralwärts vom Zentrum des dort entstandenen Spiegelbildes gelegenen Punkte schneiden. An den beiden horizontalen Bildern tritt eine bedeutende Asymmetrie zutage, indem die Vergrößerung

längs dem horizontalen Hornhautschnitt in nasaler Richtung sowohl stärker ist, wie rapider ansteigt als in der temporalen. Die Beobachtung dieser Spiegelbilder lehrt somit, daß die vordere Hornhautfläche eine zentrale Zone hat, in welcher ihre Form wenig von der einer Sphäre abweicht, während nach der Peripherie hin eine bedeutende Abflachung sich kundgibt, welche in nasaler Richtung am stärksten, in der temporalen am schwächsten ausgeprägt ist, sowie daß nicht weniger der Mittelpunkt dieser zentralen Zone als auch die Mittelpunkte der Hornhautbasis und der Eintrittspupille temporalwärts von der zur Visierlinie parallelen Hornhautnormale gelegen sind.

Zur Beobachtung des an der hinteren Hornhautfläche entstehenden Spiegelbildes braucht man eine kleine Lichtquelle mit hoher spezifischer Lichtstärke. Zwar genügt ein gewöhnliches Glühlämpchen, um die Beobachtbarkeit des Spiegelbildes zu konstatieren, aber zur feineren Untersuchung ist die Abbildung des Fadens derselben in einem Spalte erforderlich, so daß der Spalt meines elektrischen Handaugenspiegels oder der Nernstspaltlampe die besten Resultate ergibt. Beobachtet man bei beliebiger Aufstellung der Nernstspaltlampe mit vertikalem Spalte das Hornhautspiegelbild desselben unter Lupenvergrößerung, indem man zunächst die Blickrichtung des beobachteten Auges mit der eigenen Visierlinie zusammenfallen läßt, so kann man entweder durch Entfernen der Lampe vom eigenen Auge oder durch Drehen des Blickes des Beobachteten in der entgegengesetzten Richtung das Hornhautspiegelbild des Spaltes beliebig dem Hornhautrand nähern und sieht dann bald ein kleines schwaches Spiegelbild demselben nachfolgen. Je näher man dem Hornhautrand kommt, um so mehr vergrößert sich der Abstand der beiden Spiegelbilder voneinander, und es stößt gewöhnlich auf keine Schwierigkeit, das in der vorderen Hornhautfläche entstandene Spiegelbild den Limbus überschreiten zu lassen, so daß nur das in der Hinterfläche entstandene sichtbar bleibt. Mit dem elektrischen Handaugenspiegel macht man denselben Versuch unter Anwendung eines Glases von + 10 dptr — bei Emmetropie des eigenen Auges — und unter Wechselung der Blickrichtung des beobachteten Auges. Man konstatiert, daß die Erscheinung nach allen Richtungen hin unverändert dieselbe bleibt, woraus der Schluß auf die gegen die Peripherie zunehmende Dicke der Hornhaut gezogen werden kann. Aus der scheinbaren Größe der Spiegelbilder darf man aber ohne weiteres keinen Schluß ziehen, da bei so kleinen Bildern die scheinbare Größe durch die Wahrnehmbarkeit der Zerstreuungskreise beeinflußt wird, welche wiederum von der Helligkeit abhängig ist.

Das in der vorderen Linsenfläche entstehende Spiegelbild kann man auch bei kleiner Pupille mit gewöhnlichen Lichtquellen beobachten, wenn man einen etwa 60^0 betragenden Winkel zwischen der eigenen Visierlinie und der Einfallsrichtung des Lichtes wählt und mit der Fixationsmarke von derjenigen Stellung ausgeht, wo die Blicklinie des beobachteten Auges diesen Winkel halbiert. Man hat dann fast stets die Fixationsmarke um einige Grade nasalwärts und gewöhnlich auch ein wenig nach oben zu verschieben, um das Spiegelbild im Zentrum der Pupille zu sehen. Wenn die Pupille nicht zu eng ist, so braucht man nur bei dieser Versuchsanordnung zwei auf derselben Vertikallinie befindliche Lichtquellen anzuwenden,

um die Veränderung des Spiegelbildes bei der Akkommodation zu beobachten. Wegen der scharfen, hellen Spiegelbilder eignen sich hierzu am besten zwei Nernstspaltlampen, man kann aber auch mit einer auskommen, wenn man das in einem horizontalen Spiegel entstehende Spiegelbild des Spaltes als die zweite Lichtquelle benutzt. Bei diesen Versuchen ist es sehr leicht, zu konstatieren, daß das Spiegelbild bei kleinen ruhigen Bewegungen des Auges manchmal springende Bewegungen ausführt. Man darf aber hieraus nicht etwa den Schluß ziehen, daß die „Faltenbildungen", welche an den Isoindizialflächen der Linse vorhanden sind, auch an der vorderen Fläche konstatiert wären, da man, wie schon hervorgehoben wurde, das an dieser Fläche regelmäßig reflektierte Licht nicht von dem in den obersten Schichten der Linsensubstanz und in der vorderen Diskontinuitätsfläche reflektierten unterscheiden kann. Dies ist aber möglich mit der bei dieser Versuchsanordnung vorgenommenen fokalen Beleuchtung mit Nernstspaltlampe und aplanatischer Linse, bei welcher man ein scharfes Spiegelbild des Spaltes sehen kann, welches, soweit ich finden konnte, nie springende Bewegungen macht. Außerdem hat dieses Spiegelbild dieselbe Farbe wie die übrigen in den brechenden Flächen beobachteten, während das auf gewöhnliche Weise entstehende Spiegelbild der vorderen Linsenfläche auffallend bläulicher ist, ein Beweis dafür, daß es zum größten Teil durch mehrmalige Reflexion an kleinen, regelmäßig angeordneten Teilchen entstanden ist. Mit meinem elektrischen Handaugenspiegel läßt sich das vordere Linsenbild sehr leicht sehen, wenn man bei Emmetropie des eigenen Auges eine positive Korrektionslinse von 10 dptr vorschiebt und einen Abstand von 4 mm zwischen Spalt und Loch anwendet, wobei der Spalt in bezug auf das beobachtete Auge nasalwärts vom Loche stehen soll. Läßt man dann den Spalt fixieren, indem man sich dem beobachteten Auge nähert, bis die Pupille scharf gesehen wird, so sieht man sehr schön die drei klassischen Purkinjeschen Bilder auf dem dunklen Hintergrunde der Pupille, das der vorderen Linsenfläche am meisten nasalwärts und gewöhnlich ein wenig höher liegend als die beiden anderen. Sollte bei abnormen Dezentrationen letzteres Bild vom nasalen Pupillenrand verdeckt sein oder dem Hornhautbild zu nahe liegen, um deutlich gesehen zu werden, so hat man nur den Abstand des Spaltes vom Loche entsprechend zu vergrößern bzw. zu verkleinern.

Das hintere Linsenbild ist hinreichend lichtstark, um bei den verschiedensten Versuchsanordnungen neben dem Hornhautspiegelbild gesehen zu werden. Die einfachste Methode zur Beobachtung desselben ist die mit dem Augenspiegel unter Anwendung einer starken Positivlinse, etwa 20 dptr, welche Kombination auch Lupenspiegel genannt wird. Durch Bewegung der Blicklinie in nasaler Richtung wird das hintere Linsenbild vom Hornhautspiegel getrennt, indem letzteres mehr temporalwärts in der Pupille wandert. Da es ungefähr in der Eintrittspupille liegt, so ist es sehr leicht, den Abstand des Spiegels vom Auge so zu bemessen, daß jedes Detail des Bildes gesehen werden kann. Wendet man als Lichtquelle eine mattierte Glühlampe an, so kann man die Schärfe des Bildes an dem Spiegelbilde des Spiegelloches beurteilen, welches man durch kleine Drehungen des Spiegels auf das Bild der Lichtquelle zentriert. Die in normalen Fällen bis zum mittleren Alter außerordentlich hohe Schärfe dieses Bildes nimmt im

höheren Alter mit der zunehmenden Sklerose des Linsenkernes ab. Wenn hierbei keine Trübung in der Kortikalis die Erscheinung verschleiert, so kann man in vielen Fällen bei ausgeprägter Kernsklerose eine Verdopplung des hinteren Linsenbildes beobachten, indem man in einer den Kernäquator streifenden Richtung das Spiegelbild sieht. Um die richtige Stellung zu finden, geht man am besten von der gewöhnlichen Stellung des Auges bei der Ophthalmoskopie aus, indem man unter stetiger Beobachtung des Spiegelbildes eine Fixationsmarke in nasaler Richtung verschiebt, bis das Bild am nasalen Rande der Pupille verschwindet. Wenn die Verdopplung vorhanden ist, so sieht man in einem gewissen Augenblicke ein neues Bild neben dem beobachteten und peripheriewärts von demselben auftauchen, um bald allein sichtbar zu sein, indem bei Weiterbewegung der Fixationsmarke das zuerst gesehene Bild verschwindet. Dieses Verhalten der Doppelbilder kann nur durch die Diskontinuität erklärt werden, welche bei der normalen Kernsklerose in geringem Grade, unter gewissen pathologischen Verhältnissen aber (bei sogenanntem falschen Lenticonus) äußerst ausgeprägt vorhanden ist und darin besteht, daß der Kern sozusagen als eine in der Linsensubstanz liegende Linse wirkt. Wenn man am Kernäquator vorbeisieht, entsteht dann eine Verdopplung des Bildes von derselben Natur wie an der Kante eines Prismas. Da nun die gewöhnlich an einer Prismenkante gesehenen Doppelbilder gekreuzt sind und nur dann nebeneinander wahrgenommen werden, wenn die Prismenkante dem Auge sehr nahe steht, so würde man vielleicht hierin einen scheinbaren Widerspruch finden, indem der eben beschriebene Versuch ungekreuzte Doppelbilder angibt. Man kann sich aber sehr leicht durch geometrische Konstruktion und noch einfacher durch einen Versuch überzeugen, daß tatsächlich an einer Prismenkante in Verbindung mit einem Konkavspiegel unter Verhältnissen, welche dem beschriebenen Versuche analog sind, ungekreuzte Doppelbilder gesehen werden. Hält man nämlich einen Konkavspiegel von hinreichend großer Öffnung in einem solchen Abstande, daß man das umgekehrte Bild seines Gesichtes sieht, und schiebt man dann vor einen Teil des Konkavspiegels ein Prisma von einigen Graden, so sieht man die Doppelbilder an der Kante desselben, nicht an der Basis, wie es sonst bei alleiniger Anwendung des Prismas der Fall ist. Dieselbe Verdopplung tritt auf ganz ähnliche Weise in vielen jugendlichen Augen während der Akkommodation auf und läßt sich bei kokainisierter Pupille ohne Schwierigkeit beobachten, wenn man, eventuell unter Anwendung einer schwächeren Konvexlinse, dafür sorgt, daß die Fixationsmarke auch dem beobachteten Auge sichtbar ist. Diese zuerst von Zeemann[1]) beobachtete Erscheinung ist fälschlicherweise auf einen Lenticonus posterior bezogen worden, welcher während der Akkommodation entstehen sollte, während die peripheren Teile der hinteren Linsenfläche nach vorn konvex werden sollten. Wie ich aber in einem Falle, wo die Verdopplung des hinteren Linsenbildes beim echten Lenticonus beobachtet worden ist, eingehend beschrieben habe[2]), zeigen die Doppelbilder eine in radiärer Richtung gegen-

1) W. P. C. Zeemann, Über die Form der hinteren Linsenfläche. Klin. Monatsbl. f. Augenheilk. XLVI. 1908. S. 83.

2) Ett fall af Lenticonus posterior. Nord. Ophth. Tidskr. 1892.

sinnige Bewegung, was nie bei der Akkommodation beobachtet wird. Da überhaupt keine Verunstaltung oder auffallende Vergrößerung des Spiegelbildes in den peripheren Teilen der hinteren Linsenfläche beobachtet werden kann, so kann man durch die einfache Beobachtung desselben konstatieren, sowohl daß keine Lenticonusbildung bei der Akkommodation zustande kommt, wie daß der Akkommodationsakt in vielen Fällen von dem Auftreten der Diskontinuitätsfläche, oder wenn man so will, von einer vorübergehenden Kernbildung in der Linse begleitet ist. Zu sämtlichen Untersuchungen des hinteren Linsenbildes ist mein elektrischer Handaugenspiegel das geeignetste Instrument, weil man mit demselben auf bequemste Weise ein scharfes Bild erhält und das rote Licht des Augenhintergrundes eliminiert.

Zur Beobachtung der von ihm entdeckten Kernbildchen hat Heß[1]) ein Osmiumglühlämpchen empfohlen. Man sucht eine solche Stellung der Lichtquelle aus, daß das Spiegelbild in der vorderen Linsenfläche nahe dem Pupillarrande gesehen wird, und kann dann bei vertikalen Bewegungen der Lichtquelle beobachten, wie es in zwei zerfällt, von denen das dem Mittelpunkt der Pupille näher gelegene die kleineren Exkursionen macht und oberflächlicher liegt. Ebenso sieht man das hintere Linsenbild von einem diffuseren Bild begleitet werden, welches dem Pupillarzentrum näher liegt und geringere vertikale Exkursionen macht. Zu dieser Untersuchung eignet sich auch als Lichtquelle der Spalt des elektrischen Handaugenspiegels, welcher mit der einen Hand geführt wird, während die andere die Lupe hält. Das hintere Kernbildchen sieht man aber am allerbesten bei der Untersuchung des hinteren Linsenbildes, wie oben zur Beobachtung der Verdopplung desselben beschrieben wurde. Indem bei der Drehung der Blicklinie des beobachteten Auges das hintere Linsenbild nach der Peripherie rückt, sieht man ein verwaschenes Bild demselben nachfolgen, um vor Erreichung der Peripherie zunächst größer und verwaschener zu werden, dann allmählich zu verschwinden.

Die letzte brechende Fläche im optischen System des Auges ist die Netzhautoberfläche, obwohl der kurze Abstand derselben von der lichtperzipierenden Schicht ihre Bedeutung für die Abbildung auf die weiter unten zu berücksichtigende Beeinflussung der chromatischen Vergrößerungsdifferenz in der Fovea reduziert. Die Beobachtung der an derselben entstehenden Spiegelbilder, der Netzhautreflexe, welche eingehend von Dimmer[2]) untersucht wurden, erfolgt mit dem Augenspiegel sowohl im aufrechten wie im umgekehrten Bild Ersichtlicherweise kann nur dort ein Reflex sichtbar sein, wo die Oberflächennormale durch die Pupille geht. Dies ist zunächst im Grunde der Fovea der Fall, wo man im aufrechten Bild je nach den gestaltlichen Verhältnissen des Fovealgrundes und der Beschaffenheit des Spiegels (mit oder ohne Loch) einen ringförmigen, punktförmigen oder scheibenähnlichen Reflex findet, aber auch einen hellen Punkt im Zentrum eines Ringes oder zwei Ringe sehen kann. Macht man mit dem

1) C. Heß, Über Linsenbildchen, die durch Spiegelung am Kerne der normalen Linse entstehen. Arch. f. Augenheilk. LI. 1905. S. 375.

2) Friedrich Dimmer. Die ophthalmoskopischen Lichtreflexe der Netzhaut. Leipzig und Wien, 1891.

Spiegel seitliche Bewegungen, so verschieben sich die Schnittpunkte der Pupillarebene mit den Oberflächennormalen in denjenigen Punkten, wo die Netzhaut spiegeln kann, in derselben Richtung. Es folgt hieraus, daß eine gleichsinnige Bewegung des Netzhautreflexes eine konvexe, eine gegensinnige aber eine konkave Oberflächenform angibt. Der kleine, im Fovealgrunde gesehene Reflex zeigt auch stets bei geeigneter Versuchsanordnung eine gegensinnige Bewegung, welche sich zwar oft in Fällen, wo derselbe ringförmig ist und die Pupillengröße nur kleine Exkursionen gestattet, kaum anders kundgibt als dadurch, daß bei der Verschiebung des Spiegels nach der einen Seite der nach der anderen Seite liegende Teil des Ringes gesehen wird und umgekehrt. Eine andere Stelle, wo die Oberflächennormalen der Netzhaut durch die Pupille gehen, ist die wallartige Erhebung um die Fovea. Auf der Höhe derselben sieht man auch in Übereinstimmung hiermit einen größeren ringförmigen Reflex mit dem ungefähren Durchmesser der Papille. Vor der Einführung der stärker gekrümmten Konkavspiegel in die Technik des aufrechten Bildes wurde dieser Reflex gewöhnlich nur im umgekehrten Bilde gesehen. Seitdem man aber mit diesen Spiegeln ein größeres Feld im aufrechten Bild hat, sieht man denselben auch dort sehr gut und konstatiert ohne Schwierigkeit, daß er bei seitlichen Verschiebungen mit dem Spiegel eine ausgiebige gleichsinnige Bewegung hat. Endlich gibt es noch eine dritte Stelle, wo ein Reflexring entstehen muß, obwohl derselbe bisher nicht gesehen wurde. Geht man nämlich auf der Netzhautoberfläche peripheriewärts von der wallartigen Erhebung, so schneidet zunächst die Oberflächennormale den vorderen Teil der Bulbuswand in einem auf derselben Seite der Pupille liegenden Punkt, während in größerer Entfernung von der Fovea die Oberflächennormale approximativ durch den Mittelpunkt des Bulbus geht und demnach mit Notwendigkeit den vorderen Teil der Bulbuswand in einem auf der entgegengesetzten Seite der Pupille liegenden Punkt schneiden muß. Es folgt hieraus, daß in einer gewissen Entfernung von der Fovea die Oberflächennormale der Netzhaut wieder durch die Pupille geht. Sobald die notwendigen Bedingungen zur Beobachtung des an dieser Stelle entstehenden Reflexringes erfüllt wurden, konnte auch derselbe beobachtet werden. Damit ein scharf begrenzter Ring gesehen werden könne, ist es offensichtlich notwendig, daß sowohl im Beleuchtungssystem wie im Beobachtungssystem nur ein kleiner Teil der Pupille des beobachteten Auges angewendet wird, während doch das ophthalmoskopische Feld die entsprechende Größe haben muß. Dies wurde erst durch die oben beschriebenen Methoden der reflexlosen Ophthalmoskopie ermöglicht. Am allerschönsten sieht man bei der vereinfachten reflexlosen Ophthalmoskopie ohne künstliche Pupillenerweiterung den dritten Reflexring mit einem Durchmesser von ungefähr drei Papillenbreiten.

3. Parallaktische Methoden.

Im allgemeinen kann man als Parallaxe die Veränderung des Winkelabstandes zweier gegebener Punkte bezeichnen, wenn derselbe nacheinander in zwei verschiedenen Punkten bestimmt wird. Ist der Winkelabstand sehr klein, so daß die beiden Punkte zur Deckung gebracht oder wenigstens

gleichzeitig scharf gesehen werden können, so entsteht, während man vom einen Standpunkte zum anderen übergeht, eine Scheinverschiebung der beobachteten Gegenstände zueinander, wobei die relative Bewegungsrichtung des entfernteren Gegenstandes dieselbe wie die des Auges, die des näher gelegenen aber die entgegengesetzte ist. Wenn, wie allgemein, eine gleichsinnige Bewegungsrichtung als positives Vorzeichen habend angesehen wird, so gibt die Richtung der relativen Scheinbewegung das Vorzeichen des Projektionskoeffizienten an, wenn mit dem scheinbar bewegten Punkt als Projektionszentrum die vom Auge zurückgelegte Strecke auf eine durch den anderen beobachteten Punkt senkrecht zur Gesichtslinie gelegte Ebene projiziert wird. Hieran wird dadurch, daß sich einer der Punkte oder beide innerhalb eines optischen Systems befindet, weiter nichts geändert, als daß die optische Projektion an Stelle der geradlinigen tritt.

Im Gebiete der Ophthalmoskopie ist zur monokularen Beobachtung von Niveauunterschieden die parallaktische Verschiebung im aufrechten Bild die empfindlichste Methode. Unter der Voraussetzung, daß das Spiegelloch als Eintrittspupille des beobachtenden Auges fungiert, erhält man bei der Verschiebung desselben um die Strecke q in einer zur Achse des Beobachtungssystems senkrechten Richtung auf folgende Weise ein Maß der Parallaxe eines nicht auf dem Augenhintergrund gelegenen Punktes. Zunächst wird die Strecke q mit dem letztgenannten Punkte als Projektionszentrum auf den Augenhintergrund des beobachteten Auges projiziert, wonach diese Projektion auf dem Augenhintergrund des beobachtenden Auges abgebildet wird, zu welchem Zwecke die Winkelgröße ω'_q derselben im Zentrum des Spiegelloches bestimmt werden soll. Die erstgenannte Projektion führt man am einfachsten aus unter Anwendung des vom optischen System des Auges entworfenen Bildes sowohl des Projektionszentrums wie der Schirmebene. Wenn die im Zentrum des Loches gemessene Refraktion des Auges mit R'_q, die dortselbst gemessene Konvergenz des Strahlenbündels des Projektionszentrums mit A'_q bezeichnet wird, so hat man in der Formel (8) S. 15 $K = 1$ zu setzen und für δ' bzw. $\mathfrak{B}$ die Werte $\frac{1}{R'_q}$ bzw. A'_q einzuführen, woraus sich ergibt

$$C = 1 - \frac{A'_q}{R'_q}$$

Wird die Projektion der Strecke q auf dem Luftbild des Augenhintergrundes des beobachteten Auges mit q' bezeichnet, wobei $q' = Cq$ und $q' R'_q = \omega'_q$ ist, so erhält man

$$\omega'_q = q\,(R'_q - A'_q)$$

welche Formel wiederum, wenn der vordere Brennpunkt des beobachteten Auges mit dem Zentrum des Spiegelloches zusammenfällt, durch Anwendung der Brennpunktgleichungen auf die Form

$$\omega'_q = q D^2 \Delta'$$

gebracht wird, wo D, wie gewöhnlich, die Brechkraft des optischen Systems des Auges und Δ' den reduzierten Abstand des betreffenden Punktes vom

Augenhintergrunde bezeichnet. Letzterer Wert ist somit positiv, wenn der Punkt, dessen Parallaxe durch die Formel bestimmt wird, hinter dem Niveau des Augenhintergrundes, beispielsweise in der Exkavation der Papille, gelegen ist.

Bei der parallaktischen Verschiebung im umgekehrten Bilde erteilt man durch seitliche Verschiebung der Ophthalmoskoplinse dem durch dieselbe entworfenen Bilde des Spiegelloches eine ähnliche Bewegung, welche durch den Wert q gemessen wird. Mit den oben angewendeten Bezeichnungen erhält man dann unmittelbar

$$-\omega_m = K q (R'_q - A'_q)$$

wo die Refraktionswerte bei regelrechter Ausführung der Untersuchung in der Eintrittspupille zu messen sind. Da bei Emmetropie des beobachteten Auges im aufrechten Bild $-\omega_m = \omega'_q$ ist, so gibt die Zahl K, welche negativ ist, das Verhältnis der der Parallaxe entsprechenden Netzhautbildgrößen in dem beobachtenden Auge bei den beiden Methoden an, woraus erhellt, daß im umgekehrten Bilde die vor dem Augenhintergrunde des Auges gelegenen Punkte scheinbar eine mit der Verschiebung der Linse gleichsinnige Bewegung machen, und daß sich die Schärfe der parallaktischen Untersuchung in beiden Methoden wie die Vergrößerung verhält.

Auch die bei Verschiebungen der Ophthalmoskoplinse im umgekehrten Bild auftretenden scheinbaren Bewegungen des Augenhintergrundes können auf verschiedene Weise verwertet werden. So hat neulich Gertz[1]) die Verschiebung des Augenhintergrundbildes im Verhältnis zu den in der Linse entstehenden Spiegelbildern zu einer Methode angewendet, mit welcher die Refraktion innerhalb gewisser Grenzen geschätzt wird. Die einfachste Methode besteht in der Projektion des Augenhintergrundbildes auf die Ophthalmoskoplinse selbst, indem diese während der Verschiebung stets senkrecht auf der eigenen Visierlinie gehalten wird und die Verschiebungen der Linse im allgemeinen Falle auch mit Bewegungen des Spiegels kombiniert werden können. Wird auf diese Weise die Achse des Beobachtungssystems um einen beliebigen auf derselben gelegenen Punkt gedreht, und stellt E den Abstand dieses Drehpunktes von dem durch die Ophthalmoskoplinse erzeugten Bilde des Spiegelloches dar, indem dieser Abstand als positiv angesehen wird, wenn der Drehpunkt auf derselben Seite des Spiegellochbildes liegt wie die Ophthalmoskoplinse, so ist der Drehungswinkel gleich $\frac{q}{E}$. Geht man bei der Verschiebung von der Stellung aus, wo die optische Achse des Auges mit der Achse des Beobachtungssystems zusammenfällt, wobei der Schnittpunkt der Netzhaut mit der Augenachse im Zentrum des Bildes gesehen wird, und konstruiert man nach Ausführung der Verschiebung den von diesem Schnittpunkte zum Zentrum des Spiegellochbildes gehenden Strahl — den betreffenden Hauptstrahl — so bildet derselbe nach der

1) H. Gertz, Über Refraktionsbestimmung mittels der Reflexe der Augenspiegellinse. Widmarks Mitt. a. d. Augenklinik d. Carol. Med. Chir. Inst. z. Stockholm, H. 8. 1906. — Ein Apparat zur Schätzung der Refraktion im umgekehrten Augenspiegelbilde. Ebenda. H. 9. 1908.

Brechung im optischen System des Auges den Winkel $q R'_q$ mit der Achse des Auges und folglich auch den Winkel $q\left(\frac{1}{E} + R'_q\right)$ mit der Achse des verschobenen Beobachtungssystems. Für die Winkelgröße der scheinbaren Verschiebung des Augenhintergrundes in der Öffnung der Ophthalmoskoplinse ergibt sich also

$$-\omega_m = -Kq\left(\frac{1}{E} + R'_q\right)$$

woraus hervorgeht, daß keine Parallaxe stattfindet, wenn die Refraktion des beobachteten Auges eine solche ist, daß der Drehpunkt des Beobachtungssystems in demselben scharf abgebildet wird, während, je nachdem die Refraktion einen algebraisch größeren oder kleineren Wert hat, eine gleichsinnige bzw. gegensinnige Verschiebung stattfindet, deren Betrag diesem Refraktionsunterschiede proportional ist. Im gewöhnlichen umgekehrten Bilde wird gewöhnlich der Spiegel während der Verschiebung unbeweglich gehalten, wobei man somit unmittelbar erfährt, ob das beobachtete Auge für den Abstand des Spiegels oder für einen kürzeren bzw. einen längeren oder virtuellen Abstand eingestellt ist. Sehr scharf kann man die Scheinbewegung beobachten, wenn man die Verschiebung in vertikaler Richtung ausführt und dafür sorgt, daß die beiden in der Linse entstehenden Spiegelbilder in gleicher Höhe stehen, indem dieselben dann als im horizontalen Durchmesser der Ophthalmoskoplinse festsitzende Marken wirken. Im stationären Ophthalmoskope braucht man nur das Instrument zu heben und zu senken, um die qualitative Refraktionsdiagnose durch die Scheinverschiebung des Bildes zu erhalten, indem hierbei $E = \infty$ ist.

Wenn man zur Ophthalmoskopie im umgekehrten Bilde zunächst die Pupille zum Leuchten gebracht hat und dabei zufälligerweise, bevor man die Ophthalmoskoplinse vorsetzt, ein Detail des Augenhintergrundes, z. B. ein Gefäß sieht, so braucht man nur zusammen mit dem Spiegel seitliche Verschiebungen des Kopfes auszuführen und die Scheinverschiebung des gesehenen Details in der Pupille des beobachteten Auges zu beobachten, um zu erfahren, ob das Auge für einen zwischen demselben und dem Spiegel gelegenen Punkt eingestellt ist oder nicht. Im ersteren Falle sieht man das umgekehrte Bild, und die Scheinverschiebung ist eine gegensinnige, während im letzteren Falle das umgekehrte Verhalten stattfindet.

Auch die Beobachtungsmethode, welche ich unter dem Namen der **objektiven Stigmatoskopie** beschrieben habe, gehört in das Gebiet der parallaktischen Methoden. An der Nernstspaltlampe wird unmittelbar vor dem Spalte eine Rotationsblende angebracht, welche außer einem Ausschnitte für den Spalt auch 2 Löcher von $^1/_2$ bzw. 1 mm Durchmesser enthält, mit welchen man somit, wenn das Stäbchen der Nernstlampe gut eingestellt ist, einen leuchtenden Punkt von demselben Durchmesser mit der spezifischen Helligkeit des glühenden Stäbchens erhält. Außerdem wird vor dem Spalte in einer Neigung von 45° ein vertikal gestelltes Deckgläschen befestigt, dessen Größe hinreichend ist, um auszuschließen, daß Licht auf die Kanten fällt. Das so gespiegelte Licht wird in das beobachtete Auge in einem

Abstande von 30 bis 50 cm geworfen, während der Beobachter seine Pupille an den Ort des im Deckgläschen entstehenden virtuellen Spiegelbildes des leuchtenden Punktes bringt und von diesem Ausgangspunkte aus seitliche Verschiebungen macht. Wenn das beobachtete Auge bei dieser Versuchsanordnung das Spiegelbild des leuchtenden Punktes scharf fixieren kann, so entsteht dabei ein Bild auf der Netzhaut, welches in bezug auf die diffuse Lichtreflexion binnen gewisser Grenzen als ein punktförmiges angesehen werden kann, und welches somit die Lichtquelle eines Strahlenbündels ausmacht, in dem die Strahlenvereinigung nach den oben S. 27 mitgeteilten Grundsätzen untersucht wird. Besonders im Abstande von 50 cm haben die Querschnitte des Strahlenbündels eine solche Größe, daß die Pupillengröße des Untersuchers vollkommen bedeutungslos ist. Mit $^1/_2$ mm Durchmesser des Loches kann man die Untersuchung gewöhnlich ohne künstliche Pupillenerweiterung im verdunkelten Zimmer vornehmen und sieht dabei, wenn das eigene Auge richtig zentriert ist, im Zentrum der in den meisten Fällen bei dieser Beleuchtung mittelgroßen Pupille einen hell leuchtenden Punkt, um welchen herum manchmal eine Strahlenfigur wahrgenommen werden kann. Dieser wegen der Helligkeit mehr gelblich erscheinende Punkt ist von einer dunkleren und deshalb mehr rötlich aussehenden Zone umgeben, welche wiederum nach außen von einem helleren, gelblicheren Ring umgeben ist. Je nach der Pupillengröße erstreckt sich diese helle, ringförmige Zone bis zum Rand der Pupille oder wird wiederum von einer dunkleren, rötlicheren Zone umgeben. Verschiebt man nun sein Auge z. B. in horizontaler Richtung, so macht der zentrale helle Punkt eine gleichsinnige Bewegung in der Pupille des beobachteten Auges, während die vertikalen Teile der ringförmigen hellen Zone sich in entgegengesetzter Richtung verschieben. Wie aus dem schon Mitgeteilten hervorgeht, wird hierdurch die positive Aberration innerhalb der optischen Zone des Auges bewiesen, wobei es gleichgültig ist, ob die bisweilen nicht so leicht wahrgenommene Verschiebung der betreffenden Teile des hellen Ringes konstatiert werden kann oder nicht. Außerdem wird durch diesen Versuch bewiesen, daß das normale Auge beim scharfen Sehen nicht die Spitze der kaustischen Fläche, sondern einen weiter vorn gelegenen Teil derselben auf die Netzhaut bringt, daß somit bei emmetropischer Refraktion tatsächlich Hypermetropie längs der Achse besteht. Um die Strahlenfigur stets deutlich zu sehen, hat man nur eine größere Lichtstärke anzuwenden, indem das Loch von 1 mm Durchmesser vorgeschoben und nötigenfalls die Pupille künstlich erweitert wird, wobei aber, wenn ein akkommodationslähmendes Mittel zur Verwendung kommt, die Einstellung des beobachteten Auges auf den leuchtenden Punkt durch Vorsetzen von Gläsern bewerkstelligt werden muß. Diese Figur beweist, daß in den verschiedenen radiären Schnitten die Aberration einen verschiedenen Wert hat, wodurch die sogenannten „Faltenbildungen“ auf der Wellenfläche des Strahlenbündels experimentell konstatiert werden. Wenn das beobachtete Auge nicht für den Abstand des leuchtenden Punktes eingestellt ist, so ist die Erscheinung der Aberration wenigstens ohne künstliche Erweiterung der Pupille nicht so leicht zu konstatieren, weil der Lichtfleck auf dem Augenhintergrunde nicht mehr hinreichend klein ist, um praktisch als punktförmig zu wirken. Doch kann man gewöhnlich in dem

hellen Flecke, dessen parallaktische Bewegungen in der Pupille beobachtet werden, ein dunkleres bzw. ein helleres Zentrum wahrnehmen, je nachdem die Refraktion des Auges um ein paar dptr größer oder kleiner ist, als zur scharfen Einstellung erforderlich. Im ersten Falle ist die Parallaxe in der Pupille eine gleichsinnige, im letzteren eine gegensinnige, indem das Verhältnis ganz dasselbe ist, als wenn ein Gefäß auf dem Augenhintergrund sichtbar ist. An Stelle desselben hat man hier einen hellen Fleck, und die Parallaxe entscheidet einfach, ob man das Zerstreuungsbild desselben im aufrechten oder im umgekehrten Bilde sieht.

Ist das beobachtete Auge astigmatisch, so sieht man bei derjenigen Einstellung, bei welcher die Zeichen der Aberration zutage treten, an Stelle des kleinen hellen runden Fleckes eine oblonge Figur bzw. eine helle Linie, deren Längsrichtung mit dem am stärksten brechenden Hauptschnitte des optischen Systems des beobachteten Auges zusammenfällt. Macht man dabei mit dem Auge parallaktische Bewegungen in der auf dieser Richtung senkrechten Ebene, so zeigt die zentrale Figur — wie sonst der helle zentrale Fleck — eine gleichsinnige Parallaxe. In anderen Richtungen aber ist die Erscheinung der Parallaxe komplizierter, wie auch nach der oben S. 33 ff. geschilderten Konstitution solcher Strahlenbündel zu erwarten ist.

Eine ausgesprochene Asymmetrie des im beobachteten Auge gebrochenen Strahlenbündels gibt sich immer bei der objektiven Stigmatoskopie kund, indem es bei geringeren Graden unmöglich ist, eine um das Pupillenzentrum symmetrische Figur bei der Einstellung zu sehen, bei welcher die Erscheinung der Aberration hervortritt, während in höheren Graden ein Teil des helleren Ringes fehlt, und der sonst zentrale helle Fleck nach der betreffenden Seite dezentriert ist. Bei starker vertikaler Asymmetrie vom gewöhnlichsten Typus sieht man öfters oben in der Pupille einen hellen Fleck, unten eine helle halbmondförmige Figur, und bei vertikalen Verschiebungen des eigenen Auges macht ersterer eine gleichsinnige, letzterer eine gegensinnige Bewegung, so daß die beiden hellen Teile der Pupille bei der Verschiebung des eigenen Auges nach unten im Zentrum der Pupille zusammenfließen, bei der Verschiebung nach oben aber auseinandergehen, um am oberen und unteren Pupillenrande zu verschwinden.

Wenn es sich nicht um feinere Untersuchungen handelt, sondern nur darum, die durch die Refraktion des Auges bedingten Phänomene zu beobachten, so hat man kein Loch vor dem Spalte nötig. Weicht die Refraktion des beobachteten Auges erheblich von der optischen Einstellung auf den leuchtenden Punkt ab, so ist die Parallaxe des hellen Scheines in der Pupille äußerst leicht zu beobachten. Sobald aber der Unterschied nur 1 oder $^1/_2$ dptr beträgt, entstehen durch die Aberration auch bei der dieser Lichtstärke entsprechenden Pupillengröße gewisse Schwierigkeiten bei der Beurteilung. Wenn man aber dann sehr schnelle Verschiebungen macht und nur auf den Totaleindruck der Bewegung des Lichtscheines achtgibt, so pflegt man bis auf eine halbe Dioptrie beurteilen zu können, ob das Auge für den hellen Punkt scharf eingestellt ist oder nicht. Ähnliches gilt für die beiden Hauptschnitte eines astigmatischen Auges, wenn der Spalt so gedreht wird, daß das Spiegelbild desselben senkrecht auf dem zu untersuchenden Hauptschnitt steht, und die Verschiebungen des eigenen Auges

senkrecht auf die Längsrichtung des Spaltspiegelbildes stattfinden. Auch zur Auffindung der Hauptschnitte ist das Loch vor dem Spalte bei nicht zu geringen Graden von Astigmatismus überflüssig, denn sobald man nicht die eigene Pupille in einem Hauptschnitte verschiebt, so zeigt sich dies dadurch, daß die Bewegung des Lichtfleckes in der Pupille des beobachteten Auges nicht in derselben Ebene wie die Verschiebung stattfindet.

Für die Fälle, wo man auf angegebene Weise durch Vergrößerung der Lichtquelle und durch schnelle Verschiebung die objektive Stigmatoskopie modifiziert, um die Erscheinung der Aberration zu eliminieren, kann man den Projektionskoeffizienten durch die Gesetze erster Ordnung ermitteln. Man hat dann die Verschiebungsstrecke der eigenen Pupille in die Pupille des beobachteten Auges zu projizieren und das Zentrum des hellen Fleckes auf der Netzhaut des beobachteten Auges als Projektionszentrum zu benutzen. In der Gleichung (8) S. 15 ist dann $K = 1$ und δ' gleich der Entfernung E der Eintrittspupille des beobachteten Auges von der des beobachtenden, während für $\mathfrak{B}$ die in der Eintrittspupille des beobachtenden Auges gemessene Refraktion des beobachteten Auges einzuführen ist. Wird die in der Eintrittspupille des beobachteten Auges gemessene Refraktion desselben mit R′ bezeichnet, so stellt demnach $\frac{R'}{1 + ER'}$ den für $\mathfrak{B}$ einzuführenden Refraktionswert dar, und man erhält

$$C = \frac{1}{1 + ER'}$$

aus welchem Ausdrucke hervorgeht, daß die sichtbare Bewegung des Lichtes in der Pupille des beobachteten Auges um so schneller ist, je weniger die Einstellung desselben von der der Pupille des beobachtenden Auges entsprechenden abweicht. Wenn das beobachtete Auge astigmatisch ist, so ergeben sich auf diese Weise zwei den beiden Werten von R′ entsprechende Werte von C, aus welchen mit den Formeln (10) die Bewegungsrichtung und der die Schnelligkeit der Bewegung angebende lineare Projektionskoeffizient erhalten werden.

Es ist einleuchtend, daß man die zur Eliminierung der Aberrationsphänomene modifizierte objektive Stigmatoskopie auch so ausführen kann, daß durch Drehung des durchsichtigen Spiegels das Spiegelbild des Spaltes verschoben wird, während man sein Auge ruhig hält, sowie daß es nicht nötig ist, daß der Spalt durch den Spiegel in der Ebene der Eintrittspupille des beobachtenden Auges abgebildet wird, sondern daß im Gegenteil die Aberrationsphänomene leichter zum Verschwinden gebracht werden können, wenn bei der Einstellung des beobachteten Auges auf die Pupille des beobachtenden ein unscharfes Bild des Spaltes auf dem Augenhintergrund des ersteren Auges liegt. Die modifizierte Methode ist somit wesentlich nichts anderes als eine **Skiaskopie mit durchsichtigem Spiegel**, erfordert aber als solche die spezifische Helligkeit des Nernstspaltes und unterscheidet sich von der gewöhnlichen **Skiaskopie mit durchbohrtem Spiegel** wesentlich dadurch, daß sie die Refraktion in der Fovea centralis ergibt, welche mit letzterer Methode nicht erhalten werden kann. Die Ermittlung des Projektionskoeffizienten findet auf analoge Weise wie

oben statt, indem die Verschiebungsstrecke des Lichtfleckes auf der Netzhaut des beobachteten Auges in die Eintrittspupille desselben mit der Eintrittspupille des beobachtenden Auges als Projektionszentrum projiziert wird. Führt man dabei an Stelle der Verschiebungsstrecke die dem beobachteten Auge scheinbare Winkelbewegung des durch den Spiegel entworfenen Lichtquellenbildes und an Stelle der linearen Bewegung des Lichtscheines in der Pupille des beobachteten Auge die in der Eintrittspupille des beobachtenden Auges gemessene Winkelbewegung ein, so erhält man obenstehende Formel, in welcher C dann das Verhältnis der letzteren Winkelbewegung zur ersteren angibt, wie es auch a priori postuliert werden kann. Ein positives Vorzeichen gibt dabei eine gleichsinnige Winkelbewegung an, und da beim durchsichtigen Planspiegel die im Beobachterauge gemessene Winkelbewegung des durch den Spiegel auf das Gesicht des Beobachteten geworfenen Lichtfleckes mit der im beobachteten Auge gemessenen Winkelbewegung des vom Spiegel entworfenen Lichtquellenbildes gleichsinnig ist, so gibt beim Planspiegel ein positives Vorzeichen von C an, daß sich der in der Pupille des beobachteten Auges sichtbare Lichtschein bei der Drehung des Spiegels in derselben Richtung bewegt wie der auf dem Gesicht entstehende Lichtfleck. In der gewöhnlichen Skiaskopie mit durchbohrtem Spiegel gilt, wie eine einfache Überlegung lehrt, dieselbe Regel für alle Spiegel, welche ein Bild der Lichtquelle entweder hinter dem beobachtenden oder hinter dem beobachteten Auge entwerfen, während die umgekehrte Regel gültig ist, sobald das vom Spiegel erzeugte Bild der Lichtquelle zwischen beiden Augen gelegen ist. Auf jeden Fall soll ein Konkavspiegel von solcher Brennweite, daß das Lichtquellenbild unweit des beobachteten Auges liegt, vermieden werden, weil dabei die skiaskopische Erscheinung undeutlich wird.

Da bei der Herleitung obenstehender Formel nur die Gesetze erster Ordnung angewendet worden sind, so ist es einleuchtend, daß dieselbe nicht in den Fällen Anwendung finden kann, wo die Aberration einwirkt, was, je größer die Pupille des beobachteten Auges, einem um so größeren neutralen Gebiet entspricht, wo man nur weiß, daß die optische Einstellung des beobachteten Auges einem in der Nähe der Beobachterpupille gelegenen Punkte entspricht, aber nicht entscheiden kann, ob dieser Punkt vor oder hinter derselben gelegen ist. Man hat zwar eine große Mühe darauf verwendet, dieses neutrale Gebiet mit der gewöhnlichen Skiaskopie näher zu untersuchen. Hierbei ist man aber von dem Gedanken ausgegangen, daß der bei der Bewegung des Lichtscheines in der Pupille von der einen oder anderen Seite kommende Schatten das Wesentliche wäre, und hat u. a. darüber gestritten, ob der Schatten von der Iris des beobachtenden Auges oder von der des beobachteten herrühre. Gewöhnlich ist auch die Bedeutung des Spiegelloches für das Beleuchtungssystem unbekannt geblieben. Nur bei Wolff[1]) wird die durch die Nichterfüllung der ophthalmoskopischen Bedingung der Lochgröße bedingte Erscheinung gebührend gewürdigt.

Wenn bei der gewöhnlichen Skiaskopie mit durchbohrtem Spiegel die Pupille des beobachteten Auges hinreichend groß ist und die Abweichung der Einstellung desselben von der dem neutralen Gebiete entsprechenden

1) H. Wolff, Über die Skiaskopietheorie. Berlin 1903.

ausreicht, um die ophthalmoskopische Bedingung der Lochgröße zu erfüllen, so kann mit hinreichender Genauigkeit der nützliche Strahlenraum des Beobachtungssystems konstruiert werden, indem die beiden Pupillen und der Umriß des Lichtfleckes auf dem Luftbilde des Augenhintergrundes als Öffnungen des Systems behandelt werden. Wenn aber die Einstellung des beobachteten Auges wenig von derjenigen abweicht, bei welcher die Pupille des beobachtenden Auges von demselben scharf gesehen wird, so ist die Bedingung der Lochgröße nicht mehr erfüllt, sondern es entsteht ein Vollschatten auf demjenigen Teile des Augenhintergrundes des beobachteten Auges, von welchem das zur Beobachtung dienende Licht eigentlich ausgehen sollte. Zur Berechnung dieses Vollschattens und der übrigen Erscheinungen müßte unbedingt die Aberration mit hinzugezogen werden. Da hierzu kommt, daß der Vollschatten bei Drehung des Spiegels, auch wenn die Aberration nicht im Spiele wäre, nicht unbeweglich sein würde, wenn nicht die Drehungsachse genau durch das Zentrum des Loches ginge, und daß diese Bewegung weiter durch die Aberration kompliziert wird, so ist es einleuchtend, daß die gewöhnliche Skiaskopie nur bei ziemlich großer Pupille anwendbare Approximativwerte geben kann. Man hilft sich in der Praxis gewöhnlich damit aus, daß man nicht die Refraktion in der Fovea centralis, sondern in einem naheliegenden Punkte untersucht. Die bei erweiterter Pupille auftretenden Erscheinungen der Aberration sind auch wegen des Einflusses des Spiegelloches nicht vollkommen eindeutig.

Während sich somit die gewöhnliche Skiaskopie nicht zu genaueren Untersuchungen eignet, ist die verfeinerte Methode von Wolff, bei welcher ein Glühlämpchen die Lichtquelle darstellt, nicht ganz eindeutig im neutralen Gebiete, weil auch die Bedingung des Lichtquellenbildes nicht erfüllt ist, so daß auf der Netzhaut des beobachteten Auges ein mit der Spiegeldrehung bewegter Vollschatten des Loches vorhanden ist, dessen Bewegung unabhängig ist von der Bewegung des durch die Nichterfüllung der Bedingung der Lochgröße entstehenden Schattens. Es folgt hieraus, daß zur Untersuchung der Aberrationserscheinungen nur die objektive Stigmatoskopie, zur möglichst exakten Ermittlung der Refraktion nur die Skiaskopie mit durchsichtigem Spiegel und Nernstspaltlampe angewendet werden soll.

Eine skiaskopische Methode, welche in bezug auf Exaktheit der Resultate der letztgenannten sehr nahe kommt, und mit welcher meistens auch die Refraktion im Zentrum der Fovea centralis untersucht werden kann, erhält man mit meinem oben beschriebenen elektrischen Handaugenspiegel, wenn man den Spalt vorschiebt, bis derselbe einen Teil des Loches verdeckt, und bei der Beobachtung darauf achtgibt, daß die eigene Pupille zum Teil vom vorgeschobenen Beleuchtungsrohr verdeckt wird. Man sieht dann die eine oder andere Seite der Pupille heller, je nachdem das beobachtete Auge für einen zwischen den beiden Augen gelegenen Punkt eingestellt ist oder nicht. Durch Drehen des Beleuchtungsrohres um die Achse des Beobachtungssystems kann man den heller erscheinenden Teil in die temporale Pupillenhälfte verlegen, wo der Unterschied wegen des größeren Abstandes des Hornhautspiegelbildes leichter wahrgenommen wird. Zur Beobachtung der Refraktion in der Fovea centralis bei kleiner Pupille hat man zunächst das

OPHTHALMIC HOSPITAL

andere Auge fortwährend vor Lichteinfall zu schützen. Wenn man dann einen Augenblick die Hand vor das beobachtete Auge hält, und dieselbe schnell wegnimmt, während der Beobachtete die Blickrichtung möglichst unverändert beibehält, so hat man genügende Zeit, die Erscheinung zu beobachten, bevor die Pupille sich wieder kontrahiert hat. Manchmal ist es auch hinreichend, den Spiegel für einen Augenblick zu drehen, so daß kein Licht ins Auge fällt, während der Spalt doch hinreichend hell ist, um fixiert werden zu können.

Die Parallaxe der in den brechenden Flächen entstehenden Spiegelbilder kann bei zwei verschiedenen Versuchsanordnungen mit Vorteil ausgenutzt werden. Bei der ersten verschiebt man das eigene Auge, während das beobachtete Auge und die Lichtquelle unbeweglich bleiben. Der scheinbare Ort des Spiegelbildes ist dann die betreffende Schale der kaustischen Fläche des beobachteten katadioptrischen Systems. Wenn es sich um die zentrale Partie der Hornhaut handelt, welche bei dieser Untersuchung als sphärisch angesehen werden kann, so ist bei einer Verschiebung in sagittaler Richtung der Ort des Spiegelbildes durch den Schnittpunkt der Visierlinie des beobachtenden Auges mit der von der Lichtquelle zum Krümmungszentrum der Hornhaut gezogenen Linie bestimmt, während bei einer tangentialen Verschiebungsrichtung das Spiegelbild längs der Schnittlinie der ersten kaustischen Fläche mit der Tangentialebene gleitet, der scheinbare Ort desselben sich somit bei der Verschiebung auf ähnliche Weise ändert, wie die scheinbare Grenzlinie einer auf der Verschiebungsrichtung senkrecht stehenden Zylinderfläche. Bei beiden Verschiebungen fällt der scheinbare Ort des Spiegelbildes mit dem des gleichnamigen Bildpunktes zusammen. Letztere Regel ist allgemeingültig, aber, sobald das Licht in einem exzentrischen Teile der Hornhaut oder nach Brechung in derselben in einer anderen Fläche gespiegelt wird, kann man den Ort des zweiten Bildpunktes nicht mehr durch die angegebene einfache Konstruktion ermitteln. Je kleiner der Einfallswinkel, um so mehr nähern sich die beiden kaustischen Flächen einander, und man kann deshalb in einem zentrierten Umdrehungssystem, auf dessen Achse die Lichtquelle in sehr großer Entfernung gelegen ist, den parallaktischen Ort der Spiegelbilder mit hinreichender Genauigkeit als mit den Brennpunkten der katadioptrischen Systeme zusammenfallend ansehen, wenn das beobachtende Auge sehr wenig von der Achse entfernt ist. Durch diese Parallaxe, welche übrigens auch in gewöhnlichen optischen Instrumenten beobachtet wird, wenn die Einstellung auf einem Fadenkreuz nicht scharf ist, kann man ohne Schwierigkeit konstatieren, daß der katoptrische Brennpunkt der Hornhaut hinter der Ebene der Eintrittspupille gelegen ist. Es genügt dazu die Beobachtung, daß das Hornhautspiegelbild einer vom beobachteten Auge fixierten Lichtquelle eine gleichsinnige parallaktische Bewegung in der Pupille zeigt, denn die oben reproduzierten Photographien lehren, daß bei diesem Versuche, besonders wenn das beobachtende Auge sich temporalwärts von der Einfallsrichtung des Lichtes verschiebt, der zur Spiegelung verwendete Teil der Hornhaut der zentralen, angenähert sphärischen Partie derselben angehört.

Bei der zweiten Versuchsanordnung läßt man das beobachtete Auge Bewegungen ausführen, während die Lichtquelle auf der Visierlinie des beobachtenden Auges gelegen ist. Der parallaktische Ort des Spiegelbildes ist dann der scheinbare Ort des Krümmungsmittelpunktes der spiegelnden Fläche in dem bei der Spiegelung angewendeten Punkte und fällt somit nicht mit dem Orte des optischen Bildes zusammen. Da nämlich das einfallende und zurückgeworfene Licht denselben Weg hat, so muß es in dem Punkte, wo es die spiegelnde Fläche trifft, die Richtung der Normale derselben haben. Wenn also die spiegelnde Fläche sphärisch wäre und der vor derselben liegende Teil des optischen Systems den Krümmungsmittelpunkt aplanatisch abbildete, so würde bei den Bewegungen des beobachteten Auges das Spiegelbild stets auf der vom beobachtenden Auge zum aplanatischen Bildpunkte gezogenen Linie gesehen werden. Da nun aber dieser Fall, obwohl physikalisch realisierbar, nicht im optischen System des Auges vorliegt, so weicht das tatsächliche Verhalten insofern hiervon ab, als die vom beobachtenden Auge zum Spiegelbilde gezogene Linie das optische Bild der Krümmungsmittelpunktfläche der spiegelnden Fläche berührt, so daß der parallaktische Ort des Spiegelbildes in der Tat eine ähnliche Verschiebung auf der Visierlinie des beobachtenden Auges erfährt wie in der oben beschriebenen Versuchsanordnung bei tangentialen Verschiebungen des eigenen Auges. Je kleiner aber die vom beobachteten Auge ausgeführten Bewegungen sind, und je näher der Berührungspunkt der Visierlinie des beobachtenden Auges mit der kaustischen Fläche des betreffenden Normalenbündels der Spitze derselben liegt, mit um so geringerem Fehler kann man an Stelle derselben den Krümmungsmittelpunkt auf der Achse setzen. Wäre das optische System des Auges ein zentriertes Umdrehungssystem, so würde die Spitze der kaustischen Fläche des betreffenden Normalenbündels immer auf der Achse gelegen sein. Da nun dies nicht der Fall ist, sondern eine Augenachse willkürlich gewählt werden muß, welche annähernd die Bedingungen einer optischen Achse erfüllt, so ist es einleuchtend, daß ziemlich bedeutende Abweichungen von der Zentrierung der Spitzen der kaustischen Flächen auf der Achse vorkommen können. Die Methode ist deshalb zwar ausgezeichnet, wenn es sich um approximative Werte handelt, und wird in der Ophthalmologie mit Vorteil zur Lokalisation von Trübungen der Medien benutzt, kann aber nicht ohne weiteres als für ophthalmometrische Zwecke hinreichend genau angesehen werden. Doch kann man mit derselben in Fällen mit umschriebenen Trübungen im hinteren Linsenpol konstatieren, daß der Krümmungsmittelpunkt der zentralen Hornhautpartie hinter dem scheinbaren Orte des hinteren Linsenpoles gelegen ist. Man wirft mit dem Augenspiegel Licht in die Pupille und sieht auf dem roten Hintergrund die dunkle Trübung neben dem Hornhautreflex, welcher bei Hebung und Senkung der Blicklinie des beobachteten Auges eine gegensinnige Bewegung im Verhältnis zur Trübung auszuführen scheint. Dieselbe kommt ersichtlicherweise einer gleichsinnigen Parallaxe gleich, wenn das beobachtende Auge mit dem Spiegel bewegt würde.

Wenn der Abstand des beobachtenden Auges und der Lichtquelle vom beobachteten Auge hinreichend groß ist, so hat man bei dieser Beobachtung der Parallaxe nicht nötig, die Lichtquelle auf der Visierlinie des beobach-

tenden Auges aufzustellen, indem der durch den Winkel zwischen Einfallsrichtung des Lichtes und Visierlinie des beobachtenden Auges entstehende Fehler verschwindend gemacht werden kann. Der parallaktische Ort der Spiegelbilder ist bei dieser Variante der Versuchsanordnung nicht auf den optischen Bildern der Krümmungsmittelpunktflächen, sondern neben diesen Bildern in derselben Tiefe gelegen.

Eine Variante der zuerst angeführten parallaktischen Methode ist die stereoskopische Beobachtung der Spiegelbilder. Mit einer beliebigen binokularen Lupe sieht man, wenn der Spalt des zum elektrischen Handaugenspiegel angewendeten Beleuchtungsrohres nahe der Symmetrieachse des Instumentes gehalten wird, wie das erste und dritte katadioptrische Bild hinter der Ebene der Eintrittspupille, letzteres hinter ersterem, gelegen sind. Bei geeigneter Lage des Spaltes sieht man auch das zweite katadioptrische Bild, welches aber so tief liegt, daß man gewöhnlich mit den gebräuchlichen Binokularlupen die beiden Bilder nicht stereoskopisch verschmelzen kann. Mit dem von mir abgeänderten stereoskopischen Augenspiegel von Giraud-Teulon in Kombination mit einer Positivlinse von 8 dptr ist der stereoskopische Effekt hinreichend gering, um bei der Anwendung als Binokularlupe auch das zweite katadioptrische Bild stereoskopisch zu sehen, und auf der anderen Seite hinreichend groß, um auf jedem Fall die Lage der beiden anderen Spiegelbilder hinter der Ebene der Eintrittspupille, in den meisten Fällen auch die Lage des dritten katadioptrischen Bildes hinter dem ersten konstatieren zu können. Wie aus dem Obenstehenden erhellt, sieht man hierbei die Spiegelbilder annähernd in den Fokalebenen der drei katadioptrischen Systeme liegen.

Zur **Beobachtung der Zentrierung des Auges** werden Methoden angewendet, welche den eben erörterten nahe stehen und deshalb am besten hier Platz finden. Schon die Beobachtung des Hornhautspiegelbildes in der Pupille, wenn dieselbe mit dem Augenspiegel zum Leuchten gebracht wird und das beobachtete Auge das Spiegelloch fixiert, lehrt, daß die zentrale Zone der Hornhaut nicht auf der Visierlinie zentriert ist, sondern daß der Krümmungsmittelpunkt derselben in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle nasal und gewöhnlich auch etwas nach oben von dieser Linie gelegen ist. Man kann nun zur näheren Untersuchung dieser Dezentration auf zweierlei Weise das Hornhautspiegelbild in der Pupille zentrieren, indem man nämlich entweder dem beobachteten Auge eine Fixationsmarke gibt, deren richtige Stellung versuchsweise ermittelt wird, oder aber das beobachtende Auge als Fixationsobjekt benutzt, während die Lichtquelle ohne Anwendung des Spiegels passend aufgestellt wird. Ist auf erstere Weise das Hornhautspiegelbild zentriert, so fällt die Visierlinie des beobachtenden Auges mit der durch das Zentrum der Pupille gehenden Hornhautnormale zusammen, und die Orientierung der letzteren zur Visierlinie des beobachteten Auges ist somit bekannt. Bei der Zentrierung des Hornhautspiegelbildes auf letztere Weise ist die Ebene, welche die Einfallsrichtung des Lichtes und die Visierlinie enthält, die Einfallsebene der letzteren, und der zwischen beiden Linien eingeschlossene Winkel ist der doppelte Reflexionswinkel, somit auch der doppelte Einfallswinkel der Visierlinie, weil das Hornhautspiegelbild in der Richtung der Visierlinie des beobachteten Auges gesehen wird.

Wenn somit die Visierlinie keine optische Achse des brechenden Systems des Auges darstellt, so kann man sich des weiteren durch den von Helmholtz angegebenen Versuch davon überzeugen, daß dieses System tatsächlich keine Umdrehungsachse besitzt. Stellt man nämlich eine Lichtquelle und ein Fernrohr in gleichem Abstande vom beobachteten Auge und mit hinreichend großem Winkelabstande auf, um bei geeigneter Blickrichtung des beobachteten Auges die drei Spiegelbilder bequem auf einmal sehen zu können, so würde man, wenn eine Umdrehungsachse vorhanden wäre, durch Verschiebung einer Fixationsmarke dem beobachteten Auge eine solche Stellung geben können, daß diese Achse die von der Lichtquelle zum Fernrohrobjektiv gezogene Linie im Mittelpunkte derselben schnitte, was sich dadurch kundgeben müßte, daß beim Vertauschen des Platzes der Lichtquelle und des Fernrohrobjektives eine symmetrische Anordnung der drei in einer Linie liegenden Spiegelbilder in umgekehrter Reihenfolge gesehen würde. Da dies nie der Fall ist, so ist auch eine wirkliche Umdrehungsachse nie vorhanden. Dasselbe beweist der Versuch von Tscherning[1]), welcher am besten mit Nernstspaltlampen ausgeführt wird. Stellt man zwei solche Lampen mit den beiden Spalten in einer vertikalen Linie auf, in deren Mittelpunkt das Fernrohrobjektiv sich befindet, so sieht man bei dilatierter Pupille, wenn das Fernrohrobjektiv vom beobachteten Auge fixiert wird, die zwei in der vorderen Linsenfläche entstehenden Bilder in nasaler, die der hinteren Linsenfläche angehörigen in temporaler Richtung von den Hornhautspiegelbildern gelegen. Wird dann mit einer Fixationsmarke die Blickrichtung des beobachteten Auges in nasaler Richtung gedreht, so kommen in den meisten Fällen zunächst die Spiegelbilder der hinteren Linsenfläche in dieselbe Linie wie die Hornhautspiegelbilder, dann in dieselbe Linie wie die Spiegelbilder der vorderen Linsenfläche, und schließlich kommen diese in dieselbe Linie wie die Hornhautspiegelbilder. Hätte das optische System des Auges eine vertikale Symmetrieebene, so würden in derselben alle sechs Spiegelbilder in einer Vertikalebene liegen. Wenn dieser Versuch bei so kleinen Einfallswinkeln ausgeführt werden könnte, daß auch bei der Entstehung des zweiten katadioptrischen Bildes die in Betracht kommenden Teile der Hornhaut als der zentralen, annähernd sphärisch gekrümmten Partie derselben angehörend und die Linsenflächen als sphärisch betrachtet werden könnten, so würde derselbe auch beweisen, daß die Krümmungsmittelpunkte der drei Flächen nicht auf einer Linie angeordnet seien, sondern daß der Krümmungsmittelpunkt der zentralen Hornhautpartie temporal von der die Krümmungsmittelpunkte der Linsenflächen verbindenden Linie gelegen wäre. Da nun aber weder das eine noch das andere der Fall ist, so bleibt es bis auf weiteres unbekannt, ob eine den drei Flächen gemeinsame Normale existiert oder nicht, welche dann als Achse anzusehen wäre. Aus bisher bekannten Untersuchungen geht aber hervor, daß die durch das Zentrum der mittelgroßen Pupille gehende Hornhautnormale, deren Lage auf oben angegebene Weise leicht ermittelt wird, im allgemeinen so nahe mit einer solchen Achse zusammenfällt, daß ein abweichendes Verhalten in

1) Beiträge zur Dioptrik des Auges. Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorgane. III. 1892. S. 429 und an anderen Stellen.

den meisten Fällen nicht einwandfrei bewiesen werden kann, weshalb ich dieselbe auch als optische Achse des Auges bezeichnet habe.

Oben wurde beschrieben, wie man mit dem elektrischen Handaugenspiegel das zweite katadioptrische Bild sichtbar machen kann. Bei richtigem Abstande des Spaltes vom Spiegelloch sieht man bei diesem Versuch dasselbe nasal, das dritte katadioptrische Bild temporal vom Hornhautspiegelbilde liegen, wobei fast stets ersteres Bild oberhalb der die beiden letzteren verbindenden Linie gelegen ist. Dreht man aber die Beleuchtungsröhre um das Spiegelloch, während der Spalt fortwährend fixiert wird, so kann man die Spiegelbilder in eine Linie bringen. Wenn dies zutrifft, sieht man gewöhnlich diese Linie den Mittelpunkt der Pupille schneiden, und die Reflexionsebene weicht im allgemeinen bei nicht zu kleinem Einfallswinkel der Visierlinie unbedeutend von der Einfallsebene derselben ab, in welcher auch die optische Achse zu finden ist. Man kann deshalb in den als typisch anzusehenden regelmäßigsten Fällen von einer Symmetrieebene des Auges reden, in welcher die optische Achse und die Visierlinie gelegen sind, und welche folglich auch die Einfallsebene der letzteren darstellt. Es darf aber hierbei kein höherer Anspruch an diese Symmetrieebene gestellt werden, als daß dieselbe einen den drei Flächen gemeinsamen Normalschnitt darstellt, welcher in bezug auf die zentralen Partien der brechenden Flächen als eine Symmetriebeene gelten kann.

III. Entoptische Beobachtungsmethoden.

1. Methoden zur Beobachtung der Strahlenvereinigung.

Wenn im vorhergehenden als objektive Beobachtungsmethoden die zur Beobachtung am Auge eines anderen Menschen dienenden Methoden behandelt worden sind, so sollen jetzt diejenigen Methoden an die Reihe kommen, mit welchen Beobachtungen an den eigenen Augen angestellt werden können. Von solchen Methoden gibt es eine Anzahl, wie die autophthalmoskopischen, die autophthalmometrischen, welche Modifikationen von Methoden darstellen, die zur Beobachtung an den Augen eines anderen Individuums dienen, und welche in dieser kurzen Zusammenstellung um so eher beiseite gelassen werden können, als die Bedeutung derselben für die Dioptrik des Auges wohl keine wesentliche sein kann. Es soll deshalb die Darstellung hier auf solche Methoden beschränkt werden, welche der Beobachter nur auf sein eigenes Auge anwenden kann. Unter diesen steht die entoptische Untersuchung der Strahlenvereinigung im Auge in der Bedeutung für die Dioptrik desselben obenan.

Unter den **Kriterien der scharfen optischen Einstellung** des Auges für ein beobachtetes Objekt kann in vielen Fällen der subjektive Eindruck des scharfen Sehens bei geübten Beobachtern ein zuverlässiges Mittel darstellen. Wäre das im Auge gebrochene Strahlenbündel homozentrisch, so würde wohl dieses Mittel im allgemeinen hinreichend sein. Da nun aber Zerstreuungsfiguren auf der Netzhaut bei jeder Einstellung des optischen Apparates vorhanden sind, so wird der subjektive Eindruck in ziemlich hohem

Grade von der Pupillengröße beeinflußt, so daß sehr oft, besonders bei wenig geübten Beobachtern, der Eindruck einer schärferen optischen Einstellung bei der von einer Verengerung der Pupille begleiteten Akkommodation entsteht, obwohl eine genaue Ermittelung der Sehschärfe das Resultat ergibt, daß die Einstellung des Auges nicht durch die Akkomodation verbessert worden ist. Dies beruht darauf, daß bei der Abbildung die Zerstreuungsfiguren von untergeordneter, die Schnitte der Netzhaut mit den kaustischen Flächen aber von wesentlicher Bedeutung sind. Bei erheblicherer Veränderung der Pupillengröße werden auch diese Schnitte beeinflußt, und man findet auch, daß bei maximaler Erweiterung einer sonst normalen Pupille sowohl der subjektive Eindruck der Schärfe des Sehens wie die nachweisbare Sehschärfe wesentlich schlechter werden. Da auf der anderen Seite eine wirkliche optische Abbildung unter Anwendung verschiedener Schnitte der kaustischen Flächen zustande kommt, so besteht immer eine gewisse Tiefe der optischen Abbildung, welche bei Verengerung der Pupille zunimmt, und welche die Zuverlässigkeit der Sehschärfe als ein Kriterium der optischen Einstellung in um so höherem Grade beeinträchtigt, je mehr das Sehorgan in der Deutung der durch die verschiedenen Querschnitte der kaustischen Flächen erzeugten Bilder geübt ist. Von dem Einflusse dieser Übung kann man sich sehr leicht überzeugen, wenn man z. B. die Sehschärfe eines bisher unkorrigierten Myopen mit 1 bis $1^1/_2$ dptr Myopie mit der eines Emmetropen vergleicht, dem man durch Konvexgläser dieselbe Myopie artefiziell erteilt. Wenn in beiden Fällen die Sehschärfe innerhalb des Akkommodationsgebietes die gleiche ist, so übertrifft diejenige des Myopen die des Emmetropen bedeutend, sobald die Probetafel im Abstande von einigen Metern aufgehängt wird. Wird aber der sich somit in verschiedener Richtung geltend machende Einfluß der Pupillengröße und der Übung gebührend berücksichtigt, so hat man jedenfalls darin ein sehr brauchbares Kriterium der scharfen optischen Einstellung des Auges, daß die maximale Sehschärfe desselben nachgewiesen werden kann, und bei geübten Beobachtern darf man binnen gewisser Grenzen den subjektiven Eindruck des scharfen Sehens mit einem solchen Nachweise indentifizieren.

Aus dem Gesagten geht es hervor, daß die Untersuchung der Zerstreuungskreise unter Anwendung der Gesetze erster Ordnung der optischen Projektion nur dann einen Sinn haben kann, wenn die optische Einstellung des Auges in solchem Grade von der zum scharfen Sehen erforderlichen abweicht, daß kein Querschnitt der kaustischen Fläche auf die Netzhaut fällt, und wenn die Pupille nicht zu groß ist. Die Theorie dieser Untersuchung ist in den S. 17 deduzierten Formeln (12) enthalten, welche am bequemsten in der Form

$$C_p = \frac{K}{R}(R - A), \qquad C_o = K\frac{A}{R}$$

angewendet werden. Es sei daran erinnert, daß R die in der Eintrittspupille gemessene Refraktion des Auges, A die dortselbst gemessene Konvergenz des Objektstrahlenbündels und K den Vergrößerungskoeffizienten bei der scharfen Abbildung auf der Netzhaut darstellt, wenn ein Strahlenbündel mit der Konvergenz R in das Auge einfällt. Die Formeln ergeben die linearen

Projektionskoeffizienten C_p bzw. C_o für die Projektion der Eintrittspupille auf die Netzhaut mit dem Objekte als Projektionszentrum bzw. für die Projektion des Objektes auf die Netzhaut mit der Pupille als Projektionszentrum, wobei es gleichgültig ist, ob die anatomische Pupille des Auges oder eine beliebige Blende als Pupille funktioniert. Da K stets das Vorzeichen der Hauptpunktrefraktion hat, so ist $\frac{K}{R}$ positiv, wofern das Auge nicht für einen zwischen demselben und der Blende gelegenen Punkt eingestellt ist. Das Vorzeichen von C_p wird dann nur von dem der Differenz $R - A$ bestimmt und ist positiv oder negativ, je nachdem das Objekt hinter oder vor der Netzhaut abgebildet wird. In dem Versuche von Scheiner bestimmt man experimentell dieses Vorzeichen, indem vor das Auge eine Platte gehalten wird, in welche zwei kleine Löcher in so kurzem Abstande voneinander gebohrt sind, daß die Projektion derselben innerhalb des Umfanges der Eintrittspupille gelegen sein kann. Das Kriterium der scharfen Einstellung des Auges für das Objekt ist $C_p = 0$, wobei keine Diplopie vorhanden ist. Wenn aber der Projektionskoeffizient einen endlichen Wert hat, so entstehen bei hinreichend kleinen Löchern und hinreichend großem Abstande derselben voneinander zwei unscharfe Bilder, deren Lage auf der Netzhaut eine gleichseitige oder ungleichseitige ist, und welche somit ungleichseitig bzw. gleichseitig gesehen werden, je nachdem das Vorzeichen des Projektionskoeffizienten positiv oder negativ ist. Dies ergibt sich, indem das eine oder andere Loch verdeckt wird. Ersichtlicherweise würde man mit dieser Methode den Schnittpunkt zweier Strahlen finden können, wenn die Löcher unendlich klein wären, und dieser Schnittpunkt würde der Spitze der kaustischen Fläche um so näher liegen, je kleiner der gegenseitige Abstand der Löcher wäre, wobei allerdings vorausgesetzt werden muß, daß der die Spitze der kaustischen Fläche berührende Strahl den Mittelpunkt zwischen den beiden Löchern träfe. Da nun diese Bedingungen nicht erfüllt werden können, so hat man stets mit Fehlerquellen zu rechnen, welche die Anwendbarkeit der Methode beeinträchtigen. Es mag wohl bei sehr engen Öffnungen, wobei Spalte den Löchern vorzuziehen sind, gestattet sein, den mit der Methode ermittelten Schnittpunkt als den Schnittpunkt zweier Strahlen anzusehen, aber da man nicht weiß, um welche Strahlen es sich handelt, so kann man, wenn die Strahlen sich auf der Netzhaut schneiden, keinen anderen sicheren Schluß daraus ziehen, als daß die kaustische Fläche des Strahlenbündels von der Netzhaut geschnitten wird. Da auf der anderen Seite der gegenseitige Abstand zweier Löcher oder Spalte nie hinreichend klein gemacht werden kann, um praktisch als unendlich klein behandelt werden zu können, so ist die Methode in keiner Variante zur Untersuchung der Konstitution des im Auge gebrochenen Strahlenbündels geeignet. Wird in derselben ein Loch bzw. Spalt vor dem Auge bewegt — der Versuch von Mile —, wobei eine gleichsinnige bzw. gegensinnige Scheinbewegung des Objektes der homonymen bzw. heteronymen Diplopie im Scheinerschen Versuche entspricht, so kann zwar die Exkursion beliebig klein gemacht werden, die Beobachtung wird aber um so unsicherer, da kein feststehender Punkt vorhanden ist, und da ganz unabhängig von der optischen Einstellung des Auges näher gelegene Objekte eine im Verhältnis zu ferner gelegenen

gegensinnige parallaktische Scheinbewegung ausführen müssen. Wenn aber dafür gesorgt wird, daß sämtliche sichtbare Objekte in einer die Visierlinie senkrecht schneidenden Ebene gelegen sind und anstatt des Loches ein Spalt in der zur Längenausdehnung desselben senkrechten Richtung vor dem Auge bewegt wird, so stellt jedenfalls der Versuch von Mile einen recht anwendbaren Indikator für die Einstellung des Auges dar. Eine verwandte Methode ist von Holth[1]) unter dem Namen Kineskopie zur Bestimmung der Refraktion empfohlen worden.

Die durch obenstehende Formel bestimmte Abhängigkeit des Projektionskoeffizienten C_0 von der Lage der Blende kann ohne Schwierigkeit demonstriert werden. Damit derselbe bei einer kleinen Verschiebung der Blende die größte mögliche Änderung erfahre, soll bei reeller Blende entweder A oder R einen hohen negativen Wert haben, während die andere dieser Größen einen möglichst abweichenden Wert hat. Wenn man sich durch Vorsetzen eines Konkavglases von 20 dptr eine hochgradige artefizielle Hypermetropie verschafft und durch ein feines Loch einen im Abstande von einigen Zentimetern gehaltenen Gegenstand beobachtet, so sieht man das verschwommene Bild sich bedeutend vergrößern, wenn das Loch vom Auge entfernt wird. Hierbei nimmt nämlich A schnell numerisch zu, während R numerisch abnimmt. Wenn das Auge emmetropisch ist und der Versuch ohne Glas wiederholt wird, so kann man fortwährend die Zunahme der Vergrößerung beim Vergrößern des Abstandes des Loches vom Auge, obwohl nicht in demselben Grade, doch mit auffallender Deutlichkeit konstatieren. Bei dieser Versuchsanordnung bleibt der Wert von R durch die Bewegung des Loches unbeeinflußt. Macht man sich wieder durch Vorsetzen eines Konvexglases von 20 dptr hochgradig myop, so sieht man bei der Beobachtung ferner Gegenstände mit dem Loche die Vergrößerung beim Entfernen desselben vom Auge abnehmen, indem hierbei R einen numerisch größeren Wert erhält, während A unbeeinflußt bleibt. Man kann diesen Effekt verstärken, wenn man an Stelle des fernen Gegenstandes ein virtuelles, hinter dem Auge gelegenes Bild anwendet, wobei A durch Vergrößern des Abstandes des Loches vom Auge numerisch vermindert wird.

Einen sehr guten Indikator für die optische Einstellung des Auges erhält man durch die Chromasie desselben. Da im optischen System nur sammelnde Flächen vorhanden sind, so erfolgt jede Brechung des Lichtes in der Richtung nach der Achse zu, wozu noch kommt, daß in der Linse die Trajektorien eine nach der Achse zu gebogene Form haben. Die chromatischen Differenzen müssen sich deshalb auf dem ganzen Wege des Lichtes durch das optische System des Auges summieren. In Übereinstimmung damit ergibt sich auch ein beachtenswerter Unterschied bei der Bestimmung der Refraktion des Auges unter Anwendung möglichst monochromatischen Lichtes je nach der Wellenlänge desselben. Als einfachstes Mittel zur Verwertung der Chromasie bietet sich ein Kobaltglas dar, wenn man artefizielle Lichtquellen anwendet. In dem von diesen ausgesandten Lichte ist nämlich das Verhältnis der Intensität der kurzwelligeren zu der der langwelligeren

1) S. Holth. Nouveau procédé pour déterminer la réfraction oculaire. Ann. d'oculistique. CXXXI. 1904. S. 1.

Strahlen ein solches, daß das durch ein Kobaltglas von gesättigter Farbe gehende Licht sich praktisch wie nur aus zwei Farben, rot und blau, in passender Proportion zusammengesetzt, verhält, während im Tageslicht der größere Reichtum an kurzwelligen Strahlen die erwünschte Proportion verrückt. Bringt man in einem Ausschnitt vor einer Lichtflamme oder vor dem Nernstlampenspalte ein solches Glas an, so sieht man die so erhaltene Lichtquelle einfarbig purpurn, wenn das Auge scharf eingestellt ist. Stellt man aber dasselbe durch Anstrengung bzw. Entspannung der Akkommodation oder durch Vorsetzen von entsprechenden Gläsern auf einen näheren bzw. ferneren Punkt ein, so sieht man die Lichtquelle von einem blauen bzw. roten Saum umgeben. Der Durchmesser der Zerstreuungskreise ist allgemein gleich dem Produkte des Durchmessers der Eintrittspupille mit dem oben angewendeten Projektionskoeffizienten C_p. Im reduzierten Auge, welches für diese Berechnung hinreichend genau ist, hat $\frac{K}{R}$ unabhängig von der Wellenlänge des Lichtes den Wert der reduzierten Achsenlänge. Da nun R für rotes Licht einen algebraisch größeren Wert hat als für blaues, so hat immer C_p einen algebraisch größeren Wert für rotes Licht als für blaues, woraus folgt, daß die roten bzw. blauen Zerstreuungskreise die größeren sind, je nachdem C_p positiv oder negativ ist. Der überschüssige Teil der größeren Zerstreuungskreise wird als ein um die Lichtquelle sichtbarer Saum in der betreffenden Farbe gesehen. Da aber das blaue Licht dieser Lichtquelle von einem bedeutend ausgedehnteren Spektralbezirk als das rote stammt, so ist der blaue Saum im allgemeinen bei gleichem numerischem Werte von R — A breiter als der rote und bei höherem Werte dieser Differenz wegen der mit zunehmender Zerstreuung abnehmenden Helligkeit weniger leicht zu sehen. Wie aus dem verschiedenen Werte von C_p für die beiden Farben hervorgeht, macht beim Mileschen Versuche stets das rote Licht eine ausgiebigere, gegensinnige, das blaue eine ausgiebigere gleichsinnige Scheinbewegung, und wenn bei scharfer Einstellung des Auges die Lichtquelle einfarbig purpurn gesehen wird, so gehen die Farben bei diesem Versuche auseinander, indem die blaue die Bewegung des Loches mitmacht, die rote in entgegengesetzter Richtung wandert. Für ersteres Licht hat dabei C_p einen negativen, für letzteres einen positiven Wert, und die Netzhaut liegt zwischen den durch die beiden Lichtarten erzeugten Bildpunkten in solchem Abstande von demselben, daß die Zerstreuungskreise beider Farben annähernd gleiche Größen haben. Bei ausgedehnteren Lichtquellen zeigt sich das Auseinandergehen der Farben im Auftreten eines blauen Saumes auf der einen, eines roten Saumes auf der anderen Seite der Lichtquelle, wenn aber der Nernstlampenspalt angewendet wird und die Verschiebung des Loches in der auf dem Spalte senkrechten Richtung stattfindet, so sieht man eine blaue und eine rote Lichtlinie nebeneinander. Ähnlich wie der Versuch von Mile wirkt die partielle Zudeckung der Pupille durch Vorschieben eines dünnen Kartonblattes von einer Seite her: ist ein roter bzw. blauer Saum vorhanden, so verschwindet derselbe von der entgegengesetzten bzw. von derselben Seite her, und bei maximalem Vorschieben des Blattes sieht man immer im letzten Augenblicke — normales Auge vorausgesetzt — an ausgedehnteren Lichtquellen auf der einen Seite

einen roten, auf der anderen einen blauen Saum, am Nerstlampenspalte aber die beiden farbigen Linien nebeneinander.

Obwohl zur Erklärung der soeben erörterten Erscheinungen nur die Gesetze erster Ordnung zur Anwendung gekommen sind, ist dieselbe dennoch hinreichend genau und hätte mit Rücksicht auf die Aberration eigentlich nur darin modifiziert zu werden, daß die Ursache der größeren Breite des blauen Saumes nicht nur die oben angegebene, sondern zum Teil auch darin zu suchen ist, daß die Aberration innerhalb der optischen Zone einen positiven Wert hat, wodurch die Zerstreuung des Lichtes hinter dem zum Sehen angewendeten Teile der kaustischen Fläche größer wird als vor demselben; sowie darin, daß an Stelle der Zerstreuungskreise tatsächlich die Querschnitte der kaustischen Fläche treten. Dadurch, daß es sich nur um die am äußeren Umfange dieser Querschnitte auftretenden Erscheinungen handelt, wobei die Größe derselben ohne Belang ist, wird es bedingt, daß die Gesetze erster Ordnung zuverlässige Resultate ergeben, und daß die Methode der Chromasie die sicherste Methode zur Beurteilung der scharfen Einstellung des Auges darstellt.

Der geringfügige physiologische Astigmatismus des Auges läßt sich auch unter Anwendung einer runden Lichtquelle mit dieser Methode demonstrieren, indem gewöhnlich bei der schärfsten Einstellung in zwei einander entgegenstehenden Richtungen rote Säume oder in den senkrecht auf diesen Richtungen stehenden blaue Säume oder beide Arten auf einmal gesehen werden, wobei die durch die blauen Säume bestimmte Richtung mit dem am stärksten brechenden Hauptschnitte des optischen Systems zusammenfällt.

Oben wurde bei der Erörterung der Methoden zur Untersuchung weit geöffneter Strahlenbündel (S. 31 ff.) dargelegt, wie durch die Untersuchung der Querschnitte der kaustischen Fläche auf einer Schirmebene die Konstitution des Strahlenbündels auch bei kompliziertem Baue desselben ermittelt werden kann, während sich die anderen Methoden nur für einfachere Fälle eignen. In der Netzhaut besitzt das Auge eine Schirmfläche, von welcher die Form der Querschnitte der Strahlenbündel direkt als Gesichtswahrnehmungen zum Bewußtsein kommt. Wenn nun auch diese Schirmebene nicht auf angegebene Weise verschoben werden kann, so ist es doch eine leichte Sache, das Strahlenbündel sozusagen zu verschieben, indem dasselbe durch Vorsetzen von Gläsern mehr oder weniger konvergent gemacht wird. Da es sich hierbei nur um relativ schwache Gläser handelt, so ist die in denselben entstehende Aberration wegen der geringen Größe der Pupille — auch bei maximaler Erweiterung derselben — ohne merkbaren Einfluß auf die beobachteten Erscheinungen. Die durch einen leuchtenden Punkt erhaltenen Bilder sind zwar mehrfach Gegenstand der Untersuchung gewesen, aber solange die betreffenden mathematischen Gesetze unbekannt blieben, konnte das Wesentliche nicht vom Zufälligen geschieden werden, weshalb auch die Konstitution des im Auge gebrochenen Strahlenbündels unbekannt blieb. Die Ermittelung dieser Konstitution durch methodische Untersuchung der Strahlenbündeldurchschnitte habe ich die **subjektive Stigmatoskopie** ge-

nannt. Bei derselben verschafft man sich das zu untersuchende Strahlenbündel durch Beobachtung eines leuchtenden Punktes bei verschiedener optischer Einstellung des Auges. Da es aber zur Vermeidung von Fehlerquellen wünschenswert ist, daß die Winkelgröße des leuchtenden Punktes bei der Änderung der optischen Einstellung unverändert bleibt, so darf man diese nicht durch Änderung des Abstandes desselben, sondern nur durch die Akkommodation oder durch Vorsetzen von Gläsern bewerkstelligen. Um das im Auge entstehende falsche Licht, besonders den Haarstrahlenkranz, unter der Empfindungsschwelle zu halten, ist es vorzuziehen, keine Lichtquelle mit zu starker spezifischer Intensität zu wählen. Endlich tut man gut, im verdunkelten Zimmer und unter Verdeckung des anderen Auges zu beobachten, damit die Pupille ohne künstliche Erweiterung möglichst groß sei. Mit den gewöhnlichen künstlichen Lichtquellen, Gas- oder Petroleumlicht, elektrischem Glühlicht mit mattierter Birne usw., erhält man einen passenden leuchtenden Punkt unter Anwendung eines Loches von 2 mm Durchmesser in einem vor der Lampe aufgestellten Schirme, wobei die Beobachtung am besten in einem Abstande von 4 m vorgenommen wird, und das neben dem Schirme ausstrahlende Licht möglichst vom Zimmer ferngehalten werden soll. Bei der Anwendung des Nernstlampenspaltes befestigt man am besten unmittelbar vor demselben eine Platte mit einem Loche von $^1/_2$ mm Durchmesser und schwächt man außerdem das Licht mit einem Rauchglase von hinreichend gesättigter Farbe ab, bis der Haarstrahlenkranz nicht mehr gesehen wird. Zu den Beobachtungen mit einem Kobaltglas ist diese Lichtquelle ohne Rauchglas die beste.

Stellt man sein Auge unter Anwendung der Akkomodation oder durch Vorsetzen eines passenden Glases möglichst scharf für den leuchtenden Punkt ein, so sieht man dennoch bei nicht zu kleiner Pupille strahlenähnliche Gebilde von demselben ausgehen. Ist das Auge frei von abnormer Asymmetrie und ein etwa vorhandener Astigmatismus korrigiert, so scheinen dieselben nach allen Richtungen auszustrahlen. Durch partielle Zudeckung der Pupille mit einem vorgeschobenen Kartonblatte und durch Beobachtung mit dem Kobaltglas überzeugt man sich, daß die Strahlengebilde durch Lichtstrahlen entstehen, welche den zentralen Strahl geschnitten haben, bevor das Licht die Netzhaut erreicht, indem dieselben dabei von derselben Seite her verschwinden bzw. eine blaue Farbe zeigen. In den bestgebauten Augen ist die Figur achtstrahlig und hat die Grundform eines vertikal gestellten Kreuzes mit diagonalen Strahlen, von welchen jedoch der eine oder andere gespalten sein kann. Verschafft man sich aber unter Entspannung der Akkommodation durch ein passendes Glas eine Hypermetropie von $1^1/_2$ bis 2 dptr, so sieht man ein dunkleres Zentrum, das von einer helleren zackigen Linie umgeben ist. Die Zacken dieser Linie, welche bei größerer Pupille in Strahlenform verlängert erscheinen, verschwinden auf der entgegengesetzten Seite, wenn die Pupille von einer Seite her zugedeckt wird, und zeigen mit dem Kobaltglas eine rote Farbe, werden also von Lichtstrahlen erzeugt, die den zentralen Strahl nicht vor Erreichung der Netzhaut geschnitten haben. Diese Strahlengebilde sind zahlreicher als die in der gewöhnlichen Sternfigur sichtbaren, und die Orientierung derselben stimmt nicht mit der der letzteren überein, sondern man kann im Gegenteil mit Sicherheit konstatieren, daß in den-

jenigen Richtungen, in welchen deutliche Strahlen der gewöhnlichen Strahlenfigur wahrgenommen werden, keine Strahlen bei dieser optischen Einstellung gesehen werden. Bei künstlich erweiterter Pupille kann man auch eine Einstellung finden, bei welcher beide Arten von Strahlengebilden gleichzeitig gesehen werden und das Alternieren derselben konstatiert werden kann. Durch diese Untersuchung wird es bewiesen, daß das im Auge gebrochene Strahlenbündel von demselben Typus ist wie das diagonalastigmatische, obwohl mit einer größeren Anzahl von Maximis und Minimis der Aberration in den den zentralen Strahl enthaltenden Normalschnitten der Wellenfläche. Dieselbe hat auch schon durch das Vorhandensein des dunkleren Zentrums in dem bei hypermetropischer Einstellung gesehenen Bilde das Resultat erbracht, daß die Aberration längs dem zentralen Strahle positiv ist.

Zur näheren Untersuchung der Aberration geht man am besten von einer Einstellung aus, bei welcher das bewaffnete Auge eine Myopie von 4 dptr hat, indem die Refraktion durch Wechseln der Gläser von halber zu halber Dioptrie bei entspannter Akkommodation immer mehr erhöht wird. Man sieht dann zunächst einen hellen Zerstreuungskreis, welcher zwar von helleren Punkten gestichelt erscheinen kann, aber keine deutlich helleren Teile von dunkleren abgrenzen läßt. Die beim Hinausrücken des Fernpunktes eintretende Veränderung zeigt sich dann zunächst darin, daß in der Mitte ein mehr oder weniger regelmäßiger heller Punkt auftritt, um welchen dann die Strahlengebilde sichtbar werden, um schließlich der oben beschriebenen zackigen Linie Platz zu machen. Jener Punkt ist die Spitze, die zackige Linie ein Querschnitt der kaustischen Fläche. In Strahlenbündeln, in welchen die Aberration, wie im Auge, in verschiedenen, den zentralen Strahl enthaltenden Normalschnitten der Wellenfläche verschiedene Werte hat, kann sich ein Querschnitt der kaustischen Fläche nie als regelmäßiger Kreis zeigen, sondern muß entweder eine zackige Form haben oder in mehrere Teile zerklüftet sein. Macht man die Untersuchung bei künstlich erweiterter Pupille, so sieht man bei der Zunahme der Hypermetropie des bewaffneten Auges den Querschnitt der kaustischen Fläche verschwinden ohne die Grenzlinie des Strahlenbündelquerschnittes erreicht zu haben. Es ist hierdurch bewiesen, daß ein Normalschnitt der kaustischen Fläche die in der Fig. 5 S. 29 dargestellte Form hat und daß eine Linie $R = O$ in der Pupille vorhanden ist. In Übereinstimmung hiermit findet man auch bei künstlich erweiterter Pupille den Strahlenbündelquerschnitt, an welchem die Spitze der kaustischen Fläche gesehen wird, durch eine helle zackige Linie begrenzt, die Schnittlinie des umgebogenen Teiles der kaustischen Fläche.

Den Durchmesser der Linie $R = O$ in der Pupille, welche die optische Zone derselben umschließt, erhält man bei derjenigen Einstellung, bei welcher mit zunehmender Hypermetropie des bewaffneten Auges die Schnittlinie der kaustischen Fläche zum letztenmal gesehen wird, wenn man das kleinste vor das Auge gehaltene Diaphragma bestimmt, mit welchem noch die Schnittlinie gesehen werden kann. Mit diesem Durchmesser und dem Refraktionsunterschiede dieser Einstellung und derjenigen, bei welcher die Spitze der kaustischen Fläche gesehen wird, kann die Aberration innerhalb der optischen Zone berechnet werden. Der Refraktionsunterschied ergibt nämlich den Abstand $s - s_0$ der Kante der kaustischen Fläche von der

Spitze derselben und der Neigungswinkel w ist gleich dem durch die hintere Brennweite des Auges dividierten Krümmungshalbmesser der optischen Zone, wenn man die Abstände des Diaphragmas und der Pupille vom ersten Hauptpunkt des Auges vernachlässigt. Auf diese Weise ergibt sich die Formel

$$A = \frac{8 f^4 D}{1000 n d^2}$$

in welcher f die hintere Brennweite des Auges, n den Brechungsindex des Glaskörpers, d den Durchmesser der optischen Zone und D den in Dioptrien gemessenen Refraktionsunterschied darstellt, während sonst der Millimeter die Längeneinheit ist. Bei der Anwendung dieses Wertes ist es aber zu beachten, daß derselbe durch eine Serienentwicklung erhalten ist, bei welcher nur das erste Glied mitgenommen wird, und daß das Vorhandensein einer Kante auf der kaustischen Fläche beweist, daß Glieder höherer Ordnung mit negativem Werte in der vollständigen Serie enthalten sind, woraus wiederum folgt, daß die obenstehende Formel einen zu niedrigen Wert ergibt.

Wird bei der subjektiven Stigmatoskopie der Refraktionsunterschied gemessen zwischen der Einstellung, bei welcher die Spitze der kaustischen Fläche gesehen wird, und derjenigen, bei welcher das Auge seine maximale Sehschärfe erhält, so ergibt sich durch denselben die Hypermetropie, welche längs dem zentralen Strahle in einem für unendliche Ferne eingestellten Auge vorhanden ist. Daß diese bei erweiterter Pupille einen größeren Wert hat als bei Mittelgröße derselben, ersieht man schon daraus, daß bei möglichst scharfer Einstellung bei künstlich erweiterter Pupille die um den leuchtenden Punkt sichtbaren Strahlengebilde durch Lichtstrahlen entstehen, welche den zentralen Strahl vor Erreichung der Netzhaut nicht geschnitten haben, sondern bei partieller Zudeckung der Pupille von der entgegengesetzten Seite her verschwinden und mit dem Kobaltglase rot leuchten. Hieraus geht nämlich hervor, daß bei erweiterter Pupille ein mehr nach vorn liegender Querschnitt der kaustischen Fläche bei der besten Einstellung des Auges auf die Netzhaut fällt.

Auf der anderen Seite kann man sich durch einen einfachen Versuch überzeugen, daß auch während der kräftigsten Akkommodation die Aberration innerhalb der optischen Zone positiv bleibt. Wenn man nämlich durch Vorsetzen von Gläsern den Nahepunkt des Auges in den Abstand des leuchtenden Punktes verlegt, so daß man gerade mit der kräftigsten Anstrengung der Akkommodation denselben scharf sehen kann, so findet man, daß bei der Akkommodation immer zunächst die Schnittlinie der kaustischen Fläche gesehen wird, woraus folgt, daß dieselbe stets vor dem zum deutlichen Sehen angewendeten Querschnitt des Strahlenbündels liegt.

Voraussetzung der oben beschriebenen Methode zur Messung der Aberration ist, daß der Untersuchende es versteht, seine Akkommodation bei den verschiedenen Einstellungen gehörig zu entspannen. Wenn dies nicht der Fall ist, so kann dennoch die Aberration unter Anwendung des künstlichen Astigmatismus mit der subjektiven Stigmatoskopie gemessen werden. Setzt man seinem Auge ein starkes Zylinderglas, 5 dptr oder mehr, vor, so sieht man, während die Einstellung unter Anwendung von sphärischen Gläsern

oder durch die Akkommodation sukzessive geändert wird, die Schnittlinien beider Schalen der kaustischen Fläche in zwei aufeinanderfolgenden Serien. Wenn man aber dann die Stärke des Zylinderglases von halber zu halber Dioptrie vermindert und jedesmal die ganze Schnittserie der kaustischen Fläche untersucht, so kommt man bald zu einem Werte des Zylinderglases, gewöhnlich 4 dptr, bei welchem die Serie der einen Schale auf demselben Querschnitt anfängt, wo die der anderen aufhört. Dieser Wert ist dann der gesuchte, in die obenstehende Formel einzuführende Refraktionsunterschied. Wird wiederum ein um die Hälfte kleinerer Wert des Zylinderglases angewendet, so findet man die Schnittserie der Fig. 8 S. 35 wieder, obwohl die Erscheinungen wegen der multiplen Kantenbildungen an der kaustischen Fläche und dem daraus resultierenden zerklüfteten Aussehen der Querschnitte derselben weniger leicht zu beobachten sind. Das dort erwähnte pfeilspitzenähnliche Aussehen an zwei einander gegenüberliegenden Punkten ist aber ohne Schwierigkeit zu konstatieren.

Die subjektive Stigmatoskopie erlaubt auch die Messung der normalen Asymmetrie. Es empfiehlt sich, in der Nomenklatur vom zentralen Strahl auszugehen, also, wenn derselbe nicht durch das anatomische Zentrum der Pupille geht, von einer Dezentration der letzteren zu sprechen. Zunächst kann man an dem die Spitze der kaustischen Fläche enthaltenden Querschnitt konstatieren, ob — nach sorgfältiger Korrektion eines etwa vorhandenen Astigmatismus — der der Spitze entsprechende helle Fleck im Zentrum der Strahlenfigur gesehen wird oder nicht, und ob sich dieses Verhalten bei der Änderung der Pupillengröße unverändert hält oder nicht. Durch Schätzen der Asymmetrie erhält man einen Wert, aus welchem die Dezentration des anatomischen Zentrums der Pupille in bezug auf das optische Zentrum derselben, den Schnittpunkt mit dem zentralen Strahle, berechnet werden kann. Ebenso läßt sich eine Dezentration der optischen Zone aus dem verschiedenen Verhalten der kaustischen Fläche in verschiedenen Richtungen berechnen. Für die Details dieser Methoden ebenso wie für die Untersuchung höherer Grade von Asymmetrie oder Dezentration verweise ich auf meine bezüglichen Arbeiten [1]).

Bei den beschriebenen Versuchen macht man bald die Erfahrung, daß unter Anwendung kräftigeren Lichtes die verschiedenen Teile der kaustischen Fläche mehr ineinander fließen, bei sehr kleinem leuchtenden Punkte und schwächerem Lichte aber manchmal gewisse Teile unsichtbar werden. So kann besonders die zackige helle Linie, welche den Durchschnitt der kaustischen Fläche darstellt, unter der letzterwähnten Versuchsbedingung in verschiedene getrennte helle Punkte zerfallen, was übrigens auch mit dem bei größerer Pupille an demselben optischen Querschnitte wie die Spitze der kaustischen Fläche gesehenen umgebogenen Teile derselben der Fall sein kann. Die auf diese Weise entstehende mehrfache Abbildung kann am einfachsten durch die Beobachtung des an einem Stecknadelkopfe entstehenden Lichtreflexes konstatiert werden, wenn die Nadel dem beobachtenden Auge hinreichend genähert bzw. bei der Beobachtung die Akkommodation passend entspannt wird. Auf dieselbe Weise gelingt es den meisten Augen, eine feine schwarze Linie auf weißem Papier in passendem Abstande deutlich verdoppelt zu sehen.

1) a. a. O. Allgemeine Theorie usw. S. 189 ff. — Die Konstitution usw. S. 230 ff.

Wie schon erläutert worden ist, läßt sich in einfacheren Fällen das Vorzeichen der Aberration durch die optische Projektion im Strahlenbündel bestimmen, wobei aber die Objektlinien und die Schirmebene auf einer und derselben Seite des brechenden Apparates gelegen sein müssen. Ohne dies zu beachten, hat Tscherning die Aberration mit einem Aberroskop[1]) beobachten wollen, welches aus einem quadratischen, auf der ebenen Fläche einer plankonvexen Linse eingeritzten, möglichst undurchsichtigen Liniennetze besteht und in einem Abstande von 10 bis 20 cm vor dem Auge in der Richtung nach einem leuchtenden Punkte gehalten wird. In dem durch die artefizielle Myopie bedingten Zerstreuungskreis des leuchtenden Punktes sieht man die Schatten der undurchsichtigen Linien. Nach der Meinung von Tscherning sollte eine nach dem Zentrum zu konvexe bzw. konkave Krümmung eine positive bzw. negative Aberration des im Auge gebrochenen Strahlenbündels beweisen. Das Projektionsphänomen beruht aber, wie ich bewiesen habe, nur zum Teil auf der Aberration, zum Teil aber auf einer anderen Größe, welche im lebenden Auge nicht berechnet werden kann, und die Aberration, auf welcher die Krümmung der sichtbaren Linien beruht, ist nicht diejenige, welche das zum Sehen angewendete Strahlenbündel charakterisiert, sondern die, mit welcher das beim Versuche in das Auge fallende Strahlenbündel nach der Brechung behaftet ist, was von um so größerer Bedeutung ist, als die Aberration allgemein mit der Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels wechselt.

Auf folgende Weise habe ich es allgemein verständlich gemacht, daß die Ansicht Tschernings über die Bedeutung der mit dem Aberroskop beobachteten Erscheinungen mathematisch unmöglich ist. Wenn man sich an das reduzierte Auge hält und das durch die Linse des Aberroskopes gebrochene Strahlenbündel als aberrationsfrei ansieht, so bilden die Schatten auf der brechenden Fläche einfach gekrümmte Linien, welche in Ebenen liegen, die sich in dem durch die Konvexlinse entworfenen Bilde des leuchtenden Punktes schneiden. Damit aber die Schattenlinien auf der Netzhaut gerade wären, müßten sich diese Ebenen, sobald keine Aberration vorliegt, in dem im Auge entworfenen Bilde des leuchtenden Punktes schneiden, was unmöglich ist, wenn nicht der Bildpunkt nach der Brechung in der Aberroskoplinse mit dem Krümmungsmittelpunkte der brechenden Fläche des reduzierten Auges zusammenfällt.

Von den zwei Gliedern, welche zusammen den Distorsionswert geben, dessen Vorzeichen durch die aberroskopische Untersuchung erhalten wird, wechselt das von der Aberration abhängige sein Vorzeichen, wenn das Bild des leuchtenden Punktes hinter die Netzhaut verlegt wird, das andere aber nicht, weshalb das Vorzeichen der Aberration des im Auge gebrochenen Strahlenbündels durch die Untersuchung mit dem Aberroskop gefunden werden kann, sobald die Krümmung der Schattenlinien das Vorzeichen wechselt, je nachdem das Bild des leuchtenden Punktes vor oder hinter die Netzhaut fällt. Dies ist nun in der Tat in normalen Augen die Regel, so daß man auf diese, nicht aber auf die von Tscherning angegebene Weise die normale positive Aberration des Auges konstatieren kann. Dagegen ist

1) Optique physiologique. Paris 1898, und an anderen Stellen.

das Aberroskop in keiner Weise hinreichend empfindlich, um die tatsächliche komplizierte Form der kaustischen Fläche hervortreten zu lassen, indem überhaupt kein Schluß aus der Krümmung der in den peripheren Teilen des Zerstreuungskreises sichtbaren Schattenlinien gezogen werden kann. Zur Diagnose der abnormen Asymmetrie dürfte es überhaupt geeignet sein, da es das Vorzeichen der transversalen Asymmetrie angibt, sobald das Vorzeichen der Krümmung der zentralen Schattenlinie unverändert dasselbe bleibt, wenn das Bild des leuchtenden Punktes vor oder hinter die Netzhaut fällt.

Die von Tscherning behauptete Änderung des Vorzeichens der Aberration während der Akkommodation ist durch Untersuchungen mit dem Aberroskope bisher nicht bewiesen worden. Zwar kann man, wie ich selbst konstatiert habe, beobachten, daß die Krümmung der Schattenlinien während der Akkommodation abnimmt. Eine solche Veränderung muß aber teils durch die Verschiebung des vor der Netzhaut liegenden Bildes des leuchtenden Punktes eintreten, und kann teils auch durch die Veränderung der nicht vom Aberrationswerte abhängigen Komponente des Distorsionswertes zustande kommen. Dazu, daß eine Veränderung der Aberration während der Akkommodation konstatiert werde, ist es unumgänglich nötig, daß man zuerst bei emmetropischer Refraktion, die nötigenfalls durch Vorsetzen des passenden Glases zu erzielen ist, auf oben angegebene Weise die positive Aberration konstatiere, dann bei Vorsetzen von immer stärkeren Konkavgläsern bzw. bei entsprechender Änderung der früheren Korrektion akkommodieren lasse, wobei das Aberroskop unmittelbar vor das Korrektionsglas gehalten werden soll. Erst wenn bei der Akkommodation mit dieser Versuchsanordnung sukzessive zuerst nach dem Zentrum zu konvexe Schattenlinien, dann der Lichtpunkt und schließlich entgegengesetzt gekrümmte Schattenlinien sichtbar würden — alles mit einer und derselben Korrektion und ohne Änderung des Abstandes des Aberroskopes vom Auge — erst dann wäre durch die Untersuchung mit dem Aberroskope bewiesen, daß die normale positive Aberration während der Akkommodation negativ wird.

Bei der optischen Abbildung im Auge spielt die geometrische Strahlenvereinigung wegen der Größe des Öffnungsverhältnisses eine dominierende Rolle im Verhältnis zur Diffraktion am Rande der Pupille. Wenn aber diese unter dem Einflusse einer kräftigen Akkommodationsanstrengung oder durch künstliche Mittel sehr klein wird, läßt sich der Einfluß der Diffraktion ohne Schwierigkeit demonstrieren, indem man bei hochgradiger künstlicher Ametropie den von einem kleinem leuchtenden Punkt herrührenden Zerstreuungskreis beobachtet. Man sieht dann eine Lichtkonzentration am Rande, wodurch der Eindruck eines helleren Ringes entsteht, welcher, wenn die Pupille hinreichend eng ist, nach innen gewöhnlich von einem dunklen Saume begrenzt erscheint. Daß es sich hierbei um eine Diffraktionserscheinung, nicht um die Aberration handelt, geht teils aus der regelmäßigen Ringform hervor, da die kaustische Fläche ein zackiges oder zerklüftetes Aussehen darbieten muß, wird aber teils auch daraus bewiesen, daß die Erscheinung dieselbe ist, ob das bewaffnete Auge eine hochgradige Myopie oder Hypermetropie aufweist. Sehr deutlich tritt das Phänomen zutage, wenn man die kleine Pupille durch ein Loch von höchstens 2, am

besten 1 mm Durchmesser in einer vor das Auge gehaltenen Platte ersetzt. Man sieht dann oft das dunklere Zentrum sich in konzentrische, von dunklen Zwischenräumen getrennte, relativ helle Kreise auflösen.

2. Methoden zur Beobachtung des im Auge entstehenden falschen Lichtes.

Das auf der Netzhaut gelegene optische Bild ist nicht wie auf einen dunklen Schirm entworfen, sondern stets von einem Schleier verhüllt, und oft auch in der Umgebung von anderen Lichterscheinungen begleitet. Von dem auf die eine oder andere Weise einwirkenden falschen Lichte soll hier nur das für die Dioptrik Wichtige berücksichtigt werden. Das übrige falsche Licht dringt teils durch die Sklera ein und entsteht teils durch diffuse Reflexion und Fluoreszenz der inneren Teile des Auges, vornehmlich der Linse und des Augenhintergrundes. Dasselbe ist zwar von hervorragender Bedeutung für die Farbenempfindung, gehört aber nur insofern in das Gebiet der Dioptrik, als es eben durch das Vorhandensein noch einen Beweis dafür erbringt, daß beim Sehen die absoluten Intensitäten am optischen Bilde von untergeordneter, die relativen aber von wesentlicher Bedeutung sind.

In optischen Instrumenten, welche, wie das Auge, zur Abbildung reeller Objekte auf einer Schirmfläche dienen, entsteht bisweilen ein hellerer Fleck im Zentrum des Bildfeldes, der sogenannte Lichtfleck, indem Licht nach einer geraden Anzahl Reflexionen an den brechenden Flächen des optischen Systems den mittleren Teil der Schirmfläche trifft. Auch im Auge ist dies der Fall, wobei sogar ein nach zweimaliger Reflexion, zunächst in der hinteren Linsenfläche und dann in der vorderen Hornhautfläche entstandenes optisches Bild auf die Netzhaut fallen kann. Setzt man in die oben S. 19 angegebenen Formeln die dem exakten schematischen Auge entnommenen Werte ein, so ergibt sich, wenn der Millimeter die Einheit ist:

$$D_{15} = -0{,}09023 \quad H_{15} = -23{,}665 \quad H'_{15} = 25{,}984$$

Der Ort des ersten bzw. zweiten Hauptpunktes ist $H + H_{13} + H_{15}$ bzw. $n' (H' + H'_{15}) + 7{,}2$. Das gesamte katadioptrische System hat somit eine negative Brechkraft von rund 90 dptr, und der erste bzw. zweite Hauptpunkt desselben ist rund 16,8 mm vor der vorderen Hornhautfläche bzw. 36,3 mm hinter derselben gelegen. Der der Netzhaut in diesem System konjugierte Punkt liegt, wie sich aus der Anwendung dieser Daten in der allgemeinen Abbildungsgleichung ergibt, rund 71 mm vor der vorderen Hornhautfläche. Ein hier gelegenes Objekt gibt somit zu einem aufrechten Bilde auf der Netzhaut Anlaß, welches sich, wenn das Objekt bei ruhig gehaltenem Auge seitlich verschoben wird, auf der Netzhaut in derselben Richtung bewegen muß. Vom Auge wird demnach das Bild umgekehrt gesehen, und die scheinbare Verschiebung desselben ist der des Objektes entgegengesetzt. Dieses Bild wurde im lebenden Auge von Becker[1]) gesehen und richtig erklärt, dann wieder vergessen und von Tscherning[2]) ins Leben gerufen,

1) O. Becker, Über Wahrnehmung eines Reflexbildes im eigenen Auge. Wiener Med. Wochenschrift. 1860. S. 670 und 684.

2) a. a. O.

wonach sich unter anderen Gertz[1]) damit eingehend beschäftigt hat. Letzterer hat den Einfluß der dreimal als Blende auftretenden Pupille des Auges in dem katadioptrischen System untersucht. Für einen auf der Netzhaut gelegenen Punkt ist im allgemeinen die Austrittspupille des Auges auch die Austrittspupille des katadioptrischen Systems, woraus folgt, daß die Eintrittspupillen nicht identisch sind. Diejenige des katadioptrischen Systems liegt aber in der Nähe der des Auges (rund $^1/_2$ mm hinter derselben) und hat einen Durchmesser, welcher rund $^3/_4$ des Durchmessers der letzteren beträgt. Es braucht aber nur geringe Asymmetrien der brechenden Flächen oder Dezentrationen, um den Strahlenraum einzuschränken bzw. zu vernichten, indem die Eintrittspupille des katadioptrischen Systems dadurch in der Eintrittspupille des Auges, welche im katadioptrischen System eine Luke darstellt, verschoben wird. Da nun solche Asymmetrien schon im typisch normalen Auge vorhanden sind, so ist es einerseits erklärlich, daß das vom katadioptrischen System erzeugte Bild nicht in allen Augen wahrgenommen werden kann, und folgt daraus anderseits, daß aus der optischen Einstellung des katadioptrischen Systems keine genauen Schlüsse auf die des Auges gezogen werden können oder umgekehrt. Wäre das Auge ein zentriertes Umdrehungssystem, so würde man zwar erwarten können, daß, wenn das exakte schematische Auge richtig ist, in der Mehrzahl emmetropischer akkommodationsloser Augen der oben gefundene Objektabstand von 71 mm der beste zur Beobachtung des Bildes wäre. Da nun aber dies nicht der Fall ist, sondern die schiefe Inzidenz des Lichtes beim dreifachen Durchgange durch das optische System des Auges bedeutende Abweichungen verursachen kann, so darf man nur erwarten, daß bei endlichem Objektabstande das katadioptrische Bild sichtbar gemacht werden kann.

Um dasselbe mit dem einfachsten Mittel beobachten zu können, nähert man im dunklen Zimmer bei ruhiger Stellung des Auges eine Kerzenflamme der Gesichtslinie von der Temporalseite her, wobei es als ein schwacher, sich in entgegengesetzter Richtung bewegender Lichtfleck zeigt. Mir selbst gelang dieser Versuch stets bis vor einigen Jahren. Dann konnte ich bald den Lichtfleck sehen, bald nicht, während es mir jetzt gar nicht gelingt, denselben mit diesem Versuche beobachten zu können. Mit dem Spalte meines elektrischen Handaugenspiegels sehe ich ihn aber wieder, wahrscheinlich wegen der höheren spezifischen Lichtstärke. Tscherning empfiehlt, die Lichtquelle unterhalb der Gesichtslinie vorbeizuführen. In der Versuchsanordnung von Gertz wird das Bild einer Blende in der Eintrittspupille des Auges erzeugt, wodurch diese bis zur Größe der Eintrittspupille des katadioptrischen Systems abgeblendet werden soll. Auf diese Weise wird die Intensität des direkt gesehenen Bildes ohne Schwächung der des katadioptrischen herabgesetzt, was die Beobachtung erleichtern muß.

Im Auge kann unter physiologischen Verhältnissen ein ringförmiges Beugungsspektrum auf zweierlei Weise entstehen, nämlich einesteils durch Diffraktion des Lichtes an multiplen kleinen rundlichen Gebilden, anderenteils an einem strahlenförmigen Gitter. Erstere kommen bei Sekret-

1) H. Gertz, Über das sekundäre katadioptrische Bild des Auges. Skand. Arch. f. Physiol. XXII. 1909. S. 299.

auflagerung auf der Hornhaut und bei unregelmäßiger Eintrocknung der Oberfläche derselben vor, wobei die Epithelzellen die Formelemente darstellen; letzteres ist in dem physiologischen Aufbaue der Linse vorhanden. Die farbigen Ringe erster Art verschwinden, wenn eine Karte von einer Seite her vor die Pupille geschoben wird, allmählich und überall gleichzeitig, indem jedes der verursachenden Gebilde ein ringförmiges Spektrum erzeugt, und die Lichtstärke des durch Superposition der einzelnen Spektren entstehenden farbigen Ringes der Anzahl wirksamer Elemente proportional ist. Viele Menschen sehen habituell, besonders beim Erwachen aus dem Schlafe, einen solchen Ring das um eine helle Lichtquelle sichtbare diffuse Licht nach außen abgrenzen.

Deutlicher sind die Farben in dem in der Linse entstehenden Ringe, welcher auch größer ist. Die meisten Menschen sehen denselben im dunklen Zimmer bei dilatierter Pupille mit einem Winkeldurchmesser von 6 bis 7^0 kleine helle Lichtquellen gegen dunklen Hintergrund umgeben. Der Ring enthält die Farben des Spektrums, wobei rot nach außen liegt, und der angegebene Durchmesser dem Gelb entspricht. Bei künstlichen Lichtquellen, welche wenig kurzwelliges Licht enthalten, sieht man das Spektrum gewöhnlich nur bis blaugrün recht deutlich. Hält man vor das Auge ein kleines Loch, so verschwindet der Ring vollständig, sobald dieses auf der Pupille zentriert ist. Verschiebt man es aber in radiärer Richtung, so treten in dem Augenblicke, wo es den Rand der erweiterten Pupille erreicht, zwei kleine Spektra auf, deren Verbindungslinie durch die Flamme geht und senkrecht auf der Verschiebungsrichtung steht. Auf diese Weise kann man nach Belieben zwei diametral einander gegenüberliegende Teile des Kreises hervortreten lassen. Hierdurch wird bewiesen, daß es sich um ein radiäres, nur in der Nähe des Pupillenrandes wirkendes Gitter handelt, wie es nur im Linsenkortex vorhanden ist. Dieser Beweis kann auch durch partielle Zudeckung der Pupille mit einer vorgeschobenen Karte oder dergleichen geliefert werden. Wird die Karte von der Temporalseite her mit vertikaler Kante vorgeschoben, bis nur ein kleines Segment der Pupille am nasalen Rande frei bleibt, so sieht man den oberen und unteren Teil des Ringes, während die beiden Seitenteile verschwunden sind. Von dem in der Linse enthaltenen Gitter ist dann nur ein Teil unbedeckt, welcher horizontale Fasern enthält, nebst solchen, deren Verlaufsrichtung wenig von der horizontalen abweicht, weshalb nur diejenigen Teile des Ringes sichtbar sein können, in welchen die Tangente zu der Verlaufsrichtung unbedeckter Fasern parallel ist. Manche Menschen haben bei der Erschlaffung der Akkommodation oder in Aufregungszuständen hinreichend große Pupillen, um den Ring unmittelbar zu sehen. Anderen gelingt nur der Versuch mit dem Loche ohne künstliche Erweiterung der Pupille, wenn das andere Auge zugedeckt ist; bei anderen ist wiederum ohne Mydriaticum überhaupt nichts vom Farbenring zu sehen. Schon von Beer[1]) und Donders[2]) beschrieben, wurde der

1) Beer, Über den Hof um Kerzenflammen. Poggendorffs Ann. Bd. 84. S. 518. 1851; Bd. 88. S. 595. 1853.

2) Nach der Angabe von J. H. A. Haffmans, Beiträge zur Kenntnis des Glaukoms. Arch. f. Ophth. VIII. 2. S. 124. 1862.

Ring dann wieder von Druault[1]) und Salomonsohn[2]) näher untersucht.

Wie das in der Umgebung intensiver Lichtquellen sichtbare Licht wenigstens zum Teil entsteht, ist aus dem Haarstrahlenkranz ersichtlich, welcher um intensive Lichtquellen mit hinreichend kleiner Winkelgröße in einer Winkelausdehnung von mehreren Graden gesehen wird. Wie schon oben angedeutet wurde, ist die spezifische Intensität des Nernstlichtes hinreichend, und man kann in der Tat die Erscheinung auf bequemste Weise unter Anwendung eines unmittelbar vor dem Spalte befestigten Loches von $^1/_2$ mm Durchmesser beobachten. Der Haarstrahlenkranz besteht aus unzähligen, äußerst feinen, manchmal bunt gefärbten Strahlen, in welchen meistens eine lebhafte Bewegung vor sich geht. Hält man vor das Auge ein Loch, dessen Durchmesser kleiner ist als der der Pupille, so sieht man ein ähnliches Phänomen, kann aber bei richtiger Zentrierung des Loches konstatieren, daß die Strahlen nicht dieselben sind. Da die Bewegung auch bei diesem Versuche gesehen wird, so muß dieselbe von der Bewegung der Tränenflüssigkeit auf der Hornhaut oder von der physiologischen Bewegung des Kammerwassers herrühren. Wird das Loch gedreht, so macht der Haarstrahlenkranz die Drehung mit, ein Beweis für die Entstehung desselben an der Lochkante bzw. bei der direkten Beobachtung, am Pupillenrande. Schiebt man anstatt des Loches eine Karte oder irgendeinen dünnen Schirm mit gerader Kante vor die Pupille, so sieht man schmale, scharf gezeichnete lange Strahlen senkrecht zur Kante in beiden Richtungen vom leuchtenden Punkte ausgehen. Diese können nicht auf andere Weise als durch Brechung und Spiegelung an der Kante selbst entstehen, wobei diese auf dieselbe Weise astigmatisch wirken muß, wie wenn man durch ein dünnes Glasstäbchen eine Lichtquelle betrachtet. Auf ähnliche Weise muß der Haarstrahlenkranz an den Unebenheiten des Pupillenrandes entstehen, indem noch dazu der Einfluß einer wirklichen Diffraktion durch die bunte Farbe angedeutet wird. Die meisten Menschen finden im Haarstrahlenkranze gewisse helle Linien oder Büschel, welche stets, wenn die Beobachtung unter gleichen Versuchsbedingungen ausgeführt wird, auf dieselbe Weise gesehen werden, und welche bei Neigung des Kopfes die Bewegung mitmachen. Wird aber die Neigung schnell ausgeführt, so kommt die entsprechende Bewegung des Haarstrahlenkranzes deutlich in weniger schnellem Tempo nach, um nicht selten zunächst etwas zu weit zu gehen und dann in eine rücksinnige Drehung zur habituellen Lage überzugehen. Da die Regenbogenhaut kein straffes Gewebe ist, so ist es von vornherein zu erwarten, daß die bei plötzlicher Neigung des Kopfes mit physikalischer Notwendigkeit entstehende Strömung im Kammerwasser auf die Fältelung des Pupillenrandes einwirken muß. Die entoptische Beobachtung, welche dies bestätigt, bietet gar keine Schwierigkeiten, wie ich mich an verschiedenen Beobachtern überzeugt habe.

Auf dieselbe Weise wie der Haarstrahlenkranz am Pupillenrande entstehen beim Vorschieben eines Augenlides vor die Pupille die bekannten

1) A. Druault, Sur la production des anneaux colorés autour des flammes. Arch. d'ophth. 18. p. 312. 1898.

2) H. Salomonsohn, Über Lichtbeugung an Hornhaut und Linse. Arch. f. Physiol. Jahrg. 1898. S. 187.

langen, von einer hellen Lichtquelle scheinbar ausgehenden Strahlen, indem das Licht in der den im Durchschnitt dreieckigen Raum zwischen Lidsaum und Hornhaut ausfüllenden Flüssigkeitsschicht gebrochen wird. Wegen des im Verhältnis zu dem Brechungsindex fester Körper niedrigen Brechungsindex des Wassers und wegen der Form der Flüssigkeitsschicht kommt keine Reflexion zustande, so daß man nicht wie beim Vorschieben einer Karte Strahlen nach beiden Richtungen ausgehen sieht, sondern beim Vorschieben des unteren Lides nur nach oben und umgekehrt.

3. Methoden zur Beobachtung entoptischer Objekte.

Wenn in den Medien des Auges Körperchen mit abweichendem Brechungsindex eingeschlossen sind, so wirken dieselben durch Brechung des Lichtes unter Umständen wie undurchsichtige schattenwerfende Körper. Diese Wirkung, welche man am einfachsten durch den Schatten eines Glasstabes oder durch die Erscheinung der Luftbläschen in mikroskopischen Präparaten illustrieren kann, muß um so deutlicher hervortreten, je schärfer die Oberflächenkrümmung der Körperchen ist, und je mehr der Brechungsindex derselben von dem des umgebenden Mediums abweicht. Bei vollkommen undurchsichtigen Körperchen müßte man unter Anwendung einer hinreichend kleinen Lichtquelle die Erscheinungen des Schattens auf gewöhnliche Weise beobachten können. Da nun aber solche Körperchen nicht im normalen Auge vorkommen, sondern Licht immer durchgelassen wird, so ist es ersichtlich, daß man im allgemeinen nicht erwarten darf, den Halbschatten sichtbar machen zu können, sondern daß sich die beobachtbaren Erscheinungen wesentlich im Gebiete des Vollschattens zeigen werden. Es würde deshalb hier unnötig weit führen, die Untersuchung auf den Halbschatten auszudehnen, während auf der anderen Seite eine exakte Untersuchung des Vollschattens, den die Körperchen geben würden, wenn dieselben vollständig undurchsichtig wären, die einzige zuverlässige Grundlage darbietet, auf welche weitere Untersuchungen unter Berücksichtigung der Durchlässigkeit für Licht gestützt werden können.

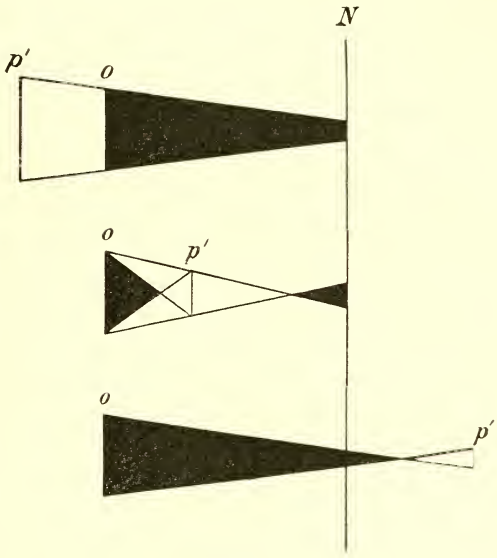

Fig. 14.

Diesen Vollschatten, den ich den fakultativen entoptischen Vollschatten nennen möchte, findet man auf einfache Weise nach schon erörterten Methoden. In der Fig. 14 sind die drei möglichen Fälle eines Vollschattens auf der Netzhaut schematisch dargestellt, indem die Linie N

die Netzhaut, o das im letzten Medium entstehende Bild des schattenwerfenden Körperchens und p′ das dortselbst erzeugte Bild der Lichtquelle andeutet. Werden mit den beiden letzten Zeichen auch die betreffenden Durchmesser angegeben, und stellt δ' bzw. δ_0 den reduzierten Abstand der Netzhaut vom Bilde der Lichtquelle bzw. vom Bilde des schattenwerfenden Körperchens dar, so erhält man aus der obersten Zeichnung mit schon angegebenen Mitteln für den Durchmesser x des Vollschattens auf der Netzhaut die Gleichung

$$\frac{p' - x}{\delta'} = \frac{o - x}{\delta_0}$$

welche sich auch aus der mittleren bzw. unteren Zeichnung ergibt, wenn $-x$ für x bzw. $-p'$ für p′ gesetzt wird. Da das im letzten Medium entstandene Bild eines in den brechenden Medien des Auges belegenen Punktes stets vor der Netzhaut liegt, so ist immer δ_0 positiv. Der Fall $\delta' = \delta_0$ läßt sich wegen der Unmöglichkeit, das Auge hinreichend ruhig zu halten, praktisch nicht realisieren, und bei $\delta' = 0$ ist überhaupt kein Vollschatten auf der Netzhaut vorhanden. Es folgt hieraus, daß nur die drei in der Fig. 14 schematisch dargestellten Fälle möglich sind, und daß diese sich in der Formel

$$x = \varepsilon \frac{\delta' o - \varepsilon_{,} \delta_0 p'}{\delta' - \delta_0}$$

zusammenfassen lassen, in welcher $\varepsilon = +1$ ist, je nachdem $\delta'(\delta' - \delta_0) \gtrless 0$ ist und $\varepsilon_{,} = \pm 1$, je nachdem $\delta' \gtrless 0$ ist. Ein negativer Wert von x in dieser Formel gibt an, daß kein Vollschatten auf die Netzhaut fällt. Ist p der Durchmesser der Lichtquelle, so ergibt die allgemeine Gleichung $KL' = -D$ die Beziehung

$$p' = \varepsilon_{,,} p D (\delta' - \Delta)$$

wo D die Brechkraft des optischen Systems des Auges, Δ den reduzierten Abstand der Netzhaut vom zweiten Brennpunkte desselben darstellt, und $\varepsilon_{,,} = \pm 1$ ist, je nachdem $\delta' - \Delta \gtrless 0$ ist. Man erhält hierdurch allgemein

$$x = \varepsilon \frac{\delta' o - \varepsilon_0 \delta_0 p D (\delta' - \Delta)}{\delta' - \delta_0}$$

wo $\varepsilon_0 = \pm 1$, je nachdem $\delta'(\delta' - \Delta) \gtrless 0$ ist.

Den Einfluß des Ortes der Lichtquelle auf die Größe des Vollschattens könnte man zwar, obwohl in sehr umständlicher Weise, durch geometrische Figuren illustrieren. Da sich aber derselbe unmittelbar aus einer Differentiation ergibt, mag es wohl gestattet sein, auch hier den letzteren Weg zu befolgen. Man erhält

$$\frac{dx}{d\delta'} = -\frac{\varepsilon \delta_0}{(\delta' - \delta_0)^2} (o - \varepsilon_0 p D (\delta_0 - \Delta))$$

und je nachdem diese Größe einen positiven oder negativen Wert hat, nimmt der Durchmesser des Vollschattens auf der Netzhaut zu oder ab, wenn die Lichtquelle so verschoben wird, daß δ' bei positivem Werte numerisch zunimmt, bei negativem numerisch abnimmt.

Im emmetropischen Auge ist $\Delta = 0$ und folglich auch bei beliebigem Orte der Lichtquelle $\varepsilon_0 = +1$. Da weiter sowohl $\frac{\varepsilon\delta'}{\delta' - \delta_0}$ wie δ_0 stets positive Werte haben, so hat x einen positiven bzw. negativen Wert, und ist ein Vollschatten auf der Netzhaut vorhanden oder nicht, je nachdem $\frac{o}{\delta_0}$ größer oder kleiner als pD ist. Die Bedingung des Vollschattens ist somit, daß die reduzierte Winkelgröße des Bildes des schattenwerfenden Körpers auf der Netzhaut die der Lichtquelle in einem der vorderen Brennweite des Auges gleichen Abstande übertrifft, und deckt sich mit der Bedingung, daß auf der Netzhaut die Winkelgröße des Bildes des schattenwerfenden Körpers diejenige des Lichtquellenbildes übersteigt. Da diese Bedingung von δ' unabhängig ist, so findet sich immer ein Vollschatten bei beliebiger Lage der Lichtquelle vor, sobald dies bei einer Lage der Fall ist, mit der schon erwähnten Ausnahme bei der Abbildung der Lichtquelle auf der Netzhaut Der Wert des Differentialquotienten hat, wenn die Bedingung eines Vollschattens bei hinreichend kleiner Lichtquelle erfüllt ist, das entgegengesetzte Vorzeichen von ε. Es folgt hieraus, daß bei reeller Lichtquelle der Vollschatten mit der Entfernung derselben vom Auge stetig abnimmt, während wenn als Lichtquelle ein virtuelles, in großem Abstande hinter dem Auge gelegenes Bild angewendet wird, wobei $\varepsilon = -1$ ist, der Vollschatten mit zunehmender Konvergenz des einfallenden Lichtes stetig zunimmt, bis diese Lichtquelle den Punkt erreicht hat, welcher im ersten Medium dem Orte des schattenwerfenden Körpers konjugiert ist, wonach bei vermehrter Konvergenz des Lichtquellenstrahlenbündels der Vollschatten wieder abnimmt. Wird die Konvergenz vermehrt, bis die Lichtquelle vor der Hornhaut liegt, so tritt wieder der Fall der reellen Lichtquelle ein. Wird ein konstantes Bild einer Lichtquelle von unendlich großem Abstande hinter dem Auge zu unendlich großem Abstande vor dem Auge stetig geführt, so nimmt also der zunächst unmerkbare Vollschatten stetig zu, bis das Maximum erreicht worden ist, um dann stetig bis zum vollständigen Verschwinden abzunehmen, wobei, wenn mehrere schattenwerfende Körperchen in verschiedener Entfernung von der Netzhaut vorhanden sind, der maximale Vollschatten bei verschiedener Lage der Lichtquelle, aber stets bei konvergentem Lichte erhalten wird.

Bei Ametropie sind die Verhältnisse komplizierter. Zunächst geht aus dem Werte von x hervor, daß bei beliebiger Größe des schattenwerfenden Körpers immer eine endliche Strecke vorhanden ist, wo eine beliebig kleine Lichtquelle keinen entoptischen Vollschatten bewirken kann. Wird der Abstand der Lichtquelle vom Einstellungspunkte des Auges mit a bezeichnet, so gilt, wenn allgemein K den Vergrößerungskoeffizienten bei der Abbildung auf der Netzhaut darstellt,

$$K = -\Delta D \qquad -\frac{K^2}{\delta'} = KD + \frac{1}{a}$$

woraus folgt

$$\frac{\delta' - \Delta}{\delta'} = \frac{1}{a\Delta D^2}$$

so daß dem Ausdrucke für x die Form

$$x = \frac{\varepsilon \delta'}{\delta' - \delta_0}\left(o - \frac{\varepsilon_0 \delta_0 p}{a \Delta D}\right)$$

gegeben werden kann. Indem $x = 0$ gesetzt wird, ergeben sich, den beiden Werten von ε_0 entsprechend, zwei Werte für a, welche mit entgegengesetzten Vorzeichen numerisch gleich sind, und welche mit $\pm a_0$ bezeichnet werden mögen. Da nun die im letzteren Ausdrucke für x außerhalb der Parenthese stehende Größe stets positiv ist, und da dasselbe mit $\frac{\varepsilon_0(\delta' - \Delta)}{\delta'}$ und folglich auch mit dem zweiten innerhalb der Parenthese stehenden Gliede der Fall ist, so folgt hieraus, daß x einen positiven oder negativen Wert hat, und ein Vollschatten demnach vorhanden ist oder nicht, je nachdem a numerisch größer oder kleiner als a_0 ist. Es gibt also immer auf beide Seiten des Punktes, für welchen das Auge eingestellt ist, eine endliche Strecke mit dem numerischen Werte a_0, innerhalb welcher kein Vollschatten entsteht, und deren Ausdehnung sowohl von dem Grade der Ametropie und der Größe der Lichtquelle, wie namentlich von der Größe und Lage des schattenwerfenden Körperchens abhängig ist.

Im Falle $\delta' = \delta_0$ wird die innerhalb der Parenthese im Ausdrucke für x stehende Größe identisch dieselbe wie die innerhalb der Parenthese im Ausdrucke für den Differentialquotienten stehende. Es folgt hieraus, daß wenn in diesem Falle ein Vollschatten vorhanden ist, wobei o numerisch größer als $pD(\delta_0 - \Delta)$ sein muß, das Vorzeichen des Differentialquotienten allgemein von demjenigen von ε_0 unabhängig ist und nur mit dem von ε wechselt, während, wenn das Vorzeichen des Differentialquotienten mit dem von ε_0 wechselt, kein Vollschatten im Falle $\delta' = \delta_0$ vorhanden ist. Wird die Lichtquelle von einem beliebigen Ausgangspunkte zu unendlich großem Abstande vor dem Auge und dann von unendlich großem Abstande hinter dem Auge bis zum Ausgangspunkte geführt, so wechselt ε sein Vorzeichen beim Durchgang durch den Einstellungspunkt des Auges und durch den scheinbaren Ort des schattenwerfenden Körperchens, während dies mit ε_0 im ersteren Punkte und in unendlicher Ferne der Fall ist. Im ersteren Punkte ist x negativ, so daß stets nur je ein Vorzeichenwechsel von ε und ε_0 in dem Gebiete vorkommt, wo ein Vollschatten entsteht. Da nun, wenn ein Vorzeichenweschel von ε_0 das Vorzeichen des Differentialquotienten beeinflußt, der Punkt, wo ε sein Vorzeichen wechselt, wie eben bewiesen wurde, außerhalb dieses Gebietes gelegen ist, so folgt hieraus, daß innerhalb dieses Gebietes nur ein Vorzeichenwechsel des Differentialquotienten stattfindet. Dies ist damit gleichbedeutend, daß der Durchmesser des Vollschattens, wenn man bei der beschriebenen Verschiebung der Lichtquelle vom Einstellungspunkte des Auges ausgeht, von dem Momente ab, wo ein Vollschatten sichtbar ist, stetig zunimmt, ein Maximum erreicht und dann stetig abnimmt, bis der Vollschatten wieder verschwindet, bevor der Einstellungspunkt von der anderen Seite erreicht wird. Da das Maximum dem Orte des Vorzeichenwechsels des Differentialquotienten entspricht, so erhält man dasselbe, wenn die Lichtquelle sich im scheinbaren Orte des schattenwerfenden Körperchens oder in unendlicher Ferne befindet, je nachdem o numerisch größer oder kleiner als $pD(\delta_0 - \Delta)$ ist, d. h. je nachdem die im hinteren Brennpunkte des Auges

gemessene reduzierte Winkelgröße des schattenwerfenden Körperchens größer oder kleiner ist als die Winkelgröße der Lichtquelle in einem der vorderen Brennweite des Auges gleichen Abstande. Die beiden Maxima sind aber nicht gleichwertig. Wären die Gesetze erster Ordnung ohne Einschränkung gültig, so würde bei richtiger Zentrierung der maximale Vollschatten das ganze Feld ausfüllen, wenn das Maximum bei $\delta' = \delta_0$ liegt, während, wenn das Maximum bei unendlicher Entfernung der Lichtquelle erhalten wird, der Wert von x stets endlich ist, sofern nicht der schattenwerfende Körper bei myopischem Refraktionszustande im hinteren Brennpunkte des Auges gelegen ist.

Eine besondere Untersuchung erheischt der singuläre Fall, wo o numerisch gleich $pD(\delta_0 - \Delta)$ ist. Wird in die Vorzeichenbedingung für ε_0 die Bedingung $\delta' = \delta_0$ eingeführt, so ergibt sich, daß, wenn die Lichtquelle im scheinbaren Orte des schattenwerfenden Körpers gelegen ist, ε_0 stets dasselbe Vorzeichen wie $\delta_0 - \Delta$ hat, so daß für diese Lage der Lichtquelle die den singulären Fall charakterisierende Bedingung mit der Bedingung $o = \varepsilon_0 pD(\delta_0 - \Delta)$ identisch ist. Wird dieselbe in den zuerst angegebenen Ausdruck für x eingeführt, so ergibt sich $x = -\varepsilon\varepsilon_0 pD\Delta$, woraus folgt, daß x, wenn die Lichtquelle durch diesen Punkt geführt wird, wobei ε das Vorzeichen wechselt, plötzlich von einem endlichen negativen zu demselben Werte mit positivem Vorzeichen übergeht oder umgekehrt, wobei entweder ein Vollschatten mit endlicher Ausdehnung plötzlich entsteht oder, wenn früher vorhanden, verschwindet. Der Abstand des scheinbaren Ortes des schattenwerfenden Körpers vom Einstellungspunkte des Auges hat dabei den numerischen Wert von a_0, und wenn derselbe mit umgekehrtem Vorzeichen eingesetzt wird, wobei auch ε_0 entgegengesetzes Vorzeichen hat, so resultiert wie im allgemeinen Falle $x = 0$. Es folgt hieraus, daß, wenn die Lichtquelle vom Einstellungspunkte des Auges aus an dem scheinbaren Orte des schattenwerfenden Körpers vorbei bis in unendliche Ferne geführt wird, der an diesem Orte plötzlich entstandene Vollschatten bei der weiteren Veränderung des Ortes der Lichtquelle von konstanter Größe ist. Wird aber dann die Lichtquelle von unendlichem Abstande mit entgegengesetztem Vorzeichen dem Einstellungspunkte des Auges von der anderen Seite her genähert, wobei $\varepsilon_0(\delta_0 - \Delta)$ negativ ist, und der Differentialquotient einen endlichen Wert hat, so nimmt der Durchmesser des Vollschattens stetig ab, um in dem Augenblicke, wo der Abstand der Lichtquelle vom Einstellungspunkte bis zum numerischen Werte von a_0 abgenommen hat, zum Werte Null zu sinken. Das Maximum des Vollschattens findet sich also auf der ganzen diejenigen Punkte verbindenden Strecke vor, in welcher im allgemeinen Falle das Maximum alternativ erhalten werden kann.

Eine Versuchsanordnung gibt es, bei welcher der Durchmesser des Vollschattens von der Refraktion des Auges unabhängig ist, wenn nämlich die Lichtquelle im vorderen Brennpunkte desselben gelegen ist. Da hierbei δ' einen unendlich großen Wert hat, wobei sowohl ε wie ε_0 positiv sind, und x den Wert $o - \delta_0 pD$ annimmt, so wird mit einer und derselben Lichtquelle der Vollschatten nur von der Größe des schattenwerfenden Körperchens und vom Abstande desselben von der Netzhaut bestimmt.

Bei der Verwertung der hier erhaltenen Resultate darf man nicht außer Acht lassen, daß in der Untersuchung nur die Gesetze erster Ordnung zur

Anwendung gekommen sind, und daß die komplizierte Aberration des im Auge gebrochenen Strahlenbündels geeignet ist, einen kleineren Vollschatten unsichtbar zu machen, so daß das Gebiet, wo kein Vollschatten erhalten wird, in der Wirklichkeit größer sein muß, als aus der Rechnung hervorgeht. Was speziell das bei kleineren schattenwerfenden Körperchen und unendlichem Abstande der Lichtquelle vorhandene Maximum des Vollschattens betrifft, so entsteht dasselbe in der Rechnung dadurch, daß das Bild der Lichtquelle laut den Gesetzen erster Ordnung hierbei unendlich klein wird. Da nun aber dies wegen der Aberration nicht der Fall ist, so läßt sich erwarten, daß Körperchen, deren Vollschatten bei unendlichem Abstande der Lichtquelle das Maximum erreicht, nicht immer einen entoptisch wahrnehmbaren Vollschatten haben, ohne daß es sich vorhersagen ließe, daß dies die Regel sei. Auch bedingt die verwickelte Beschaffenheit der kaustischen Fläche, daß, wenn das Lichtquellenbild nicht hinreichend weit von der Netzhaut entfernt ist, ein etwaiger entoptischer Vollschatten kaum von einer durch die Form der kaustischen Fläche bedingten Erscheinung unterschieden werden kann, so daß tatsächlich auch bei Emmetropie ein auf beiden Seiten des Einstellungspunktes des Auges gelegener Bezirk vorhanden ist, wo kein verwertbarer Vollschatten entsteht.

Die entoptische Erscheinung ist, wie schon hervorgehoben wurde, durchaus vom fakultativen Vollschatten zu unterscheiden. Wie sich diese gestalten wird, davon kann man sich durch einfache Versuche mit Linsen ein Urteil verschaffen. Wenn man mit einer möglichst punktförmigen Lichtquelle den Schatten einer Linse bei verschiedener Schirmlage beobachtet, so findet man, daß derselbe, wenn der Abstand sowohl der Lichtquelle wie des Schirmes von der Linse sehr groß ist im Verhältnis zur Brennweite derselben, kaum von dem Schatten eines undurchsichtigen Körpers unterschieden werden kann, indem das durch die Linse gehende Licht im Bildpunkte der Lichtquelle eine im Verhältnis zum Abstande des Schirmes sehr starke Divergenz besitzt, sei es daß die Linse sammelnd oder zerstreuend wirkt. Wird dann die Linse dem Schirme genähert, so wird der Schatten schwächer, und es tritt um denselben ein heller Saum auf. Bei einer Konkavlinse geschieht hierin keine Änderung, sondern die Breite des hellen Saumes nähert sich nur um so mehr dem Werte Null, je näher die Linse dem Schirme kommt, während bei einer Konvexlinse zunächst eine Lage erreicht wird, bei welcher die äußere Grenze des hellen Saumes die des Schattens erreicht hat. Hierbei würde, wenn die Lichtquelle tatsächlich unendlich klein, der Linsenrand vollkommen scharf, die Lichtverteilung im Zerstreuungskreise vollkommen gleichmäßig wäre, und wenn kein Licht durch Reflexion und Absorption verloren ginge, überhaupt nichts auf dem Schirme zu sehen sein. Tatsächlich erreicht aber der Schatten hier nur das Minimum der Sichtbarkeit. Wird die Linse dem Schirme weiter genähert, so sieht man einen ringförmigen Schatten den hellen Zerstreuungskreis umgeben, welcher letztere sich immer mehr verkleinert, dann in das scharfe Bild der Lichtquelle übergeht, um endlich wieder größer zu werden. Auf ähnliche Weise muß es sich im Auge mit den entoptisch sichtbaren Körperchen verhalten, deren Brechungsindex nur wenig von dem des umgebenden Mediums abweicht. Dieselben müssen somit den maximalen Schatten geben, wenn die Licht-

quelle eine solche Lage hat, daß das durchgehende Licht möglichst divergent ist. Da nun die im normalen Auge entoptisch sichtbaren Körperchen in der Regel sammelnd wirken, so folgt hieraus, daß der deutlichste Schatten erhalten werden muß, wenn konvergentes Licht zur Anwendung kommt, und das Bild der Lichtquelle im letzten Medium zwischen der Netzhaut und dem Bilde des schattenwerfenden Körpers, dem letzteren so nahe wie möglich, gelegen ist. Zerstreuend dürften nur gewisse Bildungen in der Linse wirken können, welche aber im typisch normalen Auge wohl kaum vorhanden sind, aber sowohl die Fettkugeln auf der Hornhautoberfläche wie die Fältelungen derselben und die im Glaskörper entoptisch sichtbaren Gebilde wirken sammelnd. Was die letzteren betrifft, so ist es offenbar, daß, je näher dieselben der Netzhaut liegen und je kleiner der Brechungsunterschied ist, um so eher der Fall eintreten muß, daß ein wirklicher dunkler Vollschatten nicht gesehen werden kann, da erstens zum Entstehen eines solchen ein sehr kurzer Abstand des Lichtquellenbildes nötig wäre, wobei die Zentrierung wegen der Beweglichkeit des Glaskörpers die größten Schwierigkeiten darbietet, und zweitens bei zu kurzem Abstande des Lichtquellenbildes von der Netzhaut die Erscheinungen der kaustischen Fläche in den Vordergrund treten. Man sieht deshalb auch den Vollschatten dieser Gebilde nur zufällig bei der Untersuchung der kaustischen Fläche, besonders in der Nähe der Spitze derselben, mit der subjektiven Stigmatoskopie.

Bei der Berechnung der entoptischen Parallaxe hat man die Lichtquelle unter Anwendung des schattenwerfenden Körperchens als Projektionszentrum auf die Netzhaut optisch zu projizieren. In der allgemeinen Gleichung des linearen Projektionskoeffizienten $C = K(1 - \delta' B)$ hat man dazu für K bzw. B die Werte $\frac{p'}{p}$ bzw. $\frac{1}{\delta' - \delta_0}$ einzusetzen, während δ' in dieser Formel dieselbe Bedeutung hat wie oben. Man erhält

$$C = -\delta_0 D \frac{\delta' - \Delta}{\delta' - \delta_0}$$

welche Formel, wie ohne weiteres ersichtlich ist, auch dadurch erhalten werden kann, daß im Ausdrucke für den Durchmesser des Vollschattens C für $\frac{x}{p}$ gesetzt wird, während $o = 0$ und $\varepsilon = \varepsilon_0 = +1$ ist. In dieser Formel stellt C, wenn die Lichtquelle in einer zur Visierlinie senkrechten Richtung verschoben wird, das Verhältnis der vom Schatten auf der Netzhaut durchlaufenen Strecke zu der Verschiebungsstrecke der Lichtquelle dar, wobei positives Vorzeichen eine gleichsinnige, negatives eine ungleichsinnige Bewegung angibt, während die scheinbare entoptische Schattenbewegung durch das entgegengesetzte Vorzeichen charakterisiert wird. Da C bei einer Verschiebung der Lichtquelle in der Richtung der Visierlinie teils bei $\delta' = \delta_0$, teils bei $\delta' = \Delta$ sein Vorzeichen wechselt, so folgt hieraus, daß die ganze Strecke von unendlich großem Abstande hinter dem Auge zu unendlich großem Abstande vor dem Auge durch den scheinbaren Ort des schattenwerfenden Körpers in zwei Teile geteilt ist, in welchen die Schattenbewegung eine konstante Richtung hat, während beim Übergang vom einen Teil zum

anderen, wenn die Lichtquelle durch den scheinbaren Ort des schattenwerfenden Körpers geht, die Richtung der Schattenbewegung wechselt. In dem Augenblicke des Richtungswechsels hat der Projektionskoeffizient einen unendlich großen Wert, so daß bei stetiger Verschiebung der Lichtquelle auf der Visierlinie unter unaufhörlichen kleinen seitlichen Bewegungen derselben die Scheinbewegung des Schattens, wie auch der Durchmesser desselben, bis zu einem Maximum zunimmt, bei welchem die Richtung der Scheinbewegung plötzlich wechselt, wonach die Scheinbewegung wieder immer weniger ausgiebig wird. Am eindeutigsten ersieht man dies aus dem oben angegebenen Differentialquotienten, da der Differentialquotient des Projektionskoeffizienten aus demselben nach oben angegebener Schablone erhalten werden kann. Werden in dem Ausdrucke für C Zähler und Nenner durch δ_0 dividiert, so kommt letztere Größe nur im Nenner vor, welcher die Form $\frac{\delta'}{\delta_0} - 1$ annimmt. Es geht aus derselben hervor, daß bei einer bestimmten Lage der Lichtquelle der Projektionskoeffizient mit einer Zunahme von δ_0 numerisch zunimmt, wenn δ' einen negativen Wert hat, und solange bei positivem Werte von δ' der Wert von δ_0 denselben nicht erreicht hat, während im Falle $\delta_0 > \delta' > 0$ der Projektionskoeffizient mit abnehmendem Werte von δ_0 zunimmt. Beim Vorhandensein mehrerer schattenwerfender Körper, von deren im letzten Medium entstehenden Bildern einige vor andere hinter dem dortselbst entstehenden Bilde der Lichtquelle gelegen sind, fällt somit die Scheinbewegung der ersteren um so geringer, die der letzteren um so ausgiebiger aus, je größer δ_0 ist.

Aus dem oben Gesagten geht hervor, daß zu einer exakten entoptischen Untersuchung vor allem ein konvergentes möglichst homozentrisches Strahlenbündel mit hinreichender spezifischer Helligkeit des durch dasselbe abgebildeten Lichtpunktes nötig ist. Eine vorzügliche Versuchsanordnung erhält man unter Anwendung der aplanatischen Ophthalmoskoplinse und der in einem Abstande von 5 bis 10 Meter aufgestellten Nernstspaltlampe, indem unmittelbar vor dem Spalt ein Loch von $^1/_2$ mm Durchmesser angebracht wird. Mit der am schärfsten gekrümmten Fläche dem Lichte zugekehrt, hält man zunächst die Linse in solchem Abstande vor das Auge, daß der Fokalpunkt einige Zentimeter vor demselben liegt. Bei seitlichen Verschiebungen der Linse machen alle entoptischen Schatten einschließlich der Grenzlinie des Feldes eine gleichsinnige Bewegung, welche um so größer ist, je weiter nach vorn der schattenwerfende Körper gelegen ist. Die scheinbare Verschiebung im Felde, die relative entoptische Parallaxe ist somit positiv, wenn der schattenwerfende Körper in der Hornhaut liegt, sonst negativ und um so stärker, je größer der Abstand des im letzten Mediums entstehenden Bildes des schattenwerfenden Körpers von der Austrittspupille des Auges ist. Das Vorzeichen derselben ist ersichtlicherweise dem der Listingschen Parallaxe entgegengesetzt, da bei seiner Versuchsanordnung das Auge bei feststehender Lichtquelle bewegt wird. Bei dieser Lage der Lichtquelle sind sowohl die durch Fettkügelchen auf der Hornhaut wie die durch die physiologische Struktur des Glaskörpers bedingten entoptischen Bilder hell mit dunklen Rändern. Nur wenn ausnahmsweise ein Luftbläschen auf der Hornhaut schwimmt, sieht man dasselbe als einen

schwarzen Schatten. Wird der Abstand der Linse vom Auge vermehrt, so werden im allgemeinen die dunklen Ränder schärfer hervortretend, indem das durch die schattenwerfenden Körper gehende Licht im letzten Medium eine stärkere Konvergenz erhält, aber gleichzeitig nimmt die scheinbare Größe derselben ab. Wird auf der anderen Seite die Linse dem Auge mehr genähert, so nimmt die scheinbare Größe der entoptischen Objekte zu, und die Scheinverschiebung der Fettkügelchen auf der Hornhaut wächst schnell zu, um, wenn das durch die Linse entworfene Lichtpünktchen hinter die Hornhaut gelangt ist, negativ zu werden. In demselben Augenblicke ändert sich auch der Charakter der entoptischen Erscheinung derselben auffällig, indem nunmehr ein schwarzer Schatten sichtbar wird. Mit einiger Übung kann man beliebig oft ein und dasselbe Fettkügelchen hell mit dunklem Rande oder schwarz sehen, je nachdem die Linse mehr nach vorn oder nach hinten verschoben wird. Ist es wohl gelungen, den schwarzen Schatten im Zentrum des entoptischen Feldes zu sehen, so kann man bei vorsichtiger Vermehrung des Abstandes der Linse den runden schwarzen Schatten bis zu einem Winkeldurchmesser von wenigstens 1^0 zunehmen sehen. Man findet dabei in der Regel auch, daß derselbe von einem helleren Ring umgeben ist, um welchen wiederum in günstigen Fällen mehrere, abwechselnd dunkle und helle, durch Interferenz entstandene Ringe gesehen werden können. Wegen der starken Vergrößerung des Feldes kann man im allgemeinen hierbei das Vorzeichen der relativen Parallaxe nicht mit Sicherheit bestimmen. Bei zentrierter Linse wird nämlich das Feld von der Öffnung derselben begrenzt, und wenn die seitliche Verschiebung hinreichend ist, um den Pupillenrand entoptisch wahrnehmen zu können, ist gewöhnlich das betreffende entoptische Bild längst aus dem Felde. Erst wenn die Linse dem Auge hinreichend genähert worden ist, um die Pupille wieder entoptisch sichtbar zu machen, wobei die Scheinbewegung derselben auch negativ geworden ist, läßt sich konstatieren, daß die Fettkügelchen auf der Hornhaut eine positive relative Parallaxe zeigen. Hierbei haben aber die im vorderen Teile des Glaskörpers gelegenen entoptisch sichtbaren Strukturdetails eine ähnliche Verwandlung durchgemacht, so daß dieselben, wenigstens die größeren unter ihnen, nunmehr undurchsichtig schwarz aussehen und eine starke gegensinnige Scheinbewegung sowie auch eine negative relative Parallaxe zeigen, während die weiter nach hinten liegenden fortwährend eine gleichsinnige Scheinbewegung und folglich auch eine positive relative Parallaxe haben, welche, als die Linse noch mehr dem Auge genähert wird, wieder derselben Veränderung unterliegt. Ist schließlich die Linse dem Auge ganz nahe gekommen, so sieht man nur die im hintersten Teile des Glaskörpers liegenden Objekte hell mit dunklem Saume, während die im vorderen Teile gelegenen das entoptische Bild der Pupille wie mit einem dunklen Netzwerk ausfüllen und dann und wann bei Bewegungen des Auges zwischenliegende Objekte zu großen dunklen, das Feld mit großer Schnelligkeit durchkreuzenden Schatten Anlaß geben. Tauscht man dann die Linse gegen eine schwächere aus, wobei wegen der geringen Öffnung keine Forderungen an Aplanatismus gestellt zu werden brauchen, so wird es bei der Abnahme des Feldes immer schwieriger, die entoptischen Bilder wiederzufinden. Bei wiederholten Versuchen gelingt es aber, zu konstatieren, daß man die gewöhnlich als fliegende

Mücken gesehenen Objekte, welche bei der ganzen Untersuchung stets eine sehr schwache gleichsinnige Scheinbewegung gemacht haben, nur hell mit dunklem Saume sehen kann.

Um mit Sicherheit die Scheinbewegung zu beobachten, braucht man nur das andere Auge offen zu halten. Bei Emmetropie, die nötigenfalls durch Vorsetzen des passenden Glases erzielt wird, sind aber die von der Linse selbst verursachten entoptischen Erscheinungen, wenn dieselbe ohne Drehung seitlich verschoben wird, vollkommen frei von Scheinbewegungen, und auch nach sorgfältiger Reinigung derselben findet sich immer ein Staubteilchen vor, das als Marke dienen kann, an welcher die Scheinbewegung auch der im hintersten Teile des Glaskörpers gelegenen Objekte sehr leicht konstatiert werden kann.

Bei der beschriebenen entoptischen Durchmusterung des Auges kann man, wie aus Obenstehendem erhellt, sofort durch die Scheinverschiebung entscheiden, ob das beobachtete Objekt vor oder hinter dem in demselben Medium entstehenden Bilde des leuchtenden Punktes gelegen ist. Dieselbe bietet deshalb das praktisch anwendbarste Mittel dar zur Bestimmung des Abstandes des schattenwerfenden Körpers von der Netzhaut, kann aber nicht zur genauen Tiefenlokalisation im hintersten Teile des Glaskörpers angewendet werden. Hierzu eignet sich aber vorzüglich die relative Parallaxe zur Linse. Hat man auf einer der Linsenflächen im Schnittpunkte mit der optischen Achse eine kleine Marke, so ist es ohne weiteres einleuchtend, daß, wenn die Linse seitlich verschoben wird, die vom leuchtenden Punkte zu dieser Marke gezogene Linie nach der Brechung im optischen System des eventuell bewaffneten Auges durch den Punkt gehen muß, welcher in diesem optischen System dem leuchtenden Punkte konjugiert ist. Es wird hierbei vorausgesetzt, daß die Linse bei großem Abstande des leuchtenden Punktes ohne Neigung seitlich verschoben wird, bzw. stets so gehalten wird, daß die Achse derselben durch den leuchtenden Punkt geht. Wenn man somit bei emmetropischer Refraktion dem Auge Konvexgläser mit wachsender Stärke vorsetzt und bei jeder Korrektion die entoptische Untersuchung unter Anwendung der aplanatischen Ophthalmoskoplinse macht, so sieht man die Parallaxe der im hintersten Teile des Glaskörpers liegenden Objekte zu der Marke auf der Linse stetig abnehmen, bis bei einer gewissen Korrektion dieselbe gleich Null geworden ist, indem der durch die Marke auf der Linse hervorgerufene Schatten eine Scheinbewegung von der gleichen Größe macht. Der Brennpunkt der dem Auge vorgesetzten Linse ist dann der scheinbare Ort des schattenwerfenden Körpers. Da bei dieser Untersuchung der Abstand der aplanatischen Linse bedeutungslos ist, so kann man denselben je nach den vorliegenden Verhältnissen so wählen, daß man ein großes Feld auf einmal sichtbar hat, oder daß andere, die Beobachtung störende Objekte unsichtbar werden.

Die kompliziertere Brewstersche Methode zur Tiefenlokalisation dürfte mit Vorteil durch die beiden beschriebenen ersetzt werden können. Man benutzt bei derselben zwei leuchtende Punkte, welche zwei entoptische Schatten entwerfen, deren Winkelabstand, ebenso wie derjenige der beiden entoptischen Pupillenbilder, gemessen wird. Wenn man den Abstand der doppelten Lichtquelle vom Auge kennt, so braucht nur das Verhältnis der

betreffenden Winkelabstände gemessen zu werden, indem δ' aus den Konstanten des Auges berechnet wird. Da die Winkelabstände sich zueinander wie die entsprechenden Projektionskoeffizienten verhalten, und der Projektionskoeffizient, wenn die Pupille das Projektionszentrum darstellt, durch die bekannte Lage der Austrittspupille bestimmt ist, so ergibt die Messung des Verhältnisses der Winkelabstände tatsächlich den Projektionskoeffizienten bei der Anwendung des beobachteten entoptischen Objektes als Projektionszentrum, und man erhält aus dem so ermittelten Werte von C den gesuchten Wert von δ_0. Werden als Lichtquellen zwei feine Löcher in einer Platte angewendet, welche in der ersten Fokalebene des Auges gelegen ist, während man durch die beiden Löcher gegen eine sehr hell erleuchtete Fläche hinsieht, so kann man auf derselben die Abstände der Doppelbilder markieren, wobei sich der Abstand der Doppelbilder des beobachteten Objektes zu demjenigen der Doppelbilder eines Punktes des Pupillenrandes wie δ_0 zum reduzierten Abstande der Austrittspupille von der Netzhaut verhält. Bei anderen Versuchsanordnungen kann es vorteilhafter sein, das andere Auge zur Projektion anzuwenden.

Die entoptische Untersuchung stellt eine exakte Methode dar, mit welcher entschieden werden kann, ob die bei der fokalen Beleuchtung sichtbare Sternfigur der Linse des Auges durch wirkliche Diskontinuitäten des Brechungsindex oder nur durch die Form der Isoindizialflächen bedingt wird. Im ersteren Falle müßte nämlich diese Sternfigur mit Notwendigkeit entoptisch wahrgenommen werden können, was aber unter physiologischen Verhältnissen nie zutrifft.

In das Gebiet der Dioptrik gehören auch die drei Purkinjeschen Methoden zur Beobachtung des Schattens der Netzhautgefäße. Nach einer Methode wird starkes Licht, am besten Sonnenlicht, mit einer Sammellinse von kurzer Brennweite auf einen Punkt der Sklera konzentriert, wobei das durch die Augenhäute gehende Licht diffus im Innern des Bulbus ausstrahlt, und der beleuchtete Punkt somit die Lichtquelle darstellt. Wenn es sich nicht um die Beobachtung der feinsten Gefäßverzweigungen handelt, wird der Versuch am besten unter Anwendung einer der nunmehr in der ophthalmologischen Praxis gebräuchlichen Durchleuchtungslampen ausgeführt. Da sich der Schatten bei einer Verschiebung der Lichtquelle in umgekehrter Richtung bewegen muß, die scheinbare Bewegung aber der wirklichen entgegengesetzt ist, so ist dieselbe gleichsinnig mit der Bewegung der Lichtquelle. Wird diese Verschiebung ebenso wie die scheinbare Winkelbewegung des Schattens gemessen, so läßt sich daraus nach dem Vorgange H. Müllers ein approximatives Maß des Abstandes der Gefäße von der lichtperzipierenden Schicht gewinnen. Bei einer anderen Methode wird in einigem Abstande von der Visierlinie eine Lichtquelle hin und her bewegt, wobei das auf dem Augenhintergrunde entstehende Bild derselben die Lichtquelle darstellt, welche den Schatten wirft. Wird z. B. die Lichtquelle temporalwärts von der Visierlinie gehalten, wobei sich dieselbe bei vertikalen Bewegungen in einer Sagittalebene verschiebt, so macht das auf dem Augenhintergrund entstehende Bild die entgegengesetzte Bewegung, während, wenn dieselbe der Visierlinie genähert wird, letzteres Bild mehr nach hinten geht und hierbei eine Bewegung macht, welche vom hinteren Pole des Auges aus

gesehen, eine gleichsinnige Richtung mit der der Lichtquelle hat. Da nun, wie aus der ersten Methode hervorgeht, die scheinbare Bewegung des Schattens gleichsinnig mit der Bewegung des auf dem Augenhintergrund entstehenden Bildes sein muß, so ist dieselbe in der Tangentialebene gleichsinnig, in der Sagittalebene ungleichsinnig in bezug auf die Bewegung der Lichtquelle. Die letzte Methode besteht in der Herumführung eines kleinen leuchtenden Punktes, welcher sich in einer nahe der Pupille gelegenen Ebene bewegt. Man kann hierzu durch ein kleines Loch nach einer hellen Fläche sehen oder auch mit einer aplanatischen Lupe von kurzer Brennweite und großer Öffnung das Bild einer hellen Lichtquelle in die Nähe der Eintrittspupille des Auges entwerfen. Bei der letzteren Versuchsanordnung kann man auch nach oben beschriebener Methode die relative Parallaxe zur Linse benutzen, um ein approximatives Maß der Entfernung der Gefäße von der lichtperzipierenden Schicht zu erhalten.

Endlich stellt die entoptische Scheinverschiebung das Mittel dar, mit welchem die Natur des sogenannten Maxwellschen Fleckes untersucht werden kann. Ich habe unter Anwendung der beiden letzterwähnten Purkinjeschen Methoden[1]) bewiesen, daß dieser Fleck in zwei getrennte Erscheinungen zerfällt, nämlich die entoptische Macula, welche auch bei der zweiten der oben erwähnten Methoden vollkommen frei von Scheinverschiebung ist, und die entoptische Fovea, welche den in der anatomischen Fovea auf dieselbe Weise wie in einer Konkavlinse entstehenden Schatten darstellt. Die physiologischen Eigentümlichkeiten, welche die Beobachtung durch die Flüchtigkeit und Veränderlichkeit der Seheindrücke erschweren, machen es in manchen Fällen wünschenswert, eine im Auge unbewegliche Marke zur Konstatierung der Scheinbewegung zu haben. Eine solche erhält man in dem Nachbilde, das man sich durch Fixierung des einen Endes des Nernstspaltes verschafft. Die Untersuchung der entoptischen Fovea mit verschiedenfarbigem Lichte hat eine bedeutende Chromasie bei der Brechung des Lichtes in derselben sichergestellt, welche, da die Fovea die einzige zerstreuende Fläche im optischen System des Auges ist, das einzige Mittel darstellt, mit welchem die chromatische Vergrößerungsdifferenz bei der Abbildung im Auge günstig beeinflußt wird. Auch zur Untersuchung der Natur der Haidingerschen Polarisationsbüschel wurde die entoptische Scheinbewegung angewendet.

IV. Messungsmethoden.

1. Optometrische Methoden.

Die Messung der optischen Einstellung des Auges, die Optometrie, kann einerseits unter Anwendung eines der oben S. 113ff. abgehandelten Kriterien der scharfen optischen Einstellung, andererseits aber auch ohne Inanspruchnahme einer mit dem untersuchten Auge gemachten Beobachtung vorgenommen werden. Die auf ersterem Prinzip basierten Methoden, welche

1) Die Farbe der Macula centralis Retinae. Arch. f. Ophth. LXII, 1. S. 1. 1905. Zur Maculafrage. Ebenda LXVI, 1. S. 141. 1907.

eine relativ aktive Mitwirkung des beobachteten Auges voraussetzen, seien als subjektiv, die übrigen als objektiv bezeichnet.

Unter den subjektiven optometrischen Methoden steht heute noch die Donderssche obenan. Dieselbe besteht in der gleichzeitigen Ermittelung der Refraktion und Sehschärfe bei großem Abstande der Sehproben unter Vorsetzen von Gläsern vor das untersuchte Auge. Da nämlich bei dem gebräuchlichen Abstande des Probeglases vom Auge δ_f (siehe oben S. 49ff) hinreichend klein ist, um praktisch vernachlässigt werden zu können, so ist der Fokalpunktwinkel gleich der Winkelgröße der Sehprobe im vorderen Hauptpunkte des vorgesetzten Glases und folglich durch die Größe und den Abstand der Sehprobe bestimmt. Da es sich weiter um die Ermittlung des Grenzwertes der Refraktion handelt, bei welchem die Akkommodation vollständig entspannt ist, so besteht die Methode in der Aufsuchung der in algebraischem Sinne maximalen Konvergenz des in das Auge einfallenden Strahlenbündels, welche mit der maximalen Sehschärfe vereinbar ist. Das stärkste positive bzw. das schwächste negative Glas, mit welchem diese Sehschärfe erhalten werden kann, gibt somit den Korrektionswert der Refraktion an, und die mit diesem Glase erhaltene Sehschärfe ist die absolute Sehschärfe des Auges, welche durch den kleinsten Fokalpunktwinkel bei Akkommodationsruhe charakterisiert ist.

Auf die Details der Technik dieser Untersuchung hier näher einzugehen, würde viel zu weit führen, da dieselbe in Fällen wo ein vorhandener Astigmatismus mit ausgeprägter Asymmetrie kompliziert ist, zu den subtilsten und schwierigsten Untersuchungen gehört, die es überhaupt gibt. Nur auf einige Hauptpunkte, welche erfahrungsgemäß sehr oft ungenügende Beachtung finden, soll hier eingegangen werden. Was zunächst die Benutzung der Sehschärfe als eines Indikators der scharfen optischen Einstellung betrifft, so ist man sehr oft zufrieden, wenn man die Sehschärfe 1 nach der Nomenklatur der angewendeten Sehprobentabelle erhalten hat. Diese stellt aber allgemein nicht den normalen Wert dar, sondern derselbe liegt meistens wesentlich höher, und eine Untersuchung kann ersichtlicherweise nie als die maximale Sehschärfe ergebend angesehen werden, wenn nicht die Sehprobentafel Buchstaben enthält, welche bei dieser maximalen Sehschärfe nicht gelesen werden können. Weiter ist es, um den Einfluß der Veränderung der Korrektion auf der Sehschärfe möglichst deutlich zu machen, wünschenswert, daß die Intervallen an der Sehprobentafel nicht zu groß sind. Die nach dem Dezimalsystem angeordneten Tabellen verdienen in dieser Hinsicht den Vorzug, da zwischen 0,5 und 1,0 vier intermediäre Masse vorhanden sind, während z. B. an den Sehprobentafeln von Snellen nur ein intermediäres Maß zwischen 6/12 und 6/6 gelegen ist. Man muß aber erstere Tafeln in einem solchen Abstande aufhängen, daß die maximale Sehschärfe des untersuchten Auges durch eines der angegebenen intermediären Maße bestimmt wird, wenn man den Vorteil ausnutzen will. Bei guter Sehschärfe eignet sich hierzu ein Abstand von 7 bis 8 m am besten. Der durch den Dezimalbruch angegebene Wert der Sehschärfe ist dann mit diesem Abstande zu multiplizieren und durch den der Berechnung der Tafel zugrunde gelegten Abstand zu dividieren, um den Wert der absoluten Sehschärfe zu erhalten. Endlich ist besonders Gewicht darauf zu legen, daß der Effekt einer Ände-

rung des Glases nie als eine Verbesserung oder Verschlechterung der Sehschärfe angenommen wird, ohne daß eine Zeile gelesen wird, welche früher nicht gelesen werden konnte bzw. das entgegengesetzte Verhalten stattfindet. Hat man die Refraktion in einem von meßbarem Astigmatismus freien Auge mit guter Sehschärfe bis auf $^1/_4$ dptr bestimmt, so erhält man bei der Hinzufügung eines positiven Glases von $^1/_2$ dptr eine Verschlechterung der Sehschärfe, bei welcher dieselbe gewöhnlich bis auf die Hälfte des früheren Maßes herabsinkt. Nur habituell unkorrigierte Myopen, welche das Sehen mit anderen Querschnitten der kaustischen Flächen durch lange Zeit eingeübt haben, zeigen hiervon eine Ausnahme, aber auch bei solchen sinkt die Sehschärfe wenigstens um ein paar Zehntel. In den Fällen, wo die maximale Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels nicht durch ein scharfes Gefälle der Sehschärfe gekennzeichnet ist, liegt fast ausnahmsweise — gute Sehschärfe vorausgesetzt — Astigmatismus vor, wobei die wirkliche Refraktion erst nach richtiger Korrektion dieses Fehlers erhalten werden kann.

Wie aus dem oben S. 34 dargelegten Baue des in einem astigmatischen Auge gebrochenen Strahlenbündels hervorgeht, darf man bei den geringen Graden — und diese sind jedenfalls binnen gewisser Grenzen als physiologisch anzusehen — nicht erwarten, die Richtung der abbildbaren Linien und damit die Orientierung der Hauptschnitte ermitteln zu können, bevor man nicht die ganze kaustische Fläche durch Vermehrung der Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels vor die Netzhaut verlegt hat. Die Nichtbeachtung dieses Sachverhaltes und der Glaube an das Sturmsche Konoid ist eine häufige Ursache des Übersehens eines vorhandenen Astigmatismus, woraus wieder wegen der bei unkorrigiertem Astigmatismus unvermeidlichen Akkommodationsspannung ein falsches Resultat der Refraktionsbestimmung die Folge wird. Hat man aber auf diese Weise unter Anwendung der Sternfigur die Richtung einer abbildbaren Linie gefunden, so ist man auch sicher, daß dieselbe die Orientierung des am stärksten brechenden Hauptschnittes des Auges angibt. Man hat dann abermals die Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels zu vermindern, bis die bisher erreichte maximale Sehschärfe wieder konstatiert wird. Der Grad des Astigmatismus wird dann durch dasjenige Konkavzylinderglas angegeben, mit welchem die maximale Sehschärfe erhalten wird, während die Achse senkrecht auf der gefundenen abbildbaren Linie steht. Daß nur die maximale Sehschärfe, nicht aber die Deutlichkeit der Linien in der Sternfigur, ausschlaggebend ist, geht aus der Beschaffenheit der kaustischen Fläche hervor. Nachdem auf diese Weise ein preliminärer Wert des Astigmatismus gefunden worden ist, hat man wieder unter Anwendung der bezüglichen Zylinderkorrektion die Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels zu vermehren, wobei fast stets ein höher liegendes Maximum erhalten wird als früher. In schwierigen Fällen kann es, um ein genaues Resultat zu erhalten, nötig sein, die ganze Prozedur mit Ausgang von der nunmehr gefundenen Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels zu wiederholen.

Das Untersuchungsergebnis, insbesondere auch der Grad des Astigmatismus und die Orientierung der Hauptschnitte kann binnen gewisser Grenzen von der Pupillenweite beeinflußt werden, so daß bei verschiedener Pupillen-

weite vorgenommene Untersuchungen manchmal auffallend abweichende Resultate ergeben können. Der im normalen Auge vorhandene und durch die subjektive Stigmatoskopie bewiesene Astigmatismus der Aberration bedingt, daß die für die optische Abbildung vorteilhaftesten Querschnitte der kaustischen Fläche nicht bei vollkommenem Anastigmatismus auf der Achse erhalten werden. In welchem Grade dieser Einfluß der astigmatischen Aberration sich geltend macht, hängt aber, wie überhaupt ein jeder Einfluß der Aberration, von der Pupillengröße ab.

In der hier kurz skizzierten Donderssehen Methode spielt sowohl der Nachweis der erhältlichen Sehschärfe wie namentlich auch der große Abstand und die Möglichkeit, die schließliche Korrektion der Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels binokulär vorzunehmen, eine nicht unwesentliche Rolle. Dadurch, daß der Untersucher wirklich mit der Sehschärfe kontrollieren kann, ob eine Verbesserung oder Verschlechterung der optischen Einstellung eintritt, gewinnt die Methode einen reellen Vorzug vor denjenigen subjektiven Methoden, bei welchen andere Kriterien der optischen Einstellung angewendet werden. Der große Abstand ist aber bei Personen, welche keine Übung in der Entspannung der Akkommodation haben, fast unumgänglich zur Ermittlung der wirklichen Fernpunkteinstellung, und die binokuläre Untersuchung bietet ein manchmal willkommenes Mittel dar, diese Entspannung zu erleichtern.

Aus analogen Gründen ist bei der zur Untersuchung der Akkommodationsbreite nötigen Ermittlung der in algebraischem Sinne minimalen Refraktion des Auges sowohl die durch die Sehschärfe sich darbietende Kontrolle der optischen Einstellung wie auch jedes zur Verfügung stehende Mittel zu benutzen, mit welchem die Akkommodationsanstrengung befördert wird. Als solches dient in erster Linie ein kurzer Objektabstand, und man könnte deshalb in den meisten Fällen den Nahepunkt einfach durch Ermittlung des kürzesten Abstandes aufsuchen, in welchem feinster Druck gelesen werden kann, wenn der Druck hinreichend fein wäre, um im angewendeten Abstande der maximalen Sehschärfe des Auges zu entsprechen. Da dies aber in den meisten Fällen nicht der Fall ist, so hat man nach einem Versuche, durch welchen ein approximativer Wert erhalten worden ist, den Nahepunkt durch Vorsetzen von passenden Gläsern so weit vom Auge zu verlegen, daß der feinste zugängliche Druck einer wenigstens nicht wesentlich geringeren Sehschärfe als der gefundenen maximalen entspricht, wonach der Nahepunktabstand des so bewaffneten Auges gemessen wird. Auf jeden Fall hat man bei der Verwertung des Ergebnisses der Untersuchung zu berücksichtigen, daß die Tiefe der optischen Abbildung bei der die Akkommodation begleitenden Pupillenverengerung gesteigert wird und eine Fehlerquelle darstellt, deren Einfluß nicht überblickt werden kann.

Weitere subjektive Methoden der Optometrie sind teils durch einen anderen Indikator der optischen Einstellung teils durch andere Mittel zur Variation der Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels charakterisiert. Was die Kriterien der optischen Einstellung betrifft, sei auf das oben Gesagte hingewiesen und soll hier nur darauf aufmerksam gemacht werden, daß, wenn ein anderer Indikator als die Sehschärfe angewendet wird, die Abhängigkeit der Bildgröße von der Konvergenz des einfallenden Strahlen-

bündels und von der Akkommodation relativ bedeutungslos ist, während, wenn die Sehschärfe als Kriterium der optischen Einstellung angewendet wird, die Forderung aufgestellt werden muß, daß die Bildgröße nicht bei einer Akkommodationsanstrengung vermehrt wird, und, wenn die Methode auch zur Messung der absoluten Sehschärfe dienen soll, daß die Abhängigkeit der Bildgröße von der Konvergenz des in das Auge einfallenden Strahlenbündels eine solche ist, daß die lineare Größe der Sehprobe dem Fokalpunktwinkel proportional ist.

Während somit in ersteren Fällen fast jede beliebige Einrichtung angewendet werden kann, mit welcher die Konvergenz des in das Auge einfallenden Strahlenbündels innerhalb hinreichend weiter Grenzen verändert werden kann, sind im letzteren Falle nur ganz bestimmte optische Einrichtungen möglich. Dieselben können unter drei Kategorien gruppiert werden, indem die Variation der optischen Einstellung entweder durch einen Wechsel von Gläsern oder durch die Verschiebung des Objektes oder aber durch Veränderung des Abstandes zweier Komponenten eines optischen Systems erreicht wird.

In die erste Gruppe gehören zunächst diejenigen Instrumente, welche als Glaswechselmaschinen den Brillenkasten bei der Donderschen Methode ersetzen sollen. Von denselben ist hier nur hervorzuheben, daß, wenn das untersuchte Auge keine Übung in der Entspannung der Akkommodation oder in der Benutzung optischer Instrumente hat, das Resultat erfahrungsgemäß weniger sicher ist als mit dem Brillenkasten. Dies dürfte zum Teil darauf beruhen, daß die meisten Menschen, sobald sie in optische Instrumente sehen sollen, die Vorstellung des scharfen Sehens unwillkürlich mit einer Akkommodationsanspannung verknüpfen, zum Teil aber auch darauf, daß die Zentrierung der Linsen auf die Visierlinie des untersuchten Auges nicht so leicht überwacht werden kann. Die sogenannten Refraktionsophthalmoskope, welche in der ophthalmologischen Praxis wegen der leichteren Transportabilität eine gewisse Anwendung als Ersatz des Brillenkastens finden, haben außerdem den Nachteil, daß bei mangelnder Zentrierung und kleinem Durchmesser der Linse ein Teil der Pupille außer Funktion gesetzt werden kann. In Optometern von dieser Kategorie könnte theoretisch der Abstand der Sehprobentafel beliebig klein gemacht werden, wenn der hintere Hauptpunkt des angewendeten optischen Systemes mit dem vorderen Brennpunkte des Auges zusammenfiele, da bei $\delta_f = 0$ der Fokalpunktwinkel gleich der im vorderen Hauptpunkte des vorgeschalteten Systems gemessenen Winkelgröße des Objektes ist. Da aber δ_f im allgemeinen nicht exakt gleich Null ist, und da es, je kürzer der Objektabstand, um so notwendiger ist, daß der vordere Hauptpunkt der vorgeschobenen Gläser stets genau auf derselben Stelle liegt, so empfiehlt es sich, die reduzierte Sehprobentafel in der Fokalebene einer Lupe anzubringen und die optische Einstellung durch vorgeschobene Gläser zu variieren. Im zweiten Brennpunkte des vorgeschobenen Glases entsteht dann das vom Auge gesehene Bild. Da der Vergrößerungskoeffizient hierbei laut der Formel (3e) S. 13 vom gegenseitigen Abstande der Teilsysteme unabhängig ist, so wird durch denselben kein Fehler eingeführt. Nach diesem Prinzipe sind auch Optometer konstruiert worden, welche sich aber wegen der gewöhnlich eintretenden Akkommo-

dationsanspannung praktisch nicht bewährt haben. Diese wird bei solchen Konstruktionen auch durch die Krümmung des Bildfeldes veranlaßt, indem man tatsächlich, um die Randteile des Bildes scharf sehen zu können, ein solches Glas wählen muß, daß die zentralen Teile nur unter Anwendung der Akkommodation auf der Netzhaut optisch eingestellt werden können.

Unter den Methoden, bei welchen der Abstand des Objektes verändert wird, gibt es eine, welche zur Voruntersuchung manchmal praktisch anwendbar ist, nämlich die direkte Messung des Fernpunktabstandes bei wirklicher oder durch Vorsetzen von Gläsern künstlich erzielter Myopie. Da aber hierbei die Netzhautbildgröße, wie aus der allgemeinen Formel für die Vergrößerung eines mit dem Auge kombinierten Systems hervorgeht, bei abnehmendem Objektabstande und zunehmender Akkommodation zunimmt, worin an und für sich eine Veranlassung zur Akkommodation liegt, so ist es einleuchtend, daß die Zuverlässigkeit der Messungsresultate zu wünschen übrig lassen muß, was auch von der Erfahrung bestätigt wird. Theoretisch einwandfrei ist dagegen, soweit es sich nur um die Gesetze erster Ordnung handelt, diejenige Optometerkonstruktion, bei welcher eine Lupe angewendet wird, deren hinterer Brennpunkt möglichst mit dem vorderen Brennpunkte des Auges zusammenfällt, während die Variation der Einstellung durch Verschiebung der in entsprechend verkleinertem Maßstabe photographisch reproduzierten Sehprobentafel bewirkt wird. Da hierbei $\Delta_f = 0$ ist, so erhält man unabhängig von der Einstellung den Fokalpunktwinkel durch Division der Objektgröße mit der Brennweite der Lupe (S. 55), wozu noch kommt, daß der Korrektionswert der Ametropie im zweiten Brennpunkte der Lupe dem Abstande des Objektes vom ersten Brennpunkte proportional ist, so daß eine gleichmäßige Skala jenen Wert angibt. Leider ist aber die Akkommodation auch bei solchen Instrumenten, wie mich langjährige Versuche gelehrt haben, eine sehr selten ausbleibende Fehlerquelle.

Als Optometer zur gleichzeitigen Bestimmung der Sehschärfe können solche Instrumente angewendet werden, in welchen die optische Einstellung durch Änderung des gegenseitigen Abstandes zweier Teilsysteme bewirkt wird, wenn der zweite Brennpunkt des zweiten Teilsystems mit dem vorderen Brennpunkte des Auges zusammenfällt, und der Abstand des Objektes vom ersten Teilsystem durch die Einstellung nicht merkbar beeinflußt wird. Der erste Brennpunkt des ersten Teilsystems ist dabei dem vorderen Brennpunkte des Auges konjugiert, und der Vergrößerungskoeffizient ist in diesen Punkten, wie schon oben bemerkt wurde, von dem gegenseitigen Abstande der beiden Teilsysteme unabhängig. Folglich ist dies auch mit dem angulären Vergrößerungskoeffizienten der Fall, was damit gleichbedeutend ist, daß der Fokalpunktwinkel unabhängig von der Einstellung des Vollsystems in konstantem Verhältnis zu der im ersten Fokalpunkte des ersten Teilsystems gemessenen Winkelgröße des Objektes steht. Auf diese Weise können astronomische Fernrohre und die jetzt gebräuchlichen Prismenfernrohre als Optometer angewendet werden. Daß die Skala in solchen Konstruktionen gleichmäßig ist, erhellt schon daraus, daß, wenn das durch das erste Teilsystem erzeugte Bild als Objekt betrachtet wird, dieselben Verhältnisse vorliegen wie bei der eben beschriebenen Methode mit veränderlichem Objektabstande. Zu dieser Gruppe gehört auch ein von mir konstruiertes

Instrument, wo der anguläre Vergrößerungskoeffizient im vorderen Brennpunkte des Auges gleich eins mit positivem Vorzeichen ist. Dieser Punkt ist somit der zweite Hauptpunkt des Instrumentes, woraus folgt, daß die optischen Bilder von hinreichend entfernten Objekten dieselbe Lage und Größe haben wie mit den bei der Donderssschen Methode angewendeten Gläsern. Die Bedingung hierfür ist ersichtlicherweise, daß die beiden Teilsysteme, deren gegenseitiger Abstand bei der optischen Einstellung verändert wird, die gleiche Brechkraft mit entgegengesetztem Vorzeichen haben. Eine passende Lage erhält der zweite Hauptpunkt des Vollsystems, wenn man denselben mit dem zweiten Hauptpunkt der letzten Linse des Instrumentes zusammenfallen läßt. Diesen beiden Bedingungen wird unter Anwendung von drei Linsen genügt, wenn man in den Gleichungen (4) S. 13

$$-D_1 = D_2 = \frac{1}{\delta_2}$$

setzt, wobei dieselben das Resultat

$$D_{13} = D_3 + \delta_1 D_2^2 \qquad H_{13} = \frac{1}{D_2} \qquad H'_{13} = 0$$

ergeben, aus welchem u. a. hervorgeht, daß die Skala gleichmäßig ist, und daß man durch die Wahl von D_3 in seiner Hand hat, den Nullpunkt derselben in passenden Abstand von der mittleren Linse zu verlegen. Leider gilt von diesem Instrumente dasselbe wie von allen anderen Optometern, daß die Akkommodation leichter als bei der Donderssschen Methode ins Spiel kommt. Auch nach Korrektion des Astigmatismus der schief einfallenden Strahlenbündel durch zweckentsprechende Durchbiegung der Augenlinse, welche Arbeit Herr Dr. v. Rohr vor kurzem mit gütiger Aufopferung von Zeit und Mühe durchgeführt hat, scheint sich dieser Übelstand, wenn es sich nicht um geübte Augen handelt, nicht beseitigen zu lassen.

In das Gebiet der subjektiven Optometrie gehört auch die Bestimmung der chromatischen Fokusdifferenz des Auges. Wenn man mit einem Fernrohre oder mit einer beliebigen Optometerkonstruktion die Fernpunkteinstellung des Auges unter Anwendung monochromatischen Lichtes verschiedener Wellenlänge vornimmt, so erhält man allgemein verschiedene Resultate, aus welchen, wenn die Dispersion der Glassorten und die übrigen Konstruktionselemente der Instrumente bekannt sind, die chromatische Fokusdifferenz des Auges berechnet werden kann. Am einfachsten verfährt man hierbei nach der ursprünglichen Methode Fraunhofers indem man zwei Farben wählt, für welche das angewendete Instrument achromatisch ist, wobei die Einstellungsänderung des Instrumentes direkt den Refraktionsunterschied des Auges für die beiden Farben angibt. Hier sei nur bei dieser Gelegenheit darauf aufmerksam gemacht, daß man, um reine Farben kurzwelligen Lichtes zu erhalten, im allgemeinen entweder von einer wiederholten prismatischen Zerlegung des Lichtes oder von Lichtfiltern Gebrauch machen muß.

Unter den objektiven Methoden der Optometrie ist die Refraktionsbestimmung im aufrechten ophthalmoskopischen Bilde die älteste und zugleich diejenige, welche der Donderssschen Methode am nächsten steht. Mit dieser teilt sie auch den Nachteil der Abhängigkeit von der

Akkommodation des beobachtenden Auges, so daß die Zuverlässigkeit der Resultate von der Übung und Geschicklichkeit des Untersuchers beeinflußt wird. Die Methode besteht in der Aufsuchung des algebraischen Maximalwertes der Brechkraft D_1 (S. 60) der Linse, mit welchem der Beobachter die maximale Sehschärfe auf dem Augenhintergrunde des beobachteten Auges hat. Da aber die Refraktion in verschiedenen Teilen des Augenhintergrundes sehr verschiedene Werte haben kann, und da besonders die Papille wegen der dort vorhandenen Niveauunterschiede weniger geeignet als Einstellungsobjekt ist, so hat man hierzu kleine Gefäßverzweigungen zu wählen, welche zwischen Papille und Macula, der letzteren so nahe wie möglich, verlaufen. Bei vorhandenem Astigmatismus gelingt es in vielen Fällen dem geübten Untersucher den Unterschied der Refraktion zu konstatieren und unter günstigen Umständen richtig zu messen, wenn nacheinander Gefäßverzweigungen als Einstellungsobjekte gewählt werden, welche in den beiden Hauptschnitten verlaufen. Auf der anderen Seite wirkt ein im beobachteten Auge vorhandener Astigmatismus durch die Undeutlichkeit der Bilder manchmal so erregend auf die Akkommodation des Untersuchers ein, daß es nicht gelingt, einen richtigen Wert der Refraktion zu erhalten, was besonders bei Komplikation des Astigmatismus mit ungewöhnlichen Graden von Asymmetrie des Auges der Fall zu sein scheint. Das gefundene Glas ergibt unter allen Umständen nur die algebraische Summe der Korrektionswerte der Refraktion des beobachtenden und des beobachteten Auges. Besonders bei hohen Werten der Brechkraft dieses Glases muß bei der Verwertung des Untersuchungsergebnisses in Rechnung gezogen werden, daß der Abstand desselben vom beobachteten Auge größer als der gewöhnliche Brillenabstand ist, wodurch ein nicht unbedeutender Unterschied vom gewöhnlichen Korrektionswerte resultiert, welcher sich nicht exakt bestimmen läßt, da der im Momente der Refraktionsbestimmung angewendete Abstand nicht hinreichend genau ermittelt werden kann. Es folgt hieraus, daß die Genauigkeit der Methode mit numerisch zunehmender Stärke des angewendeten Glases abnimmt. Noch mehr ist dies ersichtlicherweise der Fall, wenn die Konstruktion des Augenspiegels eine Schiefstellung des Glases notwendig macht, so daß, wenn der Spiegel nicht schief gestellt ist, nur die schwächsten Gläser ein einigermaßen zuverlässiges Resultat angeben können.

Zur Messung von Niveauunterschieden im Augenhintergrunde eignet sich die Refraktionsbestimmung vorzüglich, wenn die beiden Punkte, deren Refraktionsunterschied bestimmt wird, in nicht zu großem Winkelabstande voneinander liegen, da ja die Fehlerquellen bei beiden Bestimmungen annähernd dieselben sind, wobei eine gewisse Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, daß dieselben ohne wesentliche Bedeutung für den gesuchten Refraktionsunterschied sind. Die Messung der Refraktion in verschiedenen Teilen der Pupille ergibt zwar bei vorhandener Asymmetrie bedeutenden Grades und bei abnormer (negativer) Aberration Unterschiede von mehreren Dioptrien, kann aber in den typisch bestgebauten Augen nicht mit Vorteil angewendet werden, weil das Maximum der Refraktion dem Minimum zu nahe liegt. Dagegen ist es nicht schwer, insofern die entsprechende Einwirkung auf das Messungsresultat zu konstatieren, als dasselbe, ebenso wie die Schärfe des Augenhintergrundbildes, in dem Maße

schlechter wird, als man sich vom Zentrum der optischen Zone der Pupille entfernt. Wenn die Pupille nicht künstlich erweitert ist, so bewirkt gewöhnlich die bei der Aufsuchung der in der Nähe der Macula verlaufenden Gefäßverzweigungen eintretende Pupillenkontraktion, daß zwischen dem Hornhautreflex und dem Irisrande kein überschüssiger Raum eine Wahl gestattet, bei erweiterter Pupille bietet sich aber hinreichende Gelegenheit, zu konstatieren, daß man nur in der nächsten Nähe des Hornhautreflexes die maximale Bildschärfe in der Maculagegend erreicht und die Refraktion dortselbst mit Sicherheit bestimmen kann. Das beste Resultat erhält man mit der oben beschriebenen zentrischen Ophthalmoskopie, bei welcher der Hornhautreflex durch den Vollschatten des Spiegelloches ausgeschaltet wird.

Allen bisher vorgeschlagenen Methoden zur Messung der Refraktion durch die Bestimmung des Ortes des umgekehrten ophthalmoskopischen Bildes haftet der Nachteil an, daß man vom angewendeten Teile der Pupille des beobachteten Auges eigentlich nur weiß, daß es nicht derjenige sein kann, wo die Refraktion bestimmt werden sollte, da der Hornhautreflex der Untersuchung der Maculagegend im Wege steht, wenn das Bild der Pupille des beobachtenden Auges im Zentrum der Pupille des beobachteten Auges liegt. Hierzu wäre die zentrische reflexlose Ophthalmoskopie erforderlich. Von den zur Bestimmung des Ortes des ophthalmoskopischen Bildes angewendeten Mitteln zeichnet sich das durch Schmidt-Rimpler eingeführte vor den übrigen dadurch aus, daß das auf dem Augenhintergrunde entstehende Bild eines vor der Lichtquelle befindlichen passenden Gitters als Einstellungsobjekt für das beobachtende Auge dient. Da der Abstand dieses Bildes vom Augenspiegel bekannt ist, so braucht man nur sein Auge für denselben einzustellen und den Abstand der Linse in dem Augenblicke zu messen, wo das Bild des Gitters auf dem Augenhintergrunde die größte Schärfe zeigt, um über die nötigen Daten zur Berechnung der Refraktion zu verfügen.

Die schon oben S. 106 gewürdigte Methode der Skiaskopie, bei welcher unter Vorsetzen verschiedener Gläser die optische Einstellung des beobachteten Auges verändert wird, bis die Bewegung des Lichtscheines nicht mehr angibt, daß der Einstellungspunkt desselben vor oder hinter dem beobachtenden Auge gelegen ist, stellt die neben der Refraktionsbestimmung im aufrechten Bild vorzugsweise angewendete Methode der objektiven Optometrie dar. Über den Wert derselben und der oben angegebenen Modifikationen ist hier weiter nichts hinzuzufügen, als daß sie vor der Methode des aufrechten Bildes den Vorzug der Unabhängigkeit von der Akkommodation des beobachtenden Auges hat, während es auf der anderen Seite nicht mit derselben Sicherheit ausgeschlossen erscheint, daß das beobachtete Auge die Akkommodation anspannen könne, was erfahrungsgemäß im aufrechten Bild mit seltenen Ausnahmen nur momentan vorkommt. Was die Technik der Methode betrifft, so ist es einleuchtend, daß ein geringer Abstand des Einstellungspunktes des beobachteten Auges vom beobachtenden Auge einen um so kleineren Refraktionsunterschied des ersteren Auges bedeutet, je größer der Abstand zwischen beiden Augen ist. Die Methode wird somit unter sonst gleichen Umständen empfindlicher, wenn dieser Abstand vergrößert wird, und es wird gleichzeitig weniger wichtig, den Abstand

vollkommen genau einzuhalten. Auf der anderen Seite wird die Methode sehr unbequem, wenn der Abstand so vergrößert wird, daß man nicht die vorgesetzten Gläser bequem in der Hand halten kann, wobei die in denselben entstehenden Lichtreflexe durch kleine Neigungen der Gläser beseitigt werden können. Man dürfte deshalb, wenn man nicht etwa eine der angegebenen Glaswechselmaschinen anwenden will, die Untersuchung am besten in einem Abstande von 50 cm vornehmen. Eine höhere Genauigkeit der Untersuchungsresultate, als bei diesem Abstande erhalten werden kann, ist laut dem früher Gesagten kaum anders als wie eine scheinbare Exaktheit zu deuten. Auf der anderen Seite ist es nicht empfehlenswert, diesen Abstand zu verkürzen, und ist insbesondere von derjenigen Modifikation abzuraten, bei welcher unter Anwendung einer gewissen Korrektion der Einstellungspunkt des beobachteten Auges unter stetiger Verkürzung des Abstandes ermittelt wird, ein Vorgang, welcher nur als Vorversuch berechtigt zu sein scheint.

Zu dem speziellen Zwecke der Untersuchung der optischen Einstellung des Auges für exzentrisch einfallende Strahlenbündel verdienen die skiaskopischen Methoden vor allen anderen den Vorzug. Wegen des Astigmatismus und der Asymmetrie der Strahlenbündel ist nämlich die Refraktionsbestimmung im aufrechten Bilde an exzentrischen Teilen des Augenhintergrundes zweifellos weniger sicher, und von subjektiven Methoden kann wegen der geringen exzentrischen Sehschärfe kaum die Rede sein.

2. Ophthalmometrie.

Von der Bestimmung der Brechungsindizes abgesehen, welche schon in diesem Handbuche erörtert worden ist[1]), bezweckt die Ophthalmometrie wesentlich die Messung der Krümmungsradien der brechenden Flächen und die Bestimmung des Ortes derselben. Wenn es sich um ein zentriertes System von sphärischen Flächen handelte, so wäre nur noch die Messung des Durchmessers der Pupille hinzuzufügen. Bei der tatsächlichen Beschaffenheit des brechenden Systems muß aber eine genaue Erforschung der Form der brechenden Flächen und die exakte Bestimmung der Orientierung derselben in bezug auf eine willkürlich gewählte Achse als das Ziel der Ophthalmometrie gelten, obwohl dasselbe bisher nur betreffs der vorderen Hornhautfläche erreicht wurde, im übrigen aber immer noch weit entfernt erscheint.

Die wichtigsten ophthalmometrischen Methoden bestehen in der Messung der Größe eines Spiegelbildes und in der Bestimmung des Einfallswinkels eines Strahles, welcher im Schnittpunkte einer Fläche mit der Achse reflektiert wird. Durch ersteres Mittel erhält man die Brechkraft eines katadioptrischen Systems, letzteres ergibt unter trigonometrischer Rechnung den Ort der betreffenden Fläche. Daneben sind aber auch Methoden angewendet worden, bei welchen der Ort des Spiegelbildes ausschlaggebend ist, oder bei welchen auch das Krümmungszentrum einer Fläche durch trigonometrische Rechnung bestimmt wird. Endlich gehört in das Gebiet der Ophthalmometrie auch die Ermittlung der Konstanten des optischen Systems, welches die Linsensubstanz als heterogenes Medium darstellt.

1) Bd. I, Abt. 2, S. 224.

Das vorzüglichste Mittel zur Messung der Größe eines Spiegelbildes ist immer noch das Ophthalmometer von Helmholtz, dessen Prinzip wesentlich dasselbe ist wie in dem unter dem Namen Heliometer bekannten astronomischen Instrumente und welches die Messung eines beweglichen Gegenstandes unter Verlegung der Ablesung bzw. der Kollimation zum Gegenstande selbst bezweckt. Hierzu braucht es im allgemeinen einen optischen Verdopplungsmechanismus und einen Kollimationsmechanismus, indem durch ersteren zwei optische Bilder des zu messenden Gegenstandes erzeugt werden, während durch letzteren der gegenseitige Abstand dieser Doppelbilder verändert wird, bis die Kollimation dadurch erhalten wird, daß das eine Ende des einen Bildes mit dem anderen Ende des anderen Bildes zusammenfällt. Im Helmholtzschen Instrumente sind beide Mechanismen in einem vereinigt, indem vor das Objektiv eines Fernrohres zwei planparallele Glasplatten derart um eine gemeinsame Achse beweglich angeordnet sind, daß sie je eine Hälfte der Objektivöffnung verdecken und von der Nullstellung aus, in welcher sie senkrecht auf der Fernrohrachse stehen, durch einen Zahnradmechanismus gleichzeitig um annähernd gleiche Beträge in entgegengesetztem Sinne gedreht werden, wonach an je einem Gradbogen der betreffende Drehungswinkel abgelesen wird. Das von einem Objektpunkte kommende Licht, welches bei horizontaler Trennungslinie der Platten durch die obere Hälfte der Objektivöffnung geht, erfährt somit beim Durchgang durch die schief gestellte obere Glasplatte eine Brechung in den beiden ebenen Flächen derselben, wobei der austretende Strahl stets dem einfallenden parallel ist, und keine merkliche chromatische Zerlegung des Lichtes erfolgt, sondern das Objekt nur — von einem bei größerem Objektabstande ganz unschädlichen geringen Astigmatismus abgesehen — scheinbar in seitlicher Richtung verschoben wird. Da nun durch die untere Platte eine ebensolche Scheinverschiebung nach der entgegengesetzten Seite bewirkt wird, und da beide Platten durch das optische System des Fernrohres in der Nähe der Austrittspupille desselben und der Eintrittspupille des beobachtenden Auges abgebildet werden, so sieht der Beobachter bei richtiger Haltung seines Auges zwei Bilder des Gegenstandes, deren gegenseitiger Abstand durch Drehung der Platten verändert wird, und welche bei der Nullstellung derselben zusammenfallen. Bei erreichter Kollimation ist die Größe des Gegenstandes gleich der Summe der durch die beiden Platten bewirkten Scheinverschiebungen. Um Fehler der Platten und der Skalen auf einfachste Weise zu korrigieren, wird die Kollimation wieder ermittelt, indem den Platten zunächst die in bezug auf die Nullstellung symmetrische Stellung gegeben wird, und außerdem von beiden Stellungen aus eine Drehung um 180^0 vorgenommen wird. Der Mittelwert der acht Skalenablesungen bei diesen vier Kollimationsstellungen ergibt den Wert des Winkels α, welcher in die Helmholtzschen Formeln

$$\sin\alpha = n\sin\beta \qquad E = 2h\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta}$$

einzusetzen ist, wo E die gemessene Objektgröße, h die Dicke und n den Brechungsindex des Glases der Platten bezeichnen. Besondere Verfahren ermöglichen es, die Werte von h und n am fertigen Instrumente empirisch

zu bestimmen. Für den praktischen Gebrauch des Instrumentes zu wiederholten Bestimmungen gibt Helmholtz den Rat, sich eine Tafel von E für die ganzen Grade von 0^0 bis 60^0 zu berechnen. Man hat aber auch sehr großen Nutzen von einer Tafel, welche von 5^0 zu 5^0 fortschreitet, wenn man sachgemäß interpoliert.

Der große Vorteil dieses Instrumentes ist die Exaktheit der in sachverständiger Hand erreichbaren Messungsresultate, wodurch dasselbe immer noch seine Rangstellung unter den Ophthalmometern behauptet. Als Nachteile desselben haben sich besonders die erforderlichen wiederholten Einstellungen und Ablesungen sowie die Rechnungen bzw. die Interpolationen bei der Anwendung einer Tabelle und die Schwierigkeiten bei der Untersuchung anderer Normalschnitte als des horizontalen geltend gemacht. Hierzu kommt noch, daß durch die optischen Bilder der beiden Platten die Pupille des beobachtenden Auges nach Art eines Scheinerschen Versuches in zwei Teile zerlegt wird, und daß demzufolge bei nicht hinreichend genauer Einstellung die beiden Doppelbilder einer zur Trennungslinie der Platten parallelen Linie nicht zusammenfallen. Bei der Messung des Krümmungsradius der Hornhaut im Horizontalschnitte entsteht hierdurch eine Denivellation, indem beide Spiegelbilder nicht in einer und derselben Höhe zu liegen scheinen. Da nun die Abwesenheit der Denivellation das Kriterium dafür abgibt, daß man in einem Hauptschnitte die Messung vornimmt und die Hauptschnitte eben durch dieses Mittel aufgesucht werden, so liegt hierin eine Fehlerquelle, welche allen Ophthalmometern gemeinsam ist, in welchen bei geteilter Austrittspupille die Trennungslinie mit der Verdopplungsrichtung zusammenfällt. Dagegen wird das Messungsresultat nicht durch die Einstellungsfehler beeinflußt, wie es der Fall ist, wenn die Trennungslinie der beiden Hälften der Austrittspupille senkrecht auf der Verdopplungsebene steht.

Die erste eingreifende Änderung erfuhr das Ophthalmometer durch Coccius[1]), welcher eine unveränderliche Verdopplung, teils mit Platten, teils auch mit einem doppeltbrechenden Kalkspatprisma benutzte und die Kollimation bei der Messung eines Spiegelbildes durch die Variation der Objektgröße erzielte. Hierdurch wurde in der Tat der Weg für die Einführung der Ophthalmometrie in die ophthalmologische Praxis gebahnt, auf welchem die Arbeiten von Javal und Schjötz[2]) zum Ziele führten.

Die Ophthalmometrie der vorderen Hornhautfläche ist dank der modernen Instrumente in höchstem Grade erleichtert und ergibt dabei, soweit es sich um die Bestimmung des Astigmatismus derselben handelt, Resultate, an deren Exaktheit nichts auszusetzen ist, während das erhaltene Maß des Krümmungsradius nicht denselben Grad von Zuverlässigkeit hat wie beim Ophthalmometer von Helmholtz. Die wesentlichen Prinzipe der modernen Ophthalmometerkonstruktionen bestehen darin, daß das Objekt

1) A. Coccius. Über den Mechanismus der Akkommodation des menschlichen Auges. Leipzig 1867. Ophthalmometrie und Spannungsmessung am kranken Auge. Leipzig 1872.

2) Javal und Schjötz. Un ophthalmomètre pratique. Transactions of the international medical Congress. VIII. Session. London 1881. III. S. 30. — Annales d'oculistique. LXXXVI. 1881. S. 5.

am Instrumente selbst befestigt und der Abstand desselben vom untersuchten Auge möglichst verkürzt ist. In den nach dem Javalschen Typus gebauten Instrumenten wird die Verdopplung ohne Teilung der Austrittspupille durch ein Wollastonsches Quarzprisma erhalten, während die Kollimation durch Variation der Objektgröße erzielt wird. Als Objekt dient der Abstand zwischen zwei weißen Platten, welche durch diffuses Tageslicht oder durch artefizielles Licht beleuchtet werden, und welche verschiebbar an einem Bogen angeordnet sind, dessen Krümmungszentrum im beobachteten Auge liegt. Das Fernrohr, dessen Achse durch den Nullpunkt des Bogens und durch das Krümmungszentrum desselben geht, enthält im Okulare ein Fadenkreuz oder besser einen einzelnen Faden, dessen Ort mit dem Krümmungszentrum des Bogens konjugiert ist. Bei der scharfen Einstellung der Hornhautspiegelbilder auf diesen Faden ist somit der Abstand des Instrumentes vom Spiegelbilde möglichst konstant. Die weißen Platten enthalten je eine schwarze Linie, welche in der die Fernrohrachse enthaltenden Ebene liegt. Werden nach erfolgter Einstellung die Platten einander genähert, bis die Ränder der betreffenden Spiegelbilder aneinander stoßen, so scheinen die beiden schwarzen Linien an den Spiegelbildern in einer geraden Linie zu liegen, wenn keine Denivellation vorhanden ist, und die Verdopplungsebene des Instrumentes fällt dann mit einem Hauptschnitt der Hornhaut zusammen. Ist das nicht der Fall, so entsteht das Spiegelbild durch optische Projektion und erfährt dabei die durch die Formel 10 S. 16 angegebene Drehung, so daß das Spiegelbild nicht in derselben Ebene wie das Objekt, somit auch nicht in der Verdopplungsebene des Instrumentes liegt, woraus wiederum die Denivellation der Doppelbilder folgt. Das ganze Instrument wird dann um die Fernrohrachse gedreht, bis die Denivellation verschwindet, wonach die Stellung der Platten genau so geregelt wird, daß die betreffenden Spiegelbilder eben einander berühren, ohne ineinander überzugreifen. Nach erfolgter Ablesung an der Skala des Bogens wird dann das Instrument um einen Winkel von 90^0 um die Fernrohrachse gedreht, wonach auf dieselbe Weise eine neue Kollimation und Ablesung folgt. Gewöhnlich wird eine der Platten mit Stufen versehen, so daß, wenn die Kollimation für den am schwächsten brechenden Hauptschnitt bewerkstelligt worden ist, in dem anderen Hauptschnitte die Ablesung direkt am Spiegelbilde stattfindet, indem eine Stufe einem Hornhautastigmatismus von einer Dioptrie entspricht. Man kann dann die Untersuchung vollenden, ohne das Auge vom Okular zu entfernen. Das bei der Ablesung an der Skala erhaltene Maß ist ein Dioptrienwert D, welcher durch die Gleichung

$$D = 1000 \frac{n - 1}{\varrho}$$

bestimmt wird, in welcher ϱ den in Millimetern gemessenen Krümmungsradius darstellt, und $n = 1{,}3375$ ist, welche Zahl aus technischen Gründen gewählt wurde, damit 45 dptr einem Radius von 7,5 mm entsprechen sollte. Bei der Fabrikation werden die Instrumente für diesen Wert empirisch kontrolliert, so daß bei richtiger Ausführung dieser Kontrolle der erhaltene Dioptrienwert, wenn derselbe in der Nähe der Zahl 45 liegt, annähernd zuverlässig ist, während sonst die Exaktheit der Messungsresultate zu wünschen

übrig lassen kann, weil aus praktischen Gründen die Skala gleichmäßig gemacht wird, obwohl dies dem tatsächlichen Verhalten nicht entspricht. Die Verdopplung wird gewöhnlich so gewählt, daß die in Winkelgrade geteilte Skala den Dioptrienwert angibt, und beträgt dann beinahe 3 mm. Hierbei kann man aber das mit den Stufen beabsichtigte Ziel einer bequemen Ablesung am besten dadurch erreichen, daß die eine Platte immer bei der Einstellung in dem zuerst untersuchten Hauptschnitte verschoben wird, wonach bei der Untersuchung des zweiten Hauptschnittes die Kollimation durch Verschieben der anderen Platte erfolgt. Letztere Platte ist dann immer beim Beginn der Untersuchung auf den Nullpunkt der Skala zu bringen, welcher der symmetrischen Stellung der Platten bei richtiger Kollimation und beim Mittelwerte der Hornhautkrümmung entspricht. Nach beendigter Untersuchung liest man dann an der Stellung der ersten Platte die Krümmung im zuerst untersuchten Hauptschnitte ab, an der Stellung der zweiten den Grad und das Vorzeichen des Hornhautastigmatismus. Da bei dieser Anordnung die Stufen an den weißen Platten überflüssig gemacht werden, so können dieselben ausschließlich mit Hinsicht auf die schärfste Kollimation konstruiert werden.

Da somit gewisse Beobachtungsfehler durch die Konstruktion des Instrumentes bedingt werden, deren Elimination auf große Schwierigkeiten stößt, so dürfte es, ohne daß ein Eingehen auf die möglichen Einstellungs- und Kollimationsfehler hier nötig wäre, ersichtlich sein, daß die modernen Ophthalmometern, die ja auch zum Zwecke der klinischen Hornhautophthalmometrie konstruiert worden sind, soweit es sich um exakte physiologische Untersuchungen handelt, kaum anders als zur Messung des Hornhautastigmatismus angewendet werden sollen. Das in theoretischer Hinsicht vollendetste Instrument zu diesem Zwecke ist aber das neue Sutcliffe-Ophthalmometer[1]), in welchem der Untersucher drei Bilder sieht, und zwei aufeinander senkrechte Normalschnitte gleichzeitig gemessen werden. Die Austrittspupille des Instrumentes ist in fünf Teile geteilt, wobei, wenn der vertikale und der horizontale Normalschnitt untersucht wird, der mittlere Teil ein Bild liefert, während ein zweites durch den oberen und unteren Teil, das dritte auf dieselbe Weise durch den rechten und linken Teil entsteht. Die bei geteilter Austrittspupille die unscharfe optische Einstellung charakterisierenden Scheinverschiebungen bewirken eine Verdopplung der beiden letzterwähnten Bilder, wodurch auf sinnreichste Weise ein Fadenkreuz ersetzt wird, während gleichzeitig die Nachteile der Teilung der Austrittspupille in Wegfall kommen. Die Kollimation wird durch sukzessive Änderung der Verdopplungsgröße in den beiden untersuchten Normalschnitten erreicht.

Der große Vorteil dieser Konstruktion liegt darin, daß sich die Einstellungsfehler bei den beiden Messungen nicht summieren können, wie es bei der gewöhnlichen klinischen Ophthalmometrie der Fall ist. Außerdem gewährt die Ersetzung des Fadenkreuzes durch den oben erwähnten auf dem Scheinerschen Versuche basierten Mechanismus einen höchst wert-

1) J. H. Sutcliffe, One-position ophthalmometry. The optician and photographic trades review. XXXIII. 1907. Supplement S. 8.

vollen Schutz gegen Einstellungsfehler, wozu noch kommt, daß die Form des Objektes die Kollimation sehr erleichtert. Den großen Vorteil der Ermittlung des Astigmatismus durch eine einzige Messung kann man aber auch mit dem gewöhnlichen Ophthalmometer erreichen, indem derselbe, wie ich gezeigt habe[1]), aus der Denivellation in einer einen Winkel von 45° mit den Hauptschnitten bildenden Ebene bestimmt werden kann. Zu diesem Zwecke braucht man nur die eine der weißen Platten am Ophthalmometer in einer zur Verdopplungsebene senkrechten Richtung verschiebbar zu machen und eine entsprechende Skala anzubringen. Das einer Dioptrie entsprechende Intervall dieser Skala muß halb so groß sein wie das Intervall einer für die Messung der Radien bestimmten, in der Ebene der Kollimationsfigur belegenen Skala. Man sucht nach dieser Methode zunächst einen Normalschnitt der Hornhaut auf, in welchem die Denivellation verschwindet, während die senkrecht verschiebbare Kollimationsfigur in der Verdopplungsebene liegt, dreht dann das Instrument um einen Winkel von 45° um die Fernrohrachse und bringt endlich die dabei entstehende Denivellation durch senkrechte Verschiebung der betreffenden Platte zum Verschwinden.

Besonders bei der genauen Ermittlung der Form der Hornhaut läßt die Exaktheit der modernen Ophthalmometerkonstruktionen viel zu wünschen übrig. Zwar können wohl die qualitativen Verhältnisse, welche aus einem Vergleiche der Abflachung in verschiedenen Richtungen hervorgehen, mit denselben kenntlich gemacht werden, wobei der Vorteil der leichten Untersuchung einer großen Zahl von Fällen offensichtlich ist, aber in quantitativer Hinsicht sind die Messungsresultate nicht hinreichend zuverlässig um einer exakten mathematischen Bearbeitung zugrunde gelegt werden zu können. Was eine Messung mit dem Ophthalmometer tatsächlich ergibt, ist nämlich der Winkel zwischen den in zwei Punkten der Hornhautoberfläche errichteten Normalen, wenn der gegenseitige Abstand dieser Punkte durch die Verdopplungsgröße bestimmt ist. Die mathematische Verwertung der durch Messungen der Krümmung in verschiedenen Punkten eines und desselben Normalschnittes gefundenen Form der Hornhaut zur Untersuchung der Strahlenbrechung in derselben setzt voraus, daß bei jeder folgenden Messung der eine Endpunkt des Objektes in demselben Hornhautpunkte gespiegelt wird wie bei der vorhergehenden Messung der andere Endpunkt. In den modernen Ophthalmometern hat aber die Verdopplung allgemein eine solche Größe, daß der tatsächlich gemessene Winkel bei normaler Hornhautkrümmung den Wert von 20° übersteigt, so daß nur einige wenige Messungen in einem und demselben Normalschnitte anwendbar wären, wobei aber wiederum zu wenig Tatsächliches der Berechnung zugrunde gelegt werden kann. In welchem Grade durch Verkleinerung der Verdopplung eine Abhilfe geschafft werden könnte, läßt sich nicht vorhersagen, da dabei auch die Kollimationsfehler entsprechend vergrößert werden. Daß es aber nicht angeht, mit der gewöhnlichen Verdopplungsgröße die Messung bei von 5° zu 5° veränderter Blickrichtung zu wiederholen und diese Messungen unter der Annahme, daß der entsprechende Krümmungsradius gefunden wäre, der Be-

1) En praktisk metod att bestämma hornhinnans astigmatism genom den s. k. denivelleringen af de oftalmometriska bilderna. Nord. Ophth. Tidskrift. 1889.

rechnung der Hornhautform zugrunde zu legen, leuchtet ohne weiteres ein, da das Spiegelbild der einen weißen Platte bei den vier folgenden Messungen innerhalb der zuerst gemessenen Hornhautpartie liegt.

Von Senff und Helmholtz wurde die Hornhautform approximativ unter Anwendung von drei in verschiedenen Blickrichtungen gemessenen Radien als eine elliptische berechnet, und hiervon gilt, daß eine genauere Berechnung mit den damals zur Verfügung stehenden Mitteln kaum exakt ausführbar gewesen wäre. Wie weiter unten gezeigt werden soll, behält diese approximative Form zu gewissen wissenschaftlichen Zwecken noch ihre volle Berechtigung bei. Exakter bestimmt wurde die Form eines Normalschnittes der Hornhaut zuerst von Aubert[1]) unter Anwendung schärfer begrenzter Lichtquellen und dann von Blix[2]) mit einer eigenartigen, weiter unten zu berücksichtigenden ophthalmometrischen Methode. Mit den jetzt zur Verfügung stehenden Lichtquellen läßt sich das Ophthalmometer von Helmholtz vorzüglich dazu anwenden, obwohl die Untersuchung anderer Normalschnitte als des horizontalen weniger bequem ist. Wird die Nernstspaltlampe mit einem regulierbaren Bilateralspalt versehen, so stellt dieselbe die ideale Lichtquelle zur exakten Ophthalmometrie dar, und ich habe sie auch ursprünglich zu diesem Zwecke konstruiert („ophthalmometrische Nernstlampe"). Man läßt unter Anwendung zweier solcher Lampen zur Messung im Horizontalschnitte am besten das obere Ende des einen Spaltes in derselben Horizontalebene liegen wie das untere Ende des anderen, wobei die exakte Kollimation sehr leicht zu bewerkstelligen ist, indem nur eine Lichtlinie gesehen wird. Die Fähigkeit des Auges, zu beobachten, ob eine solche Linie gebrochen ist oder nicht, ist bekanntlich eine sehr große.

Auf analoge Weise wie bei der Messung des Hornhautastigmatismus kann der Einfluß der Einstellungsfehler auf die Beurteilung der Form eines Normalschnittes dadurch eliminiert werden, daß die miteinander zu vergleichenden Radien bei einer und derselben Einstellung gemessen werden, wie es durch die Photographie des Hornhautspiegelbildes erreicht werden kann. Zwar eignet sich diese Methode wegen der zeitraubenden Messungen und Rechnungen nicht zu kurrenten Untersuchungen, aber auf der anderen Seite gibt die photographische Ophthalmometrie eine Genauigkeit der Resultate, welche bisher auf keine andere Weise erreicht wurde. Ich[3]) verwandte dazu ein Objekt, welches in einem und demselben Hauptschnitte gleichzeitig den Radius in sieben Punkten gab. Auf einer schwarzen Scheibe waren, wie es die Fig. 15 zeigt, vier doppelte konzentrische hellweiße Kreise gezeichnet, so daß jeder Meridian von acht scharf markierten Linien geschnitten wurde. Auf dem photographischen Negativ sind diese Linien hell auf dem dunklen Grunde, was die genaue Einstellung des Fadenkreuzes in die Mitte derselben bei der Messung mit Teilmaschine sehr erleichtert.

1) H. Aubert, Nähert sich die Hornhautkrümmung am meisten der einer Ellipse? Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie. XXXV. 1885. — Die Genauigkeit der Ophthalmometermessungen. Ebenda XLIX. 1891.

2) M. Blix, Oftalmometriska studier. Upsala Läkareförenings Förhandlingar. XV. 1880. S. 349.

3) Photographisch-ophthalmometrische und klinische Untersuchungen über die Hornhautrefraktion. Kungl. Sv. Vet. Akad. Händl. 1896. Bd. 28.

Die entsprechenden Abstände auf der Scheibe sind so berechnet, daß ihre Spiegelbilder in einer sphärischen Fläche eine und dieselbe Größe haben

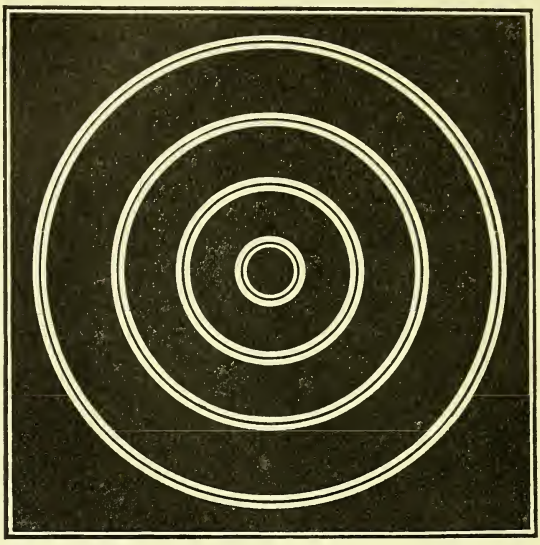

Fig. 15.

(bei einem Radius von 7,8 mm annähernd 2/3 mm) und sich sonst zueinander wie die Radien der betreffenden Flächenelemente verhalten. Es wurde auf dieselbe Weise wie bei der photographischen Keratoskopie in fünf Blick-

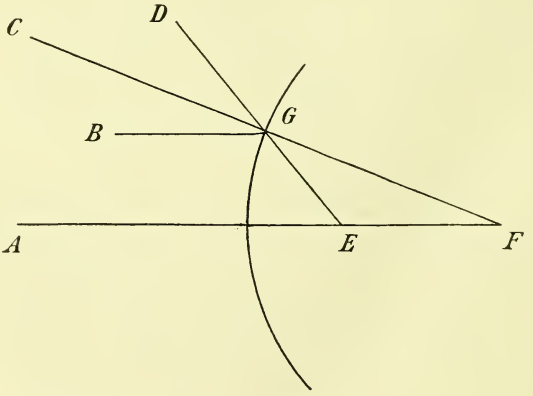

Fig. 16.

richtungen photographiert, nämlich beim Blick geradeaus ins Objektiv und bei solcher Drehung des Blickes in den vier Hauptrichtungen, daß das peripherste bei der zentralen Blickrichtung gemessene Flächenelement genau mit dem zentralsten bei der peripheren Blickrichtung gemessenen zusammenfiel.

Die Berechnung der Hornhautform aus den Ophthalmometermessungen geschieht auf folgende Weise. Es sei in der Fig. 16 AEF die zur Visierlinie parallele Hornhautnormale, die ophthalmometrische Achse der Hornhaut, DGE der von einem Objektpunkte kommende Strahl, welcher nach der Spiegelung in der Hornhaut in der Richtung GB zum Ophthalmometer geht, und CGF die Normale der Hornhaut im spiegelnden Punkte, welche mit der ophthalmometrischen Achse den Winkel $CFA = \varphi$ bildet. Beim Gebrauche des Ophthalmometers von Helmholtz oder eines Instrumentes mit ähnlicher Verdopplungsvorrichtung ist die Linie BG parallel zur Linie AF. Folglich ist der Einfallswinkel gleich φ und der Winkel DEA gleich 2φ. Bei anderen Instrumenten macht die Linie BG einen kleinen Winkel mit der ophthalmometrischen Achse, welcher jedoch bei dem Verhältnis des Abstandes des Ophthalmometers zum Hornhautradius

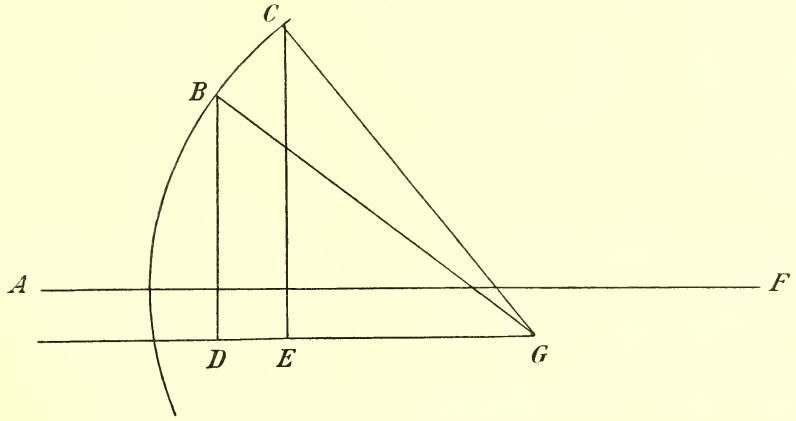

Fig. 17.

und bei den sonst der Genauigkeit der Messungen gesetzten Grenzen vernachlässigt werden darf. Dasselbe gilt von dem Abstande des Punktes E von der Hornhaut. Man erhält also entweder direkt am Gradbogen den Winkel 2φ durch den Winkelabstand des Objektpunktes von der Ophthalmometerachse, oder man erhält die Tangente desselben, indem man den Abstand des Objektpunktes von der Ophthalmometerachse durch den Abstand der achsensenkrechten Ebene, in welcher er enthalten ist, von der Hornhaut dividiert. Auf diese Weise ist der einem beliebigen Objektpunkte entsprechende Winkel φ immer mit hinreichender Genauigkeit bekannt und umgekehrt. Es sei nun wiederum in der Fig. 17 AF die ophthalmometrische Achse, und es mag das Licht von zwei verschiedenen Objektpunkten in den beiden Hornhautpunkten B C gespiegelt werden. Die in diesen Punkten gezogenen Normalen schneiden einander im Punkte G, welcher um so genauer mit dem Krümmungsmittelpunkte des Elementes BC zusammenfällt, je kleiner dieses ist, so daß der Grenzwert des Abstandes $BG = CG$ den Krümmungsradius ϱ darstellt. Durch G wird eine Linie parallel zur ophthalmometrischen Achse gezogen, wonach auf diese die Lotlinien von den Punkten B C gefällt werden. Werden nun die Abstände der Punkte B C von der Achse

mit y_1 y_2, die Abstände der Linien BD, CE von dem Schnittpunkte der Hornhaut mit der ophthalmometrischen Achse, dem ophthalmometrischen Achsenpunkte derselben, mit x_1 x_2 und die Winkel BGD, CGE mit φ_1 φ_2 bezeichnet, so hat man zunächst

$$BD = \varrho \sin \varphi_1 \qquad CE = \varrho \sin \varphi_2$$

und da $CE - BD = y_2 - y_1$ ist, so ergibt sich die allgemeine Formel zur Berechnung des Krümmungsradius

$$\varrho = \frac{y_2 - y_1}{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1}$$

in welcher $y_2 - y_1$ durch den Betrag der Verdoppelung gegeben ist bzw. auf der photographischen Platte gemessen wird, während φ_1 φ_2 durch die Lage der Objektpunkte bekannt sind. In dem speziellen Falle, wo dieselben symmetrisch zur Ophthalmometerachse liegen, und somit $\varphi_2 = -\varphi_1$ ist, kann die Formel in der ihr von Helmholtz gegebenen Gestalt

$$\varrho = \frac{\beta}{2 \sin \left(\frac{1}{2} \operatorname{arc\,tg} \frac{b}{2a} \right)}$$

geschrieben werden, wo β den Betrag der Verdoppelung, b den Abstand der im Spiegelbilde kollimierten Punkte voneinander und a den Abstand der dieselben verbindenden Linie von der Hornhaut bedeutet, und welche, je kleiner die Winkel sind, um so genauer mit der approximativen Formel

$$\varrho = \frac{2a\beta}{b} \text{ bzw. } D = kb$$

zusammenfällt, welche in der letzteren Gestalt, wo k die Ophthalmometerkonstante darstellt, der modernen Ophthalmometrie mit konstanter Verdopplungsgröße zugrunde gelegt wird.

Wie schon hervorgehoben wurde, hat man bei der Ausführung der Messungen in anderen Blickrichtungen dieselben so zu wählen, daß jedesmal ein in der vorhergehenden Messung zur Spiegelung angewendeter Hornhautpunkt auch in der folgenden zur Verwendung kommt. In dieser sekundären Blickstellung ergibt die Messung dann eine Anzahl Radien und die entsprechenden Winkel φ in bezug auf die sekundäre Achse. Dieselben werden zunächst durch Addition mit dem Betrage der Drehung der Blicklinie in die in bezug auf die ophthalmometrische Achse der Hornhaut gültigen Winkel φ umgerechnet, wonach die y-Werte in bezug auf diese Achse durch die allgemeine Formel erhalten werden. Die x-Werte erhält man unter Beachtung der aus der Fig. 17 hervorgehenden Beziehungen

$$GD = \varrho \cos \varphi_1 \qquad GE = \varrho \cos \varphi_2 \qquad GD - GE = x_2 - x_1$$

durch die Formel

$$x_2 - x_1 = \varrho (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)$$

und als Resultat der Berechnung hat man somit die Koordinaten der zur Spiegelung verwendeten Hornhautpunkte, die Neigung der Normalen in diesen Punkten und die Krümmungsradien der zwischen denselben belegenen Elemente des gemessenen Normalschnittes, Daten, welche hinreichend — aber auch notwendig — sind, um durch trigonometrische Rechnung die vollständige Einwirkung der Hornhaut auf die Strahlenbrechung zu untersuchen.

Zur Konstruktion der zur photographischen Ophthalmometrie angewendeten Scheibe mit vier konzentrischen Kreisen, denen von innen nach außen gerechnet die Werte φ_1 bis φ_4 entsprechen mögen, hat man zunächst die einem bestimmten Hornhautradius entsprechende Größe des Hornhautspiegelbildes willkürlich zu wählen und teils $2y_1$ teils die verschiedenen Werte $y_{n+1} - y_n$ gleich derselben zu machen, wonach $\sin \varphi_1 = \frac{y_1}{\varrho}$ zu setzen ist, und die übrigen Werte φ sich aus der allgemeinen Formel ergeben. Die oben formulierte Bedingung der Drehungsgröße der Blicklinie zur Photographie der Spiegelbilder in den exzentrischen Teilen der Hornhaut wird erfüllt, wenn die Fixationsmarken so angebracht werden, daß der Drehungswinkel gleich $\varphi_3 + \varphi_4$ ist. Zur ophthalmometrischen Untersuchung des Horizontalschnittes der Hornhaut mit dem Instrumente von Helmholtz stellt man am besten die beiden Lichtquellen symmetrisch auf und berechnet ein für allemal den entsprechenden Winkel φ, wonach die Blicklinie bei jeder folgenden Messung um den Betrag von 2φ gedreht wird. Ersichtlicherweise kann auch das Ophthalmometer von Javal auf verschiedene Weise zu solchen Messungen eingerichtet werden, wenn nur die Hauptbedingungen erfüllt werden, daß die Werte von y und φ in exakter Weise ermittelt und unter Anwendung exakter Formeln bearbeitet werden, was bisher nicht der Fall war. Auf jeden Fall wird aber letzteres Instrument die am wenigsten genauen Resultate ergeben, wie aus obenstehender Würdigung desselben hervorgeht.

Zur Berechnung des Astigmatismus aus der Denivellation in einer den Winkel von 45° mit den Hauptschnitten bildenden Ebene wurde oben die Regel angegeben, nach welcher die Skala zu graduieren ist. Diese Regel ergibt sich auf folgende Weise. Wird nach Ermittlung eines Hauptschnittes der Hornhaut der Bogen des Ophthalmometers um diesen Winkel gedreht und dann die Kollimation hergestellt und die Denivellation durch Verschieben der einen weißen Figur in der zur Verdopplungsebene senkrechten Richtung ausgeglichen, so sind die kollimierten Punkte die Endpunkte einer Linie, deren im Fokus des Ophthalmometers gelegene optische Projektion in der Verdopplungsebene liegt. Der Abstand dieses Fokus von den beiden nicht exakt in einer und derselben Ebene gelegenen Fokalpunkten des gespiegelten Strahlenbündels kann bei der erzielbaren Genauigkeit vernachlässigt werden, und es sind dann die beiden den Hauptschnitten entsprechenden Projektionskoeffizienten, wie aus der Formel (8) S. 15 hervorgeht, gleich den betreffenden Vergrößerungskoeffizienten, welche sich wiederum umgekehrt wie die katoptrische Brechkraft in den beiden Hauptschnitten verhalten, indem

$$K_1 D_1 = K_2 D_2 = L$$

ist, wo KD Vergrößerungskoeffizienten und Brechkräfte, L die im katoptrischen Brennpunkte der Hornhaut gemessene Konvergenz des einfallenden Strahlenbündels bedeutet. In der Formel (10) stellt ω den Winkel dar, den die zu projizierende Linie mit dem ersten Hauptschnitt bildet, während $\operatorname{tg}\omega' = 1$ ist, woraus $\operatorname{tg}\omega = \frac{D_2}{D_1}$ und somit

$$\operatorname{tg}(\omega - 45^0) = \frac{D_2 - D_1}{D_2 + D_1} = \frac{c}{b}$$

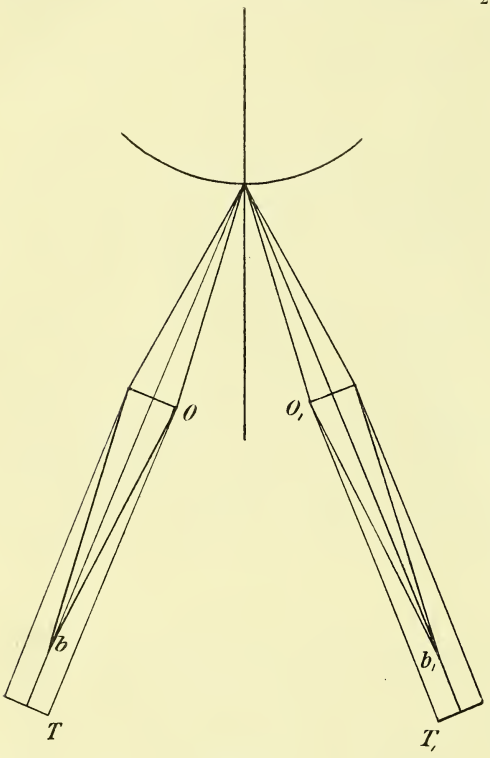

Fig. 18.

resultiert, wo c die zur Aufhebung der Denivellation erforderliche Verschiebung, b die durch die Kollimation bestimmte Länge der zu projizierenden Linie darstellt. Es mögen nunmehr D_1 D_2 die betreffende dioptrische Brechkraft darstellen, wobei die Formel unverändert bleibt. Zufolge dem Theoreme von Euler hat man dann unter Anwendung der Ophthalmometerkonstante

$$\frac{1}{2}(D_1 + D_2) = kb,$$

wodurch sich der mathematische Ausdruck der oben angegebenen Regel

$$D_2 - D_1 = 2kc$$

ergibt. Diese Formel ist somit approximativ in demselben Grade wie die allgemein in der modernen Ophthalmometrie angewendete. Die durch die Approximation bedingten Fehler sind aber bei der Messung des Astigmatismus ohne Belang und kommen erst bei der Berechnung des absoluten Betrages der Hornhautrefraktion in Betracht.

Die Dicke der Hornhaut ist im lebenden Auge nach zwei Methoden gemessen worden. Blix[1]) maß zuerst dieselbe mit seinem Ophthalmometer, welches aus zwei nach dem Schema der Fig. 18 angeordneten Mikroskopen TT, mit den Objektiven OO, besteht. Im letzteren ist das Okular durch ein hell erleuchtetes Diaphragma b, ersetzt, dessen Bild durch das Objektiv im Schnittpunkte der Achsen erzeugt wird. Da das andere Mikroskop, durch welches der Untersucher hinsieht, mittels des Fadenkreuzes b auf diesen Schnittpunkt eingestellt ist, so wird das Bild des Diaphragmas nur dann

1) a. a. O.

scharf gesehen, wenn der scheinbare Ort des Hauptpunktes einer spiegelnden Fläche im Schnittpunkte der Achsen liegt. Die Mikroskope können nun teils in unveränderter Stellung zueinander längs der Symmetrielinie des Instrumentes teils auch bei unverändertem Schnittpunkte der Achsen gleichzeitig um den gleichen Betrag längs denselben verschoben werden. Letzterer Mechanismus dient zum Messen eines Krümmungsradius, ersterer zum Messen des Abstandes zwischen zwei spiegelnden Flächen. Die Dicke der Hornhaut wird demnach dadurch gemessen, daß bei zwei sukzessiven Einstellungen unter Verschiebung des Instrumentes längs der Symmetrieachse das in der vorderen bzw. hinteren Hornhautfläche entstandene Spiegelbild scharf eingestellt wird. Die Verschiebung des Instrumentes ist dann gleich der scheinbaren Dicke, die wirkliche Dicke wird trigonometrisch berechnet.

Die trigonometrische Berechnungsmethode, welche in der Ophthalmometrie eine nicht unwesentliche Rolle spielt, sei hier kurz unter Anwendung der in der technischen Optik gebräuchlichen Bezeichnungen angegeben. Es sei in der Fig. 19 ASB eine Schnittlinie der brechenden Fläche, welche zunächst als sphärisch angesehen wird, C der Krümmungsmittelpunkt derselben, SCO die Achse, BO ein einfallender Strahl, welcher die Fläche im Punkte B schneidet, und BC die durch diesen Punkt gehende Flächennormale. Das Licht bewege sich von links nach rechts in der Figur, so daß O den Punkt darstellt, wo der einfallende Strahl die Achse schneiden würde, wenn derselbe ungebrochen durch die Fläche ASB ginge. Der Abstand OS, die Schnittweite wird mit s, der Krümmungsradius mit ϱ, der Winkel BOS, der Öffnungswinkel des Strahles BO mit u und der Einfallswinkel OBC mit i bezeichnet. Für den gebrochenen Strahl haben die Werte s′u′i′ die analoge Bedeutung. Schnittweiten und Krümmungsradien werden allgemein in der Richtung der Lichtbewegung positiv gerechnet. Um das Vorzeichen des Öffnungswinkels zu definieren, hat man zunächst auf der Fläche eine positive Richtung zu wählen, wodurch das Vorzeichen des Ortes des Schnittpunktes des Lichtstrahles mit der Fläche bestimmt wird. Der Öffnungswinkel hat dasselbe Vorzeichen wie das Produkt der Schnittweite mit diesem Orte. Wenn z. B. in der Fig. 18 die Richtung nach oben als die positive definiert wird, so hat der Öffnungswinkel des Strahles BO positives Vorzeichen. Das Vorzeichen des Einfallswinkels wird durch die ohne weiteres aus der Figur sich ergebende Gleichung

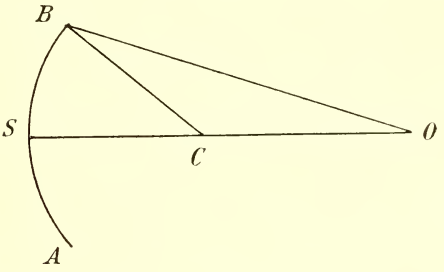

Fig. 19.

$$\frac{\sin i}{\sin u} = \frac{s - \varrho}{\varrho}$$

bestimmt[1]). Diese Gleichung stellt nebst der analogen, für den gebrochenen Strahl geltenden, und den beiden Gleichungen

1) In meiner Bearbeitung der Dioptrik von Helmholtz habe ich aus Bequemlichkeitsgründen das umgekehrte Vorzeichen des Einfallswinkels gewählt, weil ich es für unnötig hielt, dort auf die allgemeine Methode einzugehen.

$$n \sin i = n' \sin i' \qquad \varphi = u + i = u' + i'$$

wo nn' die Brechungsindizes und φ den Öffnungswinkel BCS der Normale bezeichnen, die nötigen Mittel zur trigonometrischen Verfolgung des Strahles dar. Einige Spezialfälle erfordern allerdings eine besondere Erläuterung. Im Falle $s = 0$, wo die oben angegebene Regel zur Bestimmung des Vorzeichens von u scheinbar versagt, braucht man nur die brechende Fläche um eine unendlich kleine Strecke in der einen oder anderen Richtung längs der Achse zu verschieben, um die Regel anwenden zu können. Im Falle $u = 0$ hat man an Stelle der unendlich großen Schnittweite die Einfallshöhe $h = \varrho \sin \varphi$ des Strahles zur Bestimmung desselben zu benutzen. Endlich gilt im Falle $\varrho = \infty$ die Beziehung $h = s \operatorname{tg} u = s' \operatorname{tg} u'$.

Für nichtsphärische Flächen werden Öffnungswinkel und Schnittweiten auf eine als Achse ausgewählte Flächennormale bezogen, und die Beziehung zwischen dem Öffnungswinkel des Strahles und dem Einfallswinkel nimmt allgemein die Form

$$\frac{\sin i}{\sin u} = \frac{s - M}{N}$$

an, wo N den Abstand des Schnittpunktes der Normale mit der Achse vom Einfallspunkte und M den Abstand desselben Punktes vom Schnittpunkte der Achse mit der Fläche darstellt. In Übereinstimmung hiermit wird die Einfallshöhe durch die Formel $h = N \sin \varphi$ angegeben. Voraussetzung ist, daß der Strahl in einem die Achse enthaltenden Normalschnitte verläuft. Allgemein erhält man aus der Schnittweite und dem Öffnungswinkel des einfallenden Strahles, wenn die Gleichung der Fläche bekannt ist, die Koordinaten des Einfallspunktes und aus diesen wiederum die Größen N und M, wonach die Rechnung die Schnittweite und den Öffnungswinkel des gebrochenen Strahles ergibt. Im Falle einer Umdrehungsfläche ist N gleich dem sagittalen Krümmungsradius der Fläche im Einfallspunkte, und im Falle einer Fläche zweiten Grades besteht eine einfache Beziehung zwischen dieser Größe, dem tangentialen Krümmungsradius und dem Scheitelradius.

Zur Berechnung der Dicke der Hornhaut erhält man nach der Methode von Blix die Werte s und u direkt durch den Betrag der Verschiebung des Instrumentes bzw. durch den Neigungswinkel der Mikroskopachsen zur Symmetrielinie, wonach unter Anwendung der eben angegebenen Formeln, in welchen für ϱ der tangentiale Hornhautradius einzusetzen ist, die wirkliche Hornhautdicke durch den Wert von s' erhalten wird. Bei der geringen Ausdehnung des angewendeten Flächenstückes kann die Hornhaut als sphärisch angesehen werden. Es ist aber einleuchtend, daß es auch genügt, den Öffnungswinkel des einfallenden Strahles und den Einfallswinkel zu kennen, um mit diesen Formeln den Wert von s' zu finden. Das ist die Methode, mit welcher Helmholtz den Ort der hinteren Linsenfläche bestimmte, und welche ich auf folgende Weise zur Messung der Hornhautdicke angewendet habe. Als Objekt für die Spiegelung in der hinteren Hornhautfläche wurden zwei ophthalmometrische Nernstlampen mit vertikal in einer und derselben Linie stehenden Spalten angewendet. Es zeigte sich, daß mit einem guten, 20mal vergrößernden Fernrohr bei geeigneter Lichtstärke die Spiegelbilder auch an der dünnsten Stelle außerordentlich gut sichtbar sind, sobald der Einfallswinkel ungefähr 25^0 beträgt. Die im Hornhautscheitel des zu unter-

suchenden Auges gemessene vertikale Winkeldistanz der beiden Spaltmittelpunkte war 12°, wobei das angewendete Hornhautelement hinreichend klein ist, um das fiktive Spiegelbild der vertikalen Linie, deren Endstrecken durch die Spalte bestimmt sind, als eine gerade Linie betrachten zu können. Oberhalb des Kopfes des zu untersuchenden war ein theodolithähnliches Instrument befestigt, dessen vertikale Achse unten in eine Spitze auslief. Ophthalmometrische Nernstlampen und Fernrohr wurden in einer Winkeldistanz von je 25° von der Nullstellung des Theodolithfernrohres angebracht, und es wurde zunächst die genaue Orientierung des Hornhautscheitels in der Verlängerung der vertikalen Theodolithachse mit dem um eine horizontale Achse drehbaren Beobachtungsfernrohr kontrolliert, indem dasselbe mittels Fadenkreuz auf das Hornhautspiegelbild und dann auf die Spitze eingestellt wurde, welche Kontrolle wiederholt wurde, nachdem Lampen und Fernrohr Platz gewechselt hatten. Einem kleinen, auf einem verschiebbaren Stativ befestigten Glühlämpchen mit geradem, vertikalem Faden wurde dann eine solche Stellung gegeben, daß das Hornhautspiegelbild desselben in derselben vertikalen Linie sichtbar war wie die in der hinteren Hornhautfläche entstandenen Spiegelbilder der ophthalmometrischen Nernstlampen. Der Winkelabstand des Glühlämpchens vom Fernrohre ist dann gleich dem doppelten Einfallswinkel des in der hinteren Hornhautfläche gespiegelten Lichtes, wenn der Strahlengang umgekehrt wird. Bei der Ausführung der Untersuchung wurde zunächst genau darauf geachtet, daß der Hornhautscheitel und der Mittelpunkt des Glühlämpchens in einer und derselben Horizontalebene lagen, und daß die Nernstspalte symmetrisch in bezug auf dieselbe Ebene standen. Durch Vorversuche wurde dann unter Anwendung eines in derselben Ebene beweglichen Fixationszeichens diejenige Blickrichtung ermittelt, bei welcher der Einfallswinkel, nachdem Lampen und Fernrohr Platz gewechselt hatten, approximativ unverändert blieb, eine Stellung, bei welcher die optische Achse des Auges wenig von der Nullstellung des Theodolithfernrohres abweicht, und bei welcher das in der hinteren Hornhautfläche entstehende Spiegelbild im Schnittpunkte derselben mit der zur Nullstellung des Theodolithfernrohres parallelen Normale der Vorderfläche gesehen wird. Da diese Normale beiden Flächen gemeinsam ist, so stellt dieselbe die Zentrierungsachse der beiden Hornhautflächen dar. Das Messungsergebnis ist der numerische Winkelabstand ω des Glühlämpchens von derselben, und man hat in die oben angegebenen Formeln $u = 25^0$ sowie $i = -\frac{u + \omega}{2}$ einzusetzen, um die Dicke s' der Hornhaut zu finden.

Zur **Messung der Krümmung der hinteren Hornhautfläche** habe ich gleichfalls eine von Helmholtz zur Messung der Linsenflächen benutzte Methode unter Anwendung der ophthalmometrischen Nernstlampen anwendbar gemacht. Dieselbe besteht darin, daß ein Spiegelbild, welches zu lichtschwach ist, um direkt mit dem Ophthalmometer gemessen werden zu können, mit einem in der Nähe desselben erzeugten Hornhautspiegelbilde verglichen wird, während die Größe des letzteren Spiegelbildes kontinuierlich verändert wird, bis beide Spiegelbilder gleich groß sind. Bei der eben beschriebenen Versuchsanordnung werden die Spalte horizontal gestellt und

die in der vorderen Hornhautfläche entstehenden Spiegelbilder von zwei Glühlämpchen mit geradem horizontalem Faden so eingestellt, daß je ein Spiegelbild die Verlängerung eines der in der hinteren Hornhautfläche entstandenen, von den ophthalmometrischen Nernstlampen herrührenden Spiegelbilder bildet. Das vom vertikalen Abstande der Faden der beiden Glühlämpchen repräsentierte Objekt gibt dann in der vorderen Hornhautfläche ein Spiegelbild, welches dem in der hinteren Hornhautfläche entstandenen, dem vertikalen Abstande der beiden Spalte entsprechenden gleich ist. Das Fixationszeichen wird wie bei der Messung der Dicke so gestellt, daß die Zentrierungsachse der Hornhaut mit der Nullstellung des Theodolithfernrohres zusammenfällt, und es werden Beobachtungsfernrohr und Nernstlampen in gleicher Winkeldistanz aufgestellt. Gemessen wird die Größe und Entfernung der beiden Objekte sowie ihre Winkeldistanz von der Zentrierungsachse, welche für Nernst- bzw. Glühlampen mit b a u bzw. $b_0 a_0 u_0$ bezeichnet werden mögen. Wird u bis zum Werte von 40° vermehrt, so ist die Beobachtung sehr leicht, aber durch einige Übung lernt man ohne besondere Schwierigkeit bei 25° zu beobachten. Die kleineren Winkel sind deshalb vorzuziehen, weil die Asymmetrienwerte, welche die Unähnlichkeit von Objekt und Bild bedingen, mit zunehmenden Einfallswinkeln wachsen, so daß die Berechtigung der Anwendung der Abbildungsgesetze erster Ordnung Einbuße leidet, obwohl die Formeln für jede beliebige Größe des Einfallswinkels exakt sind. Nach hinreichender Adaption in dem nur durch die zur Untersuchung angewendeten Lampen beleuchteten Zimmer sieht man die in der hinteren Hornhautfläche entstandenen Spiegelbilder augenblicklich, sobald man das Fernrohrobjektiv fixieren läßt, und man tut gut, jedesmal, wenn dieselben undeutlich werden, den Blick in diese Stellung zu bringen und dann langsam zum Fixationszeichen wandern zu lassen. Die Kontrolle der richtigen Stellung der Glühlämpchen wird am besten nach momentaner Abbrechung des Stromes im Zündungsaugenblick bewerkstelligt.

Die katoptrische Brechkraft der vorderen Hornhautfläche ist bei der sagittalen Abbildung des Nernstlampen- bzw Glühlämpchenobjektes, wenn ϱ_1 den sagittalen Krümmungsradius darstellt,

$$-\frac{2\cos u}{\varrho_1} \qquad \text{bzw.} \quad -\frac{2\cos\frac{1}{2}(u+u_0)}{\varrho_1}$$

und es mag die Größe des Spiegelbildes mit β bzw. β_0 bezeichnet werden. Laut der allgemeinen Abbildungsgleichung ist der Ausdruck $\frac{KD}{L}$ stets gleich der Einheit. Wird derselbe für beide Spiegelungen gebildet, indem die Objektabstände vom katoptrischen Brennpunkte gerechnet werden, so ergibt sich, wenn das Gleichheitszeichen zwischen beiden Ausdrücken gesetzt wird,

$$\frac{\beta_0}{\beta} = \frac{a b_0 \cos u}{a_0 b \cos\frac{1}{2}(u+u_0)}$$

in welcher Formel ersichtlicherweise die Objektabstände, wenn dieselben

sich wenig voneinander unterscheiden, aber auf der anderen Seite groß im Verhältnis zum Hornhautradius sind, ohne merkbaren Fehler vom Hornhautscheitel gerechnet werden können.

Die Brechkraft des katadioptrischen Systems, welches das in der hinteren Hornhautfläche entstehende Spiegelbild liefert, ergibt sich aus der Formel (4a) S. 13:

$$2D_1(1-\delta_1 D_1)+D_2(1-\delta_1 D_1)^2$$

wo D_1 die sagittale dioptrische Brechkraft der vorderen, D_2 die sagittale katoptrische Brechkraft der hinteren Hornhautfläche darstellt. Wenn ϱ_2 den vertikalen Radius der hinteren Hornhautfläche, n den Brechungsindex der Hornhautsubstanz bezeichnet, ist somit

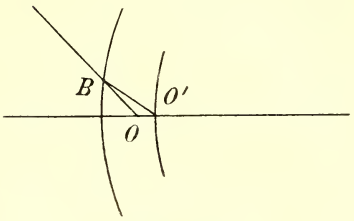

Fig. 20.

$$D_1=\frac{n\cos i'-\cos i}{\varrho_1} \qquad D_2=-\frac{2n\cos u'}{\varrho_2}$$

zu setzen, indem die Winkel auf dieselbe Weise bezeichnet werden wie oben bei der Ermittlung der Dicke.

Wenn in der Fig. 20 O' den Einfallspunkt in der hinteren Hornhautfläche darstellt, so ist O der Hauptpunkt des zusammengesetzten katadioptrischen Systems in bezug auf die sagittale Abbildung und BO gleich H, dem Abstande des Hauptpunktes vom Inzidenzpunkte in der vorderen Hornhautfläche, während $BO'=n\delta_1$ ist. Wie aus der Figur ohne weiteres hervorgeht, ist

$$n\delta_1 : H = \sin u : \sin u',$$

während nach der Formel (4a) die Beziehung

$$1-\delta_1 D_1=\frac{\delta_1}{H}$$

gilt. Es ergibt sich

$$1-\delta_1 D_1=\frac{\sin u}{n\sin u'}$$

und man erhält schließlich für die sagittale Brechkraft des katadioptrischen Systems:

$$\frac{2\sin u}{n\sin u'}\left(\frac{n\cos i'-\cos i}{\varrho_1}-\frac{\sin u}{\varrho_2 \operatorname{tg} u'}\right)$$

Da die Größe der beiden vom Nernstlampenobjekte entstandenen Spiegelbilder sich umgekehrt wie die Brechkraft des betreffenden spiegelnden Systems verhalten muß, indem bei der erreichbaren Genauigkeit der Wert von L bei beiden Spiegelungen gleichgesetzt werden kann, und da das durch das zusammengesetzte katadioptrische System erzeugte Spiegelbild die Größe β_0 hat, so verhält sich der soeben ermittelte Brechkraftwert zu dem oben angegebenen Werte $-\frac{2\cos u}{\varrho_1}$ wie β zu β_0, woraus, wenn die durch die Messung bekannte Größe $\frac{\beta_0}{\beta}$ mit ε bezeichnet wird, die Formel

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2}=\frac{\operatorname{tg} u'(n\cos i'-\cos i)}{\sin u}+\frac{n\sin u'\operatorname{tg} u'}{\varepsilon\sin u\operatorname{tg} u}$$

resultiert.

Den **Ort der Pupille** in bezug auf die Achse der Hornhautellipse bestimmte Helmholtz durch zwei Linien, welche sich im Mittelpunkte derselben schneiden, indem als Kriterium dafür, daß die Ophthalmometerachse durch den Mittelpunkt der Eintrittspupille geht, das Hornhautspiegelbild einer kleinen Lichtquelle so eingestellt wurde, daß bei geeigneter Stellung der Ophthalmometerplatten die Doppelbilder derselben in entgegengesetzten Randpunkten der Doppelbilder der Pupille sichtbar waren. Da die Hornhautellipse nach Helmholtz ohne Rücksicht auf die Lage der Pupille berechnet wird, so dürfte auch mit Ausgang von dieser Ellipse keine sicherere Methode gefunden werden können. Wenn man aber von der oben als optischen Achse definierten Hornhautnormale ausgeht, welche durch den Mittelpunkt der Pupille geht, so vereinfacht sich die Untersuchung wesentlich, indem man nur diese Achse zu ermitteln und eine durch den Mittelpunkt der Pupille gehende Linie auf schon angegebene Weise trigonometrisch zu verfolgen hat.

Die Orientierung der optischen Achse in bezug auf die Visierlinie wird am einfachsten dadurch bestimmt, daß man am Objektivende eines Fernrohres oder des Ophthalmometers eine runde weiße Scheibe mit durchbohrtem Zentrum befestigt und durch passende Aufstellung eines Fixationszeichens das Spiegelbild derselben in der Pupille zentriert. Dieselbe muß dabei gerade genug beleuchtet werden, damit sie die mittlere Größe von 4 mm Durchmesser habe, bei welcher die Achse bestimmt werden soll. Wird dann auch der hinreichend hell erleuchteten Scheibe ein solcher Durchmesser gegeben, daß das Spiegelbild derselben etwa 3 mm Durchmesser hat, so ist die Untersuchung in der Regel sehr leicht und mit hinreichender Genauigkeit auszuführen. Dieselbe ergibt die Ebene, welche durch die optische Achse und die Visierlinie geht, und den Winkel, welchen die beiden Linien einschließen. Am einfachsten bringt man das Fixationszeichen an der um die Fernrohrachse drehbaren Scheibe an, wo es längs einem Radius verschoben werden kann. Zur Ermittlung sehr genauer Resultate empfiehlt es sich, die oben angegebene Kontrollmethode von Helmholtz anzuwenden, indem zwei Glühlämpchen symmetrisch zur Ophthalmometerachse in einer die Verdopplungsebene senkrecht schneidenden Linie am Plattengehäuse angebracht werden, und dieses bei der Untersuchung stets so gedreht wird, daß das Fixationszeichen in der Verdopplungsebene liegt. Man kann dabei die Verdopplungsgröße mit den Platten entweder so wählen, daß sämtliche vier Spiegelbilder in Randpunkten der Pupille sichtbar sind, oder so, daß die zur Verdopplungsebene senkrechten, je zwei der Spiegelbilder verbindenden Linien die betreffenden Randpunkte der Pupillenbilder berühren. Im letzteren Falle ist die Verdopplungsgröße gleich dem Halbmesser der Eintrittspupille.

In einem Auge, dessen optische Achse auf diese Weise bekannt worden ist, erhält man den Abstand der Pupille vom Hornhautscheitel, wenn man in einer, einen endlichen Winkel mit dieser Achse bildenden Linie ein Hornhautspiegelbild im Zentrum der Pupille sieht und dabei den Winkelabstand der Fernrohrachse von der optischen Achse und von der Lichtquelle mißt, wonach ersterer als der Wert von u, die Hälfte des letzteren mit negativem Vorzeichen als i in die oben angegebenen Formeln einzusetzen

sind. Es ist dabei unnötig, mit der Brechung in der hinteren Hornhautfläche zu rechnen, sondern man führt für n den Brechungsindex des Kammerwassers ein und erhält im Werte von s′ den Ort der Pupille mit derselben Rechnung wie bei der Messung der Hornhautdicke. Bei der praktischen Ausführung der Untersuchung kann man unter Anwendung der weißen Scheibe die Fernrohrachse an derselben vorbeigehen lassen und das Spiegelbild durch Verschieben der Fixationsmarke zentrieren, bei der Anwendung des Ophthalmometers von Helmholtz nach der ursprünglichen Vorschrift ein einziges Glühlämpchen anwenden, welches auch bei feststehendem Fixationszeichen verschiebbar gemacht werden kann. Schwierigkeiten können bei astigmatischen Hornhäuten entstehen, wenn die Visierlinie und die optische Achse nicht in einem Hauptschnitte liegen Ist aber dies der Fall, oder ist nur ein physiologischer Astigmatismus vorhanden, so gelingt es gewöhnlich ohne Schwierigkeit, eine durch die optische Achse des Auges gehende Ebene zu finden, welche die Ophthalmometerachse und das Zentrum der Lichtquelle enthält, während das Spiegelbild desselben in der Eintrittspupille zentriert ist. In den best gebauten Augen, welche allein zu physiologischen Untersuchungen angewendet werden sollten, fällt diese Ebene mit der Symmetrieebene des Auges zusammen, welche, wenn vorhanden, durch die Bestimmung der optischen Achse bestimmt ist. Bei solchen Augen hat man somit Fixationszeichen, Zentrum der Lichtquelle und Fernrohrachse in diese Ebene zu verlegen, um das exakteste Resultat zu erhalten.

Läßt man bei diesem Versuche das Fernrohrobjektiv fixieren, so ergibt derselbe den Einfallswinkel der Visierlinie, und es folgt hieraus, daß es genügt, denselben und den Winkel, den diese Linie mit der optischen Achse bildet, zu kennen, um den Ort der Pupille zu berechnen. Es dürfte sich aber allgemein empfehlen, zu dieser Berechnung einen größeren Wert des Einfallswinkels zu wählen; denn da es sich darum handelt, den Schnittpunkt zweier Linien zu ermitteln, so ist es einleuchtend, daß die Beobachtungsfehler eine um so größere Bedeutung gewinnen, je kleiner der zwischen beiden Linien eingeschlossene Winkel ist. Auf der anderen Seite empfiehlt es sich nicht, allzu große Einfallswinkel zu wählen, wofern man mit dem Krümmungsradius der optischen Zone der Hornhaut rechnen will.

Ersichtlicherweise kann nach dieser Methode der Ort der Pupille ebensogut bestimmt werden, wenn der Durchmesser derselben unter dem angegebenen Maße liegt, obwohl die durch den Mittelpunkt gehende Hornhautnormale bei sehr kleiner Pupille die an eine optische Achse des Auges zu stellenden Anforderungen nicht immer so gut erfüllt. Bei einem 4 mm übersteigenden Pupillendurchmesser verliert aber die Methode an Exaktheit, je größer die Pupille wird, da wegen der Asymmetrie der Hornhaut das Zentrum der Eintrittspupille nicht das optische Bild des Mittelpunktes der anatomischen Pupille darstellt, welche Fehlerquelle offenbar mit zunehmender Pupillenweite um so mehr in die Wagschale fallen muß, ein je größerer Teil der Pupille außerhalb der optischen Zone der Hornhaut liegt. Überhaupt darf man sich über die Exaktheit der Messungsergebnisse keine Illusionen machen, sondern es empfiehlt sich im Gegenteil, dieselbe durch Wiederholen der Messungen unter verschiedenen Einfallswinkeln und mit der zur optischen Achse symmetrischen Versuchsanordnung in jedem Falle,

wo größere Anforderungen gestellt werden, zu prüfen. Um die Genauigkeit zu steigern, dürfte es kein anderes Mittel geben als die Helmholtzsche Schmiegungsellipse oder noch besser die durch multiple Messungen in dem zur Untersuchung angewendeten Hornhautschnitt auf oben angegebene Weise ermittelte Hornhautform den Rechnungen zugrunde zu legen, wobei diese aber wesentlich komplizierter werden. Dagegen bedingt die Vernachlässigung der Brechung in der hinteren Hornhautfläche bei mäßigen Einfallswinkeln nur einen Fehler von etwa $^1/_{100}$ mm, wovon ich mich durch vergleichende Rechnungen überzeugt habe.

Zur Ermittlung der Tiefe der vorderen Kammer verwendete Helmholtz eben die angegebene Methode der Bestimmung des Ortes der Pupille. Ob der so erhaltene Wert für die Vorwölbung der vorderen Linsenfläche innerhalb des Pupillargebietes korrigiert werden soll, scheint mir zweifelhaft, da die Iris tatsächlich nicht unendlich dünn ist, und die Pupille bei der Einstellung unter endlichem Winkel der Ophthalmometerachse mit der optischen Achse des Auges in perspektivischer Verkürzung gesehen wird. Will man eine solche Korrektion einführen, so empfiehlt es sich, dazu die Parabelgleichung anzuwenden, laut welcher der vordere Linsenscheitel um den Betrag $\frac{R^2}{2\varrho}$ vor der Pupillarebene liegt, wenn R den Halbmesser der Pupille und ϱ den Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche darstellt.

Eine andere Methode, dasselbe Ziel auf demselben Wege zu erreichen, rührt von Mandelstamm und Schöler[1]) her. Dieselbe stellt sozusagen eine Verbesserung des Kornealmikroskopes von Donders dar, mit welchem die Messung durch sukzessive Einstellungen auf die eventuell durch Calomel sichtbar gemachte vordere Hornhautfläche und auf den Irisrand bewerkstelligt wurde. Die wegen der Schwierigkeit, das Auge während der beiden Einstellungen ruhig zu halten, in der Duplizität derselben enthaltene Fehlerquelle wurde dadurch beseitigt, daß an Stelle der vorderen Hornhautfläche ein von derselben entworfenes Spiegelbild als Vergleichspunkt diente, dessen Ort in die Ebene der Eintrittspupille verlegt wurde, so daß nur eine Einstellung nötig war. Zu diesem Zwecke befand sich zwischen Mikroskop und Hornhaut eine unbelegte spiegelnde Glasplatte, durch welche Licht in der Richtung der Achse des Mikroskopes in das Auge geworfen, während durch optische Mittel das Spiegelbild der Lichtquelle an den richtigen Ort verlegt wurde. Der berechnete Ort des Hornhautspiegelbildes ist dann der Ort der Eintrittspupille. Die Czapskische binokulare Hornhautlupe wurde neuerdings auf Anregung Ambergs[2]) für diese Methode eingerichtet.

Von den Methoden, die Tiefe der vorderen Kammer ohne Anwendung des Pupillenrandes als Einstellungsobjekt zu messen, kommt in erster Linie die oben zur Messung der Dicke der Hornhaut beschriebene in Betracht. Wegen des asymmetrischen Baues der Hornhaut empfiehlt es sich auch hierbei, durch eine hinreichende Anzahl von Vorversuchen eine Stellung des

1) L. Mandelstamm und H. Schöler, Eine neue Methode zur Bestimmung der optischen Konstanten des Auges. Arch. f. Ophth. XVIII. 1. 1872. S. 155.

2) H. Amberg, Über eine Modifikation des Czapskischen Kornealmikroskopes zur Bestimmung der Vorderkammertiefe sowie der übrigen optischen Konstanten des Auges. Klin. Monatsbl. f. Augenheilkunde. XLVII. 2. 1909. S. 60.

Auges zu ermitteln, bei welcher der Einfallswinkel, nachdem Fernrohr und ophthalmometrische Nernstlampen den Platz gewechselt haben, annähernd denselben Wert hat, wobei der Berechnung der Mittelwert der Ergebnisse einer Serie in beiden Einfallsrichtungen ausgeführten Untersuchungen zugrunde gelegt wird. Ein Öffnungswinkel von 20^0 ist vollkommen genügend. Wegen der relativ schwachen Intensität der in der vorderen Linsenfläche entstehenden Spiegelbilder tut man gut, das Glühlämpchen entweder mit verminderter Stromstärke brennen zu lassen oder durch Vorschalten eines roten oder andersfarbigen lichtabsorbierenden Glases auf die passendste Lichtstärke zu bringen. Von der Exaktheit der Methode gilt das oben Gesagte. Wäre die optische Zone der Hornhaut wirklich exakt sphärisch gekrümmt, so würde man mit derselben den Abstand der vorderen Linsenfläche von der vorderen Hornhautfläche längs der den beiden Flächen gemeinsamen Normale erhalten.

Die bisher sicherste Methode zur direkten Messung der Tiefe der vorderen Kammer dürfte die oben beschriebene von Blix sein. Von sonstigen Methoden wären hier nur noch die von Hegg[1]) mit stereoskopischem Instrumente und wandernder Marke sowie die von Grönholm[2]) mit dem Orthoskope zu erwähnen.

Der Ort der hinteren Linsenfläche kann, wenn es sich um einigermaßen zuverlässige Werte handelt, nur mit der von Helmholtz angewendeten, hier schon mehrfach besprochenen Methode erhalten werden. Der Einfachheit wegen empfiehlt es sich, auch bei dieser Untersuchung durch Vorversuche eine solche Stellung von Lichtquelle und Fernrohr zu ermitteln, daß die Einfallswinkel in der Hornhaut annähernd gleiche Werte haben. Bei der trigonometrischen Rechnung wird man, je nach der erzielten Exaktheit, die Krümmung der optischen Zone der Hornhaut, die Schmiegungsellipse oder die durch multiple Messungen der verschiedenen Krümmungsradien im angewendeten Hauptschnitte ermittelte exakte Form benutzen. Zur Ausführung derselben muß die Krümmung der vorderen Linsenfläche bekannt sein, und man hat, wenn es sich um genaue Resultate handelt, die Form derselben am besten als parabolisch zu behandeln. Dabei ist es aber auch nicht angängig, mit einem Totalindex der Linse zu rechnen. Eigentlich sollte man unter Anwendung der von mir angegebenen Formeln den gekrümmten Lichtweg in der Linsensubstanz berechnen, was aber sehr umständliche Rechnungen erfordert. Es dürfte auch, bis die Form der vorderen Linsenfläche näher bekannt wird, hinreichend sein, wenn man an Stelle dieses krummlinigen Lichtweges den in der äquivalenten Kernlinse gebrochenen Strahl setzt. Am einfachsten gestaltet sich die Rechnung, wenn die Krümmungsradien der Hornhaut in den beiden zum Durchgange des Lichtes angewendeten Punkten annähernd gleiche Werte haben, wobei man den Mittelpunkt der tangentialen Krümmung in die trigonometrischen Formeln einführt und das ganze System als ein Umdrehungssystem behandelt. Bei der sukzessiven Anwendung der Formeln auf mehrere Flächen

1) E. Hegg, Eine neue Methode zur Messung der Tiefe der vorderen Augenkammer. Arch. f. Augenheilkunde. XLIV. Erg.-Heft. 1901. S. 84.

2) V. Grönholm, Eine einfache Methode die Tiefe der vorderen Augenkammer zu messen. Skand. Arch. f. Physiologie. XIV. 1903. S. 235.

empfiehlt es sich, die in der technischen Optik gebräuchliche Bezeichnung einzuführen, indem beispielsweise $u'_2 = u_3$ den Öffnungswinkel des Strahles nach dem Durchgang durch die zweite Fläche und vor dem Einfall in die dritte, $n'_2 = n_3$ den Brechungsindex des zwischen diesen Flächen liegenden Mediums darstellt, während der Unterschied $s'_2 - s_3$ durch die längs der Achse gemessene Dicke des zwischen denselben belegenen Mediums erhalten wird.

Die Krümmung der Linsenflächen soll unter Anwendung der ophthalmometrischen Nernstlampen direkt mit dem Ophthalmometer von Helmholtz nach der oben für die hintere Hornhautfläche angegebenen Methode gemessen werden. Bei der schiefen Inzidenz wird die genaue Ausführung der Messung sehr erleichtert, und die Messung des sagittalen Krümmungsradius anstatt des tangentialen setzt auch den Einfluß der durch die Asymmetrie des Auges bedingten Fehlerquellen wesentlich herab. In den Fällen, wo die Behandlung des optischen Systems des Auges als ein Umdrehungssystem erlaubt erscheint, ist auch die exakte Berechnung nach dieser Meßmethode sehr einfach. Für die Brechkraft eines beliebigen zusammengesetzten Systems habe ich eine allgemeingültige Summenformel [1]) angegeben, welche für die sagittale Brechkraft eines aus m Flächen bestehenden Umdrehungssystems längs einem beliebigen, die Umdrehungsachse schneidenden Hauptstrahle die Form

$$D_{1\,m} = n_1\, n'_m \sin u_1 \sin u'_m \sum_{m} \frac{D}{n n' \sin u \sin u'}$$

annimmt. Wird das Licht im Schnittpunkte der m-ten Fläche mit der Achse reflektiert, so besteht das katadioptrische System aus $2m - 1$ Flächen, und der Brechkraftwert desselben erhält, wenn die Lichtquelle in Luft belegen ist, die Form,

$$\frac{2 \sin u_1 D_1}{n'_1 \sin u'_1} + \frac{2 \sin^2 u_1 D_2}{n_2 n'_2 \sin u_2 \sin u'_2} + \ldots\ldots - \frac{2 \sin^2 u_1}{n_m \sin u_m \operatorname{tg} u_m \varrho_m}$$

indem die dioptrischen Einzelsysteme paarweise die gleiche Brechkraft haben. Die einzuführenden Glieder, welche der dritten, vierten usw. Fläche entsprechen, haben genau die analoge Form wie das der zweiten Fläche entsprechende. Das erste und letzte Glied sind schon durch die Berechnung der Krümmung der hinteren Hornhautfläche bekannt geworden. Für D ist überall die sagittale Brechkraft einzusetzen. Die hierzu nötigen Einfalls- und Brechungswinkel, sowie die Öffnungswinkel der Strahlen sind durch die Ermittlung des Ortes der betreffenden Fläche bekannt geworden.

Für den Fall, daß man nur einen weniger genau berechneten Wert braucht, kann man auch aus der durch die Messung ermittelten Brechkraft des betreffenden katadioptrischen Systems den Krümmungsradius aus der Formel (4a) S. 13 berechnen, indem, wenn ϱ_m den gesuchten Radius bezeichnet, $D_2 = -\frac{2 n_m}{\varrho_m}$ gesetzt wird, und D_1 die Brechkraft des vor der spiegelnden Fläche befindlichen optischen Systems, δ_1 den reduzierten Abstand derselben Fläche vom zweiten Hauptpunkte dieses Systems darstellt.

1) S. z. B. meine Bearbeitung der Helmholtzschen Dioptrik S. 241.

Während die Zuverlässigkeit der Ophthalmometrie der vorderen Linsenfläche wohl nach dieser Methode in geeigneten Fällen als befriedigend angesehen werden muß, so ist man noch weit davon entfernt, dasselbe von den Messungen des Ortes und der Krümmung der hinteren Linsenfläche sagen zu können. Teils ist nämlich die nach aller Wahrscheinlichkeit nicht symmetrische Form der vorderen Linsenfläche nicht mit hinreichender Genauigkeit bekannt, und teils sind zur exakten Verwertung der Messungen, wie aus dem Obenstehenden hervorgeht, sehr komplizierte Rechnungen erforderlich, welche wiederum multiple Messungen der verschiedenen Radien in dem verwendeten Hauptschnitte voraussetzen. Wenn dies nun auch betreffs der Hornhautkrümmung geschehen kann, so liegen bisher keine Untersuchungen vor, welche beweisen, daß solche Messungen an der vorderen Linsenfläche mit hinreichender Genauigkeit praktisch ausführbar sind. Die Form dieser Fläche ist zwar am toten Auge unter Beobachtung nötiger Vorsichtsmaßregeln von Dalén[1]) gemessen und mit der von mir für die Hornhaut angegebenen Methode berechnet worden, wodurch sich eine beträchtliche Abflachung nach der Peripherie ergab. Zur quantitativen Bestimmung der Flächenform im lebenden Auge dürften aber diese Untersuchungen wohl nicht angewendet werden können, und wenn man auch mit denselben einen schematischen Durchschnitt der vorderen Linsenfläche konstruieren wollte, so würde die Ophthalmometrie der hinteren Linsenfläche wenig dadurch gefördert werden, da die Untersuchungen doch kaum in so großer Anzahl vorgenommen werden können, daß eine schematische Linsenform zugrunde gelegt werden kann. Wenn oben das Paraboloid als die vorläufig bei der Berechnung anzuwendende Form angegeben wurde, so ist dies nur ein Mittel, der wahrscheinlichen Form näher kommen zu können. Im lebenden Auge wurde die Form der Linsenflächen von Besio[2]) mit der Methode von Tscherning[3]) untersucht.

Das wesentliche dieser Methode besteht in der Vereinfachung der Untersuchung und der Rechnung sowie in der Ermittlung der Krümmungsradien durch trigonometrische Verfolgung von Strahlen, welche durch die Krümmungsmittelpunkte gehen. Nachdem eine Zentrierungsachse bestimmt worden ist, wird, um z. B. den Ort des Krümmungsmittelpunktes der vorderen Linsenfläche zu bestimmen, bei endlicher Neigung der Fernrohrachse zu dieser Zentrierungsachse ein Hornhautspiegelbild mit dem in der vorderen Linsenfläche entstandenen Spiegelbilde einer am Fernrohr befestigten Lichtquelle kollimiert. Der Winkelabstand der das Hornhautspiegelbild erzeugenden Lichtquelle von der Fernrohrachse ist der doppelte Einfallswinkel, während der Öffnungswinkel des Strahles durch den zwischen letztgenannter Achse und Zentrierungsachse eingeschlossenen Winkel gegeben ist. Lampen, Fernrohr und Fixationsmarke sind an einem Gradbogen befestigt („Ophthalmophakometer“). Während somit bei der Methode von Helmholtz unter Anwendung der ophthalmometrischen Nernstlampen ein Krümmungs-

1) A. Dalén, Ophthalmometrische Messungen an der toten menschlichen Kristalllinse. Mitt. a. d. Augenklinik d. Carol. Med. Chir. Inst. z. Stockholm. 1905.

2) E. Besio, La forme du cristallin humain. Journal de physiologie et de pathologie générale. III. 1901. S. 547, 761, 783.

3) M. Tscherning, Optique physiologique. Paris 1898.

radius durch eine einzige Messung erhalten wird, und ein Fehler in dem Werte des Ortes der Fläche relativ wenig auf das Resultat einwirkt, so ermittelt Tscherning den Krümmungsradius durch die Differenz von zwei Messungen, in welchen der betreffende Fehler unvermindert zur Geltung kommt und sogar im Endresultate durch Summierung verdoppelt werden kann. Hierzu kommt noch, daß, wie oben auseinandergesetzt wurde, die Ortsbestimmung mit trigonometrischer Rechnung die unsicherste unter den ophthalmometrischen Methoden darstellt und wohl eine kompliziertere Rechnung erheischen könnte, keineswegs aber eine Vereinfachung derselben zuläßt. In exakt zentrierten, aus sphärischen Flächen bestehenden Umdrehungssystemen wäre wohl die Methode von Tscherning zuverlässiger, bei der Anwendung auf das Auge werden aber durch dieselbe so viele und so große Fehlerquellen eingeführt, daß die Ergebnisse nicht ohne Kontrolle mit exakter Methode angewendet werden dürfen. Daß aber die Ermittlung des Ortes eines Krümmungsmittelpunktes auf trigonometrischem Wege unter Anwendung exakter Berechnungsmethoden ein zu gewissen Zwecken verwertbares ophthalmometrisches Mittel darstellen kann, sei hiermit nicht in Abrede gestellt.

In das Gebiet der Ophthalmometrie gehört auch die Berechnung des schematischen Wertes der Brechkraft der Linsensubstanz, welcher zur Berechnung des Ortes und der Krümmung der hinteren Linsenfläche aus den Messungsresultaten notwendig ist. Wenn es sich nur um approximative Berechnungen handelt, so kann man dabei die Linse als homogen betrachten, wobei der betreffende Totalindex bekannt sein muß. Nachdem ich durch Ermittlung der Abbildungsgesetze für heterogene Medien bewiesen hatte, daß die Matthießensche Annahme, daß der Totalindex sich aus den durch refraktometrische Untersuchungen gewonnenen Resultaten berechnen ließe, grundlos ist, war es notwendig, denselben bzw. die Brechkraft der Linse durch direkte Untersuchungen zu bestimmen. Zu diesem Zwecke gibt es vorläufig kein anderes Mittel, als die durch Extraktion der Linse entstehende Refraktionsänderung des Auges in Rechnung zu ziehen. Dies geschieht am einfachsten auf folgende Weise. Die allgemeinen, auf die Hauptpunkte der Hornhaut bezogenen Abbildungsgleichungen

$$B = A + D_h \qquad KB = A$$

ergeben, wenn H_h den Abstand des ersten Hauptpunktes des Hornhautsystems von der vorderen Hornhautfläche, δ den reduzierten Abstand des optischen Zentrums der Linse vom zweiten Hauptpunkte dieses Systems, $\varkappa$ den Vergrößerungskoeffizienten in demselben optischen Zentrum und x den scheinbaren Ort desselben in bezug auf die vordere Hornhautfläche darstellen, somit ABK durch $\frac{1}{x - H_h} \frac{1}{\delta} \varkappa$ ersetzt werden:

$$\varkappa = 1 - \delta D_h \qquad x = \frac{\delta}{\varkappa} + H_h$$

Der Abstand der Hauptpunkte der Linse voneinander kann mit Hinsicht auf die Genauigkeit, mit welcher die Refraktionsänderung klinisch bestimmt werden kann, ohne Schaden vernachlässigt werden, wobei an deren Stelle das optische Zentrum der Linse in denjenigen Punkt verlegt wird, dessen Abstände von den beiden Linsenflächen im schematischen Auge sich wie die

Krümmungsradien verhalten. Nach Einsetzen des so definierten Wertes von δ ergeben sich aus den Gleichungen $\varkappa$ und x.

Wird die Brechkraft von Hornhaut-, Linsen- und Vollsystem mit bzw. $D_h D_l D_t$ bezeichnet, so hat man laut der allgemeinen Formel (3b) für die Zusammensetzung zweier Systeme

$$D_t = D_h + \varkappa D_l$$

Stellen weiter bei der scharfen Abbildung im Vollauge bzw. im linsenlosen Auge AB bzw. $A_0 B_0$ die im scheinbaren bzw. wirklichen Orte des optischen Zentrums der Linse gemessenen reduzierten Konvergenzen der Strahlenbündel dar, so ist

$$\varkappa^2 B = A + \varkappa D_t \qquad \varkappa^2 B_0 = A_0 + \varkappa D_h$$

und es resultiert, da die im linken Membrum stehenden Werte in beiden Gleichungen identisch sind,

$$A_0 - A = \varkappa^2 D_l$$

Durch diese Formel erhält man aus der klinisch ermittelten, auf den Ort x bezogenen Refraktionsänderung unter Berücksichtigung der Aberration im linsenhaltigen Auge den schematischen Wert der Brechkraft der Linse, mit welchem wiederum unter Anwendung der schematischen Werte der Krümmungsradien der Linsenflächen der Totalindex der Linse bzw. unter Anwendung der Ergebnissse der refraktrometrischen Untersuchungen die Konstanten der schematischen äquivalenten Kernlinse berechnet werden. Je nach der erzielten Genauigkeit wird man seinen Rechnungen den Totalindex oder die Kernlinse zugrunde legen.

Daß die Bestimmung der Brechkraft der Linse nicht nach Herausnahme derselben aus dem toten Auge mit Anspruch auf Zuverlässigkeit vorgenommen werden kann, beruht darauf, daß dieselbe von dem Verlaufe der Isoindizialflächen abhängig ist, und bei jeder Formänderung der Linse der Totalindex wechselt.

V. Spezielle Methoden zur Erforschung des Akkommodationsmechanismus.

Was zunächst die Methoden zur Beobachtung am lebenden Auge betrifft, so lehrt der erste Blick die die Akkommodation begleitende Pupillenverengerung kennen, und man braucht nur ein jugendliches Auge bei ausgiebiger Akkommodationsveränderung mit der Czapskischen binokularen Lupe zu untersuchen, um die stärkere Vorwölbung der Irisfläche, die Verminderung der Tiefe der vorderen Kammer im zentralen Teile und das Zurückweichen der peripheren Teile der Regenbogenhaut während des Akkommodationsaktes zu konstatieren. Werden zwei Lichtquellen — am besten ophthalmometrische Nernstlampen — wie oben zur Messung der sagittalen Krümmung einer Linsenfläche angegeben wurde — aufgestellt, so kann man direkt oder noch besser mit einem Fernrohre die akkommodative Größenveränderung der in den Linsenflächen entstehenden Spiegelbilder beobachten. Die ophtalmometrischen Methoden geben näheren Aufschluß über die quantitative Veränderung der Krümmungsradien und die Ortsveränderung der vorderen Linsenfläche, während eine akkommodative

Verschiebung der hinteren Linsenfläche, wie aus dem oben Gesagten hervorgeht, bisher nicht konstatiert ist, da sich gegenteilige Untersuchungsergebnisse durch die Fehlerquellen der Methoden erklären. Ophthalmometrisch wurde auch die akkommodative Verschiebung des Zentrums der Eintrittspupille konstatiert, während die wohl wenigstens teilweise mit derselben im Zusammenhang stehende akkommodative Richtungsänderung der Augenachse direkt unter Anwendung der ophthalmometrischen Nernstlampe beobachtet werden kann. Man stellt zu diesem Zwecke dieselbe mit vertikalem Spalte seitlich und etwas nach hinten vom untersuchten Auge auf, während das Licht auf dasselbe fällt, wonach die Lampe so weit nach hinten verschoben wird, bis kein Licht mehr die vordere Irisfläche trifft, sondern dasselbe sich am nasalen, die vordere Kammer begrenzenden Teile der Sklera in einen kleinen hellen Fleck sammelt, welcher von außen bequem sichtbar ist. Läßt man dabei das Auge ohne Richtungsänderung der Visierlinie akkommodieren, so bewegt sich oft der kleine Lichtfleck rückwärts näher dem Limbus als ein Zeichen dafür, daß das Auge eine kleine Drehung in temporaler Richtung ausführt. Die hierdurch bewiesene Änderung der Zentrierung des Auges während des Akkommodationsaktes stellt offensichtlich noch eine ernste Fehlerquelle der ophthalmometrischen Untersuchung dar, durch welche die akkommodative Veränderung des Ortes und der Krümmung besonders der hinteren Linsenfläche bestimmt wird.

Zur Beurteilung des Zusammenhanges zwischen der Pupillenverengerung und der Akkommodation genügen bekannte experimentelle und klinische Erfahrungstatsachen. So wird durch Kokain die Pupillenverengerung gehemmt, während die Akkommodation mehr oder weniger unbehindert ist, und wenn man nach dem Vorgange von Heß zuerst Homatropin bis zur erzielten Mydriasis, dann Eserin einträufelt, so ist in einem gewissen Stadium vor dem Eintritte der Myosis die maximale Akkommodation sehr leicht auszuführen. In Übereinstimmung hiermit können auch Augen mit kongenitalem Irismangel akkommodieren. Auf der anderen Seite lehrt die klinische Erfahrung, daß bei vollständiger diphterischer Akkommodationslähmung die das Nahesehen begleitende Pupillenverengerung bei kräftiger Konvergenz auf schönste Weise eintreten kann.

Wenn hieraus hervorgeht, daß kein wesentlicher Zusammenhang zwischen dem Mechanismus der Akkommodation und dem der Pupillenverengerung vorhanden ist, so wird auf der anderen Seite die Vertiefung der peripheren Teile der vorderen Kammer durch die gestaltliche Veränderung der Linse verursacht, indem die inkompressible Kammerflüssigkeit nicht durch die Pupille nach der hinteren Kammer entweichen kann. Daß wirklich dieser Mechanismus wirksam ist, und das Zurückweichen der peripheren Teile der Iris nicht, wenigstens nicht ausschließlich durch Muskelzug bewirkt wird, beweist ein Fall von Ulbrich[1]), wo in der Iris eine durch eine dünne Membran ausgekleidete Lücke vorhanden war, und die Membran sich bei der Akkommodation einstülpte. Daß wiederum die Pupillenverengerung nicht die mechanische Folge der akkommodativen Veränderung der Linsen-

1) H. Ulbrich, Zur Lehre von der intraokulären Flüssigkeitsströmung. Ber. über die 34. Vers. d. Ophth. Ges. Heidelberg, 1907. S. 105.

form ist, wie man daraus hat schließen wollen, daß sich die Pupille bei der Entleerung der vorderen Kammer verengt, ist leicht einzusehen, da der Abstand des Pupillenrandes vom Irisansatze beim Zurückweichen der peripheren Iristeile vermehrt wird, so daß, wenn keine Sphinkterkontraktion einträte, eine Erweiterung der Pupille zustande kommen müßte.

Es geht aus dem Gesagten hervor, daß der Zusammenhang der akkommodativen Pupillenverengerung mit der Formveränderung der Linse nur durch die Innervation vermittelt wird, und daß die Pupillenverengerung, deren wesentliche Bedeutung in der Vermehrung der Tiefe der Abbildung liegt, nur insofern auf den Akkommodationsmechanismus einwirken kann, als die Gegenwart der Regenbogenhaut die Form der peripheren Teile der vorderen Linsenfläche mechanisch zu beeinflussen imstande sein kann. Ob dies überhaupt der Fall ist, läßt sich aber vorläufig nicht beurteilen.

In der Vorstellung, daß die Krümmung der peripheren Teile der vorderen Linsenfläche von prinzipieller Bedeutung für die Beurteilung des Mechanismus der Akkommodation wäre, hat Tscherning die Distorsion der in derselben entstehenden Spiegelbilder untersucht. Aus dieser läßt sich aber kein direkter Schluß ziehen, da auf den Distorsionswert sowohl die Krümmung wie die Lage des vorderen Linsenpoles einwirkt. Die oben zitierten Untersuchungen von Besio ergeben, wenn die Fehlerquellen der Methode unbeachtet bleiben, eine bei der Akkommodation zunehmende Abflachung der peripheren Teile der Linse. Sowohl diese Untersuchungen wie die Beobachtung der Distorsionsänderung erfordern die Kokainisierung, wenn dieselben bei einigermaßen ausgiebiger Akkommodation ausgeführt werden sollen. Das Ergebnis ist wohl vorläufig, daß die Frage nicht entschieden ist. Hauptsache ist aber, daß dieselbe keine wesentliche Bedeutung für unsere Kenntnis vom Akkommodationsmechanismus hat. Von Tscherning wurde auch die Untersuchung der Aberration während der Akkommodation in den Bereich der zur Erforschung des Akkommodationsmechanismus dienenden Methoden einbezogen. Seine Methoden waren aber, wie ich an anderer Stelle eingehend auseinandergesetzt habe, unzuverlässig, und die gesamten Untersuchungen haben nur das Resultat ergeben, daß die periphere Totalaberration des Auges in vielen Fällen während der Akkommodation negativ wird, und daß diese Erscheinung, welche in der Dioptrik der Kernlinse eine mathematische Erklärung findet, für den Akkommodationsmechanismus unwesentlich ist.

Durch die von Heß[1]) eingeführten Methoden wurde die im Endstadium der Akkommodation eintretende Dislokation der Linse in der Richtung der Schwerkraft entdeckt. Die entoptische Untersuchung einer kleinen in seiner Linse vorhandenen punktförmigen Trübung unter Anwendung eines sehr kleinen, 12 mm vor dem Auge befestigten Loches als Lichtquelle ergab bei kräftiger Akkommodationsanstrengung gegen Ende der entoptisch beobachteten Pupillenkontraktion eine Dislokation des entoptischen Schattens nach oben im Zerstreuungskreise. Die Verschiebung erfolgte bei beliebiger Kopfhaltung und vertikaler Pupillenebene stets in der der Wirkung der

1) C. Heß, Über einige bisher nicht gekannte Ortsveränderungen der menschlichen Linse während der Akkommodation. Ber. über die 25. Vers. der Ophth. Ges. Heidelberg 1896. S. 41. — Arbeiten aus dem Gebiete der Akkommodationslehre. Arch. f. Ophth. XLII, 1. S. 228 und 2. S. 80. XLIII, 3. S. 477.

Schwerkraft entgegengesetzten Richtung, während bei horizontaler Pupillenebene ohne Änderung der Fernpunktlage eine Zunahme der Akkommodationsbreite bei vornübergeneigtem, eine Abnahme bei hintenübergeneigtem Kopfe stattfand. Durch die Verschiebung des entoptischen Schattens wurde der Betrag des Herabsinkens der Linse teils bei starker willkürlicher Akkommodation teils nach Eserinisierung gemessen. Die Ergebnisse der Messungen wurden von Heine[1]) an der bei der Dezentration eintretenden Scheinverschiebung gesehener Objekte und an der Parallaxe der in der Hornhaut und in der hinteren Linsenfläche entstehenden Spiegelbilder bestätigt. Heß hatte durch objektive Untersuchungen teils konstatiert, daß im Zustande starker Akkommodation die Linse bei Augenbewegungen schlottert, wobei sogar die Iris am Schlottern teilnehmen kann, teils auch durch Beobachtung von Fällen mit Linsentrübungen bei fokaler Beleuchtung mit Lupenvergrößerung sowie durch Beobachtung der vom Linsenepithel herrührenden Zeichnung[2]) bewiesen, daß auch die vordere Linsenfläche das Herabsinken und die Schlotterbewegung mitmacht, während bei der Beobachtung der Spiegelbilder das der hinteren Fläche allein zu schlottern scheint und entweder allein oder doch in höherem Grade als das der vorderen Linsenfläche herabsinkt.

Eine ganz eigentümliche Methode hat Gertz in der oben S. 126 gewürdigten Untersuchung des sekundären katadioptrischen Bildes angewendet, welche ihm das Resultat ergab, daß im untersuchten Falle der hintere Linsenpol bei der Akkommodation keine merkliche axiale Verschiebung erfuhr, und daß die Krümmung der hinteren Linsenfläche in dem gemeiniglich angenommenen Grad akkommodativ zunahm. Da es sich hierbei nur um den Vergleich der Ergebnisse verschiedener Untersuchungen eines und desselben Auges unter dem Einflusse ähnlicher Fehlerquellen handelt, so dürften sich die Fehler größtenteils aufheben und der Schluß berechtigt sein.

Die oben S. 98 gewürdigte akkommodative Verdopplung des hinteren Linsenbildes, welche nur für die Entstehung der Diskontinuitätsfläche von Bedeutung ist, und das in seltenen, besonders disponierten Augen beobachtete Akkommodationsphosphen Czermaks, aus welchem keine Schlüsse betreffs des Mechanismus der Akkommodation gezogen werden können, schließen die Reihe der am lebenden Auge unter vollkommen physiologischen Verhältnissen gemachten Beobachtungen ab.

Aus denselben hat sich ergeben, daß die Akkommodation in einer Krümmungszunahme der Linsenflächen besteht, welche hauptsächlich die vordere, in weit geringerem Grade die hintere Fläche betrifft und von einer Vorschiebung des vorderen Linsenpoles begleitet ist, sowie daß bei starker Akkommodation die Zonula entspannt wird. Daß diese Entspannung vornehmlich die zur vorderen Linsenfläche schräg von hinten kommenden Fasern betrifft, geht aus der Art des Herabsinkens der Linse hervor. Da nämlich das in der vorderen Fläche entstehende Spiegelbild entweder nicht oder aber jedenfalls weniger herabsinkt

1) L. Heine, Akkommodative Ortsveränderungen der Linse. Bericht über die 26. Vers. d. Ophth. Ges. Heidelberg 1897. S. 20.

2) C. Heß, Beobachtungen über den Akkommodationsvorgang. Klin. Monatsbl. f. Augenheilk. XLII. 1904. S. 1.

als das der hinteren Fläche, die Linse somit eine Bewegung um den Krümmungsmittelpunkt der vorderen Fläche macht, so verschiebt sich die Anheftungsstelle dieser Fasern in der Längsrichtung derselben, was im besonderen nicht mit den schräg von vorn zur hinteren Linsenfläche gehenden Fasern der Fall ist. Diese müssen deshalb am wenigsten, jene am meisten entspannt sein.

Unter Zugrundelegung der Werte der Krümmungsänderung der Linsenflächen und der Vorschiebung des vorderen Linsenpoles sowie der bei einer bestimmten Krümmungsänderung eintretenden Refraktionsänderung des Auges ergibt sich zunächst die Brechkraft der Kernlinse im betreffenden Akkommodationszustande. Mit derselben und mit den mathematischen Ausdrücken der Bedingungen, daß bei der Formveränderung keine Kompression im Linsenzentrum stattfinde, sowie daß das von der größten geschlossenen Isoindizialfläche eingeschlossene Volumen bei der Formveränderung unverändert bleibe, lassen sich die Konstanten der Indizialgleichung der akkommodierenden Linse ermitteln. Mit Hilfe dieser Gleichung und der für die nicht akkommodierende Linse auf oben angedeutete Weise ermittelten kann man die Meridianschnitte der Isoindizialflächen für beide Zustände konstruieren. Durch einen Vergleich derselben miteinander lernt man die Hauptzüge des intrakapsulären Akkommodationsmechanismus kennen: die ausgiebigere axipetale Bewegung der der Linsenachse näher liegenden Teilchen und die axipetale Bewegung der den Ansatzstellen der Zonula, vornehmlich der vorderen, nächstliegenden, in der größten geschlossenen Isoindizialfläche enthaltenen Teile der Linsensubstanz. Beides hätte, wie ich gezeigt habe, a priori aus dem anatomischen Baue der Linse postuliert werden hönnen, ebenso wie auch die durch ersteres Verhalten bedingte akkommodative Zunahme des Totalindex der Linse.

Daß der extrakapsuläre Akkommodationsmechanismus in einer axipetalen Bewegung der Ansatzstellen der Zonula, vornehmlich der vorderen, gipfelt, geht aus den oben referierten Untersuchungen von Heß hervor, und es erübrigt hier nur noch, die Methoden zu erwähnen, mit welchen derselbe näher untersucht wird.

An iridektomierten Augen sowie an Augen mit kongenitaler Irideremie wird nach dem Vorgange von Heß bzw. Großmann die nach Eserinisierung eintretende Veränderung in der Topographie der Ziliarfortsätze und im Aussehen des Linsenrandes bzw. die Abnahme des äquatorealen Durchmessers der Linse beobachtet. Letztere Veränderung scheint bisher im lebenden Auge nur im Großmannschen Falle[1]) mit Sicherheit beobachtet worden zu sein, wo aber Linse und Zonula wahrscheinlich nicht normal waren. An überlebenden enukleierten Menschenaugen ist aber dieselbe neuerdings von Heß[2]) konstatiert worden. Mit seiner neuen Methode, das äquatoreal halbierte Auge von hinten her unter starker Beleuchtung und Beobachtung mit der Binokularlupe zu untersuchen, konstatierte er in einem Falle, wo ein normales Auge hatte enukleiert werden müssen, und wo das-

1) Karl Großmann, The mechanism of accommodation in man. Ophth. Review. XXIII. 1904. S. 1.

2) C. Heß, Beiträge zur Kenntnis akkommodativer Änderungen im Menschenauge. Arch. f. Augenheilk. LXV. 1910. S. 170.

selbe 3 bis 4 Minuten nach der Enukleation zur Untersuchung kam, daß die elektrische Reizung hinreichend lange Zeit den Akkommodationsmechanismus auslöst, welcher auf diese Weise genau und bequem überblickt werden kann. Auch konnte er durch Formolhärtung während 12 bis 14 Stunden den Akkommodationsakt in vor dem Tode eserinisierten Augen fixieren, wobei die Härtung bei noch klar und durchsichtig gebliebenen Linsen ausreichend war, um bei äquatorealer Eröffnung die Gestaltveränderung der vorderen Hälfte der Hüllen zu vermeiden, welche bisher solche Untersuchungen vereitelt hatte. Bei vorhergehender Anwendung dieser Methode auf Tieraugen [1]) hatte er auch die Methode der Beobachtung der Spiegelbilder der Linse von hinten her in Anwendung genommen.

Am menschlichen Auge sind ferner Untersuchungen über die Einwirkung der Zonularspannung auf die Krümmung der Linsenvorderfläche von Dalén [2]) ausgeführt worden. Er konstatierte ophthalmometrisch eine Krümmungszunahme nach Durchschneidung der Zonula, nachdem die Linse unter Beobachtung besonderer Kautelen durch Abtragen der Hornhaut und Iris bloßgelegt worden war. Am überlebenden Kinderauge wurde von Heine [3]) festgestellt, daß sich der Akkommodationsmechanismus bei fenestrierter Sklera unbehindert und ohne die geringste Bewegung des in der Skleralöffnung hervorquellenden Glaskörpertropfens vollzieht. Ähnliche Resultate ergaben auch die oben angeführten Untersuchungen von Heß an überlebenden Menschenaugen. (Am Affenauge hatte Beer dasselbe Resultat erhalten.)

An der Spitze der Reihe der Tierexperimente stehen unbestritten die klassischen Untersuchungen von Hensen und Völckers. [4]) Da die Hauptmasse der Muskelfasern, das meridionale Bündel, annähernd parallel zur Sklera verläuft, so stellte sich zunächst die Frage auf, ob bei der Kontraktion das hintere Ende nach vorn oder das vordere nach hinten gezogen wird. Es zeigte sich, daß, wenn am Äquator des Bulbus eine Nadel eingestochen wird, bei elektrischer Reizung des Ziliarmuskels an Hunden das äußere Ende der Nadel sich nach hinten bewegt, und daß kein Einstichpunkt gefunden werden kann, wo es sich nach vorn bewegt. Die bei der Akkommodation eintretende Verschiebung der inneren Augenhäute nach vorn konnte auch durch ein Fenster der Sklera beobachtet werden. Wurde dagegen die Hornhaut bis auf einen peripheren 2 mm breiten Saum abgetragen, so wurde die elektrische Reizung des Ziliarmuskels von einem Zurückweichen dieses Saumes begleitet. Außerdem wurde die Erschlaffung der Zonula bei der Ziliarmuskelkontraktion konstatiert.

Obwohl ein Druckunterschied zwischen Glaskörper und vorderer Kammer überhaupt nur in dem geringen, der Zonularspannung entsprechenden Betrage denkbar ist und eine durch den Mechanismus der Akkommodation auf direktem Wege hervorgerufene Druckerhöhung im Bulbusinnern nur

1) C. Heß, Untersuchungen zur vergleichenden Physiologie und Morphologie des Akkommodationsvorganges. Ebenda. LXII. 1909. S. 345.

2) a. a. O.

3) L. Heine, Ein Versuch über Akkommodation und intraokularen Druck am überlebenden Kinderauge. Arch. f. Ophth. LX, 3. 1905. S. 448.

4) V. Hensen und C. Völckers, Experimentaluntersuchung über den Mechanismus der Akkommodation. Kiel 1868.

durch Deformation der Hüllen verursacht werden kann, indem bei der Schnelligkeit des Akkommodationsaktes und bei der Viskosität der Flüssigkeiten eine unbehinderte Nachfüllung des Suprachorioidealraumes nicht stattfindet, sind doch eine stattliche Reihe von Untersuchungen diesem Gegenstande gewidmet worden. Nachdem die Methode der Manometrie des Auges schließlich durch die Arbeit von Wessely[1]) auf die jetzige Höhe gebracht worden war, und nachdem v. Pflugk eine akkommodative Druckerhöhung im Schildkrötenauge angegeben hatte, ergab die letzte Untersuchungsreihe von Heß[2]) unter Anwendung teils des Heringschen Mikromanometers an enukleierten Augen, teils auch der Wesselyschen Methode an ebensolchen Augen und an lebenden Affen, daß im Affenauge und im Hundeauge keine Beeinflussung des intraokularen Druckes nachgewiesen werden kann, während in enukleierten Augen von Vögeln und Reptilien sowie im Cephalopodenauge eine deutliche akkommodative Drucksteigerung eintritt. Bei verschiedenen Reptilien konnte die Deformierung des Auges konstatiert werden, während besonders für das Vogelauge diese wahrscheinlich die Drucksteigerung begleitende Erscheinung bisher nicht experimentell konstatiert wurde.

Die Methode der mikroskopischen Untersuchung des unter Anwendung von Eserin oder noch besser Nikotin in Krampf versetzten Ziliarmuskels in situ wurde von Heine[3]) zuerst an Tauben, dann an Affen angewendet. Nach den letzten Befunden der oben angeführten Untersuchungen von Heß zu urteilen, wird es wohl nicht lange dauern, bis diese Methode auch am Menschenauge zur Anwendung kommt. Dies ist schon mit der von v. Pflugk[4]) zuerst auf das Taubenauge angewendeten Gefriermethode der Fall gewesen. Was speziell die Beurteilung der akkommodativen Form der Linse an den mit dieser Methode erhaltenen Präparaten betrifft, muß man vor Augen haben, daß das Wasser beim Gefrieren unter gewaltiger Kraftentwicklung sein Volumen vermehrt, und daß die Art und Weise, auf welche hierdurch Deformitäten der Linse entstehen können, sich der Beurteilung entziehen. Jedenfalls darf man nicht mit v. Pflugk auf eine nach hinten gerichtete Konkavität der hinteren Linsenfläche schließen, bevor nicht dieselbe ophthalmometrisch im lebenden Auge konstatiert worden ist. Auf der anderen Seite liegen bisher keine ophthalmometrischen Messungen vor, welche eine solche mit Bestimmtheit ausschließen. Daß aber die Frage, ob sie vorhanden ist oder nicht, für den Mechanismus der Akkommodation ohne wesentliche Bedeutung ist, geht aus der mathematischen Untersuchung der Dioptrik der Kernlinse hervor.

---

1) K. Wessely, Experimentelle Untersuchungen über den Augendruck sowie über qualitative und quantitative Beeinflussung des intraokularen Flüssigkeitswechsels. Arch. f. Augenheilk. LX. 1908. S. 1.

2) C. Heß, Vergleichende Untersuchungen über den Einfluß der Akkommodation auf den Augendruck in der Wirbeltierreihe. Ebenda LXIII. 1909. S. 88.

3) L. Heine, Mikroskopische Fixierung des Akkommodationsaktes. Ber. über die 26. Vers. d. Ophth. Ges. Heidelberg 1897. — Physiologisch-anatomische Untersuchungen über die Akkommodation des Vogelauges. Arch. f. Ophth. XLV, 3. 1898. S. 469. — Die Anatomie des akkommodierten Auges. Ebenda XLIX, 1. 1899. S. 1.

4) A. v. Pflugk, Über die Akkommodation des Auges der Taube. Wiesbaden 1906. — Die Fixierung der Wirbeltierlinsen, insbesondere der Linse des neugeborenen Menschen. Klin. Monatsbl. f. Augenheilkde. XLVII, 2. 1909. S. 1.

Tscherning und seine Schüler hatten gezeigt, daß man eine herausgenommene Tierlinse unter gewissen Verhältnissen so an der Zonula spannen kann, daß die Krümmung des Linsenpoles bei der Spannung zunimmt. Heß[1]) bewies aber, daß im frischen Affenauge nach Entfernung eines Teiles der Sklera ohne Verletzung der Uvea und nach Abtragung von Hornhaut und Iris ein Zug an der Zonula eine Krümmungsabnahme der vorderen Linsenfläche zur Folge hat.

Ohne Anspruch auf Vollständigkeit dürften hiermit die wichtigsten Methoden zur Erforschung des Akkommodationsmechanismus, wenn auch nur in aller Kürze, erwähnt worden sein. Durch verschiedene andere Methoden ergeben sich Resultate, welche auch Schlüsse betreffs desselben in gewissem Grade zulassen. Um nur ein Beispiel zu erwähnen, sei hier einer soeben publizierten Untersuchung von Grönholm[2]) gedacht. Durch Messungen der zur Anspannung bzw. Erschlaffung der Akkommodation nötigen Zeit konstatierte er zunächst das Ergebnis der Untersuchungen seiner Vorgänger, daß erstere Zeit länger ist als letztere, fand aber dann auch, daß die Akkommodation bei zunehmendem Alter verzögert wird, was in höherem Grade von der Anspannung als von der Erschlaffung gilt, und daß besonders die Einstellung des Nahepunktes bei älteren Personen erschwert ist, während die Abspannung mit fast konstanter Geschwindigkeit innerhalb des ganzen manifesten Akkommodationsgebietes verläuft. Da eine solche Verzögerung der Anspannung um so weniger eine entsprechende Änderung in der Wirkung des Ziliarmuskels andeuten kann, als die Akkommodationsbreite mit dem Alter abnimmt und in Übereinstimmung hiermit der Nahepunkt durch eine weniger ausgiebige Kontraktion des Muskels erreicht wird, während auf der anderen Seite die Amplitude der Kontraktion vom Alter unbeeinflußt bleibt, so dürfte dieselbe nur den Altersveränderungen der Linse zugeschrieben werden können. Daß diese der Formveränderung einen Widerstand bieten, ist wohl bekannt. Da nun dieser Widerstand eine stärkere Einwirkung auf die Anspannungs- als auf die Erschlaffungszeit der Akkommodation ausübt, so dürfte man mit Grönholm hieraus den Schluß ziehen können, daß bei der Anspannung der Akkommodation die auf die Linse wirkende Kraft geringer ist als bei der Erschlaffung, was im vollen Einklange damit steht, daß im ersteren Falle die Formveränderung nur durch die Elastizität der Linsenkapsel, im letzteren durch die bedeutend größere Elastizität der Chorioidea bewirkt wird.

1) a. a. O. Klin. Monatsbl. f. Augenheilk. 1904.

2) V. Grönholm, Studien über den zeitlichen Verlauf der Akkommodation und der mit der Akkommodation assoziierten Fusionsbewegungen der Augen unter normalen und einigen pathologischen Verhältnissen. Arch. f. Augenheilk. LXVII. Erg.-Heft 1910. S. 119.